МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
Фізико-математичний факультет

Студентська звітна конференція 2018
Фізико-математичний факультет СумДПУ ім. А.С.Макаренка

Матеріали результатів досліджень молодих науковців

ВИПУСК 12

Том 1

Суми – 2018

Друкується згідно з рішенням вченої ради фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка

С45 Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. – Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2018. – Випуск 12. – Том 1. – 80 с.

До збірника увійшли результати курсових та дипломних досліджень студентів фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка, які обговорювалися на звітній науковій конференції у квітні 2016 року.

Матеріали подаються в авторській редакції з позитивною рецензією наукового керівника.

ЗМІСТ

Вовк Аліна
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
alina.vovk2015@gmail.com
Науковий керівник - А.О. Розуменко

СИСТЕМАТИЗАЦІЯ І УЗАГАЛЬНЕННЯ ЗНАНЬ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ АЛГЕБРИ

Актуальність. Однією з головних проблем школи є розвиток творчої активності школярів, формування в них умінь самостійно здобувати і застосовувати знання. Необхідна така організація навчання, яка сприяла б досягненню цих цілей і була б спрямована не тільки на засвоєння знань, а й на способи цього засвоєння, на розвиток мислення, і творчого потенціалу випускника.

Одним із шляхів досягнення зазначених вище цілей є узагальнення і систематизація знань учнів.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблемі розвитку логічного мислення учнів, що грунтується на вмінні встановлювати зв'язки між відомими та невідомими компонентами, зіставляти абстрактний матеріал, класифікувати його, та процесу якісного запам'ятовування навчального матеріалу, при якому виробляється гнучкість і рухливість розуму, узагальнення знань, присвячені праці В. Ф. Шаталова, А. Н. Звягіна, С. М. Лисенкової, Є. П. Неліна, А. О. Розуменко, С. М. Гончарова, З. І Слєпкань, С. Д. Шевченко та інших. Їх дослідження дозволяють зорієнтувати сучасного вчителя на використанні у роботі різноманітних технологій, які дають можливість оптимізувати, інтенсифікувати навчально-виховний процес.

З введенням Зовнішнього незалежного оцінювання та Державної підсумкової атестації питання про систематизацію і узагальнення знань стає ще більш актуальним. Для успішного складання іспитів випускник повинен володіти і технологіями виконання тестів, і широкими знаннями.

Жоден з шкільних підручників в повній мірі не вирішує питання систематизації та узагальнення знань учнів у повному обсязі. Тому для успішної здачі державних іспитів учні вже на першому етапі вивчення математики повинні вчитися приводити свої знання в певну систему, встановлювати логічні зв'язки між поняттями, трансформувати їх з урахуванням ситуації, що розглядається.

Мета статті – на основі вивченого та проаналізованого досвіду педагогів, виділити і розкрити сутність найефективніших прийомів систематизації і узагальнення навчального матеріалу з алгебри, що сприяють якісному засвоєнню і відтворенню знань учнями.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Учені-методисти виділяють наступні прийоми систематизації і узагальнення, що сприяють формуванню умінь проводити структурний аналіз матеріалу.

1. Виділення головних думок тексту, визначення загальної ідеї тексту в цілому.

Не секрет, що учні практично не опрацьовують підручники з математики. Як наслідок, вони не можуть орієнтуватися в навчальному матеріалі: знайти визначення, розібрати доведення теореми тощо. Про читання спеціалізованої літератури взагалі мови не йде. Інтерес до предмета знижується, зменшується і якість засвоєних знань. Учень не вміє самостійно здобувати знання. Тому з самого початку вивчення математики необхідно навчити учнів працювати з підручником, додатковою літературою, довідниками.

Здійснення даного прийому передбачає наступну послідовність дій:

1) уважне читання тексту;
2) виділення основних структурних елементів (понять, властивостей, ознак, прикладів розв'язання завдань тощо);
3) виділення головних думок.

Основною дидактичною метою даного прийому є формування вміння виділяти суттєві положення в тексті і проводити структурний аналіз матеріалу [1].

2. Визначення місця досліджуваного питання в структурі теми й розділу.

Даний прийом реалізується на уроці під час ознайомлення із планом теми чи розділу. Він дозволяє усвідомити структуру розділу в цілому, на основі співвідношення певних досліджуваних питань зі змістом всього розділу.

3. Робота зі змістом підручника.

Цей прийом дозволяє сформувати вміння з проведення структурного аналізу досліджуваної теми [5].

Окремо дослідники виділяють прийоми, що сприяють систематизації знань учнів про математичні поняття.

1. Складання плану матеріалу, що опрацьовується.

Даний прийом є опорою для кращого запам'ятовування матеріалу, що вивчається.

При складанні плану учні повинні здійснити ряд дій:

- читання матеріалу;
- розбиття тексту на частини (смислові одиниці);
- виділення головної думки кожної одиниці і оформлення її у вигляді пункту плану;
- співвідношення складеного плану з прочитаним текстом;
- коригування.

Такий прийом можна використовувати не тільки при вивченні навчального матеріалу, а й при опрацюванні додаткової літератури з предмету.

2. Складання системної розповіді.

Систематичне використання даного прийому сприяє розвитку логічного мислення і мовлення учнів. Відповіді школярів часто бувають незв'язними і нелогічними. Тому необхідно вести спеціальну роботу з розвитку усного та писемного мовлення учнів, до якої входить і складання системної розповіді. Основою для цього можуть служити плани, алгоритми, логічні схеми, графи тощо [3].

Наприклад, алгоритм побудови графіка квадратичної функції може мати такий вигляд:

1. Визначити графік функції, куди спрямовані гілки параболи.
2. Знайти координати вершини параболи.
3. Знайти координати точок перетину параболи з осями координат.
4. При необхідності знайти додаткові точки.
5. Побудувати графік функції (вершина параболи, вісь симетрії, точки перетину з осями, точки симетричні побудованим, додаткові точки, з'єднати точки плавною лінією).

Побудова графіка повинна супроводжуватись розповіддю учня, його поясненнями. Тим самим він учиться оперувати математичними термінами.

3. Різні види конспектування матеріалу, що вивчається.

Використання цього прийому дає можливість розвинути вміння логічно правильно висловлювати основні положення досліджуваного матеріалу. Конспект повинен бути наочним, сприяти кращому запам'ятовуванню нової інформації.

Конспектування формує в учнів уміння і навички використання прийомів розумової діяльності. В одних конспектах матеріал скорочується максимально, частина його зашифровуються шляхом використання знаків, символів і схем. Такий конспект може прочитати без труднощів лише той, хто брав участь в його складанні. Прикладами таких конспектів можуть служити опорні конспекти [2, с. 67-154].

Виокремлюють прийоми систематизації і узагальнення, що сприяють формуванню умінь встановлювати зв'язки між поняттями та представляти їх в наочній формі.

1. Складання таблиць.

Основні вимоги до таблиць: лаконічність і наочність. У зміст таблиць можуть увійти формули, умовні позначення. За характером матеріалу їх можна розділити на систематизуючі і порівняльні. У систематизуючих таблицях можна об'єднати величини, що характеризують певний клас явищ або інших понять одного виду. У таблицях порівняння можна зіставити або протиставити схожі поняття.

2. Складання логічного ланцюжка суджень.

Даний прийом сприяє розвитку логічного та аналітичного мислення, розвитку усного мовлення учнів, формує вміння наочно фіксувати свої умовиводи. Суть прийому полягає в тому, що при вивченні нового матеріалу або повторенні пройденого складається схема, в яку входять всі міркування в логічному порядку.

3. Складання класифікаційних схем.

За допомогою таких схем встановлюються зв'язки видових співвідношень між поняттями. Схеми дозволяють економно і наочно показувати загальне для понять, їх взаємозв'язок, послідовність формування, відношення роду і виду тощо. Схеми можна застосовувати як при поясненні нового матеріалу, так і при повторенні.

4. Складання граф-схем.

Даний прийом не знайшов широкого застосування в школі. Однією з причин є недостатня розробка методики його застосування.

Граф – це система відрізків, що з'єднують точки. Відрізки – ребра графа, точки – вершини графа. Якщо кожному ребру заданий напрямок, то граф називається орієнтованим. За допомогою нього можна наочно уявити напрямок структури навчального матеріалу, виділити найбільш істотні зв'язки між окремими елементами системи знань.

Діяльність учителя при підготовці до використання даного прийому полягає в наступному:

- вибрати навчальний матеріал, систему понять;
- виділити основні компоненти навчального матеріалу (вершини), що підлягають засвоєнню;
- уявити структуру навчального матеріалу за допомогою граф - схеми;
- виділення в граф - схемі основних блоків знань;
- виділення в граф - схемі основних елементів знань, що мають найбільшу кількість зв'язків з іншими елементами;
- дати аналіз системи понять, представлених у вигляді граф - схеми.

Цією діяльністю повинен постійно оволодівати і учень.

5. Робота з довідником.

Учні складають свій довідник при вивченні конкретного предмета. Зазвичай він розташовується в кінці зошита або в окремому зошиті. До нього учні заносять матеріал, який часто використовується на уроках.

Довідник може складатися з декількох розділів:
- узагальнені плани, алгоритми;
- підсумкові таблиці;
- класифікаційні схеми і граф - схеми.

Регулярна робота з довідником розвиває в учнів організаційні здібності, допомагає швидко орієнтуватися в матеріалі [4, с. 156-193].

Висновки. Застосовуючи різні прийоми систематизації та узагальнення знань, учитель може урізноманітнити роботу на уроці, що сприяє підвищення інтересу до вивчення навчального матеріалу. Ці прийоми носять міжпредметний характер, отже, їх застосування сприяє розвитку загальнонавчальних умінь, а саме: опрацьовувати текст, проводити структурний аналіз матеріалу, складати плани, конспекти, встановлювати зв'язки і відношення між поняттями і подавати їх у наочній формі у вигляді схем, таблиць, логічних ланцюжків міркувань. Зміст шкільного курску математики дозволяє в повній мірі сформувати ці уміння.

Список використаних джерел

1. Звягин А.Н. Методологическая роль принципа систематичности в дидактике/ А. Н. Звягин // Методические проблемы современной педагогической науки: Межвузовский сборник трудов, – Челябинск, 1988. - С. 47-66.
2. Зорина Л.Я. Дидактические основы формирования системности знаний старшеклассников. М.: Педагогика, 1978 - 128 с.
3. Зайченко Н.В. Три этапа обобщающего повторения курса алгебры IX класса /'/ Математика в школе. 1985. №1 – С. 30-32.
4. Іржавцева В.П. Систематизація та узагальнення знань учнів у процесі вивчення математики / В.П. Іржавцева,Л.Я. Федченко. – К. : Рад. Шк., 1998. – 205 с.
5. Лизура Н.. Пустынникова А. Обобщающее повторение / Математика. 2002. №11 – С. 41-43.

Анотація. Вовк А. Систематизація і узагальнення знань учнів при вивченні алгебри. *У статті проаналізовано прийоми систематизації і узагальнення навчального матеріалу з алгебри. Зосереджено увагу на прийомах, що представленні в наочній формі.*

Ключові слова: *систематизація і узагальнення знань, наочність.*

Abstract. Vovk A. Systematization and generalization of knowledge of students are at the study of algebra. *In the article the receptions of systematization and generalizations of educational material are analysed from algebra. Attention is concentrated on receptions, that presentation in an evident form***.**

Keywords: *systematization and generalization of knowledge, evidentness.*

Дубина Тетяна
Магістрантка, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
tanya.dubyna@bk.ru
Науковий керівник – О. П. Страх

ФАЗОВІ ПОРТРЕТИ ДВОВИМІРНИХ ЛІНЕАРИЗОВАНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ

Систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = P(x,y), \frac{dy}{dt} = Q(x,y), \tag{1}$$

де $P(x,y), Q(x,y)$ – неперервно диференційовні в деякій області (або в усій площині) функції, часто називають *динамічною системою*, а координатну площину xOy – її *фазовою площиною.* Аналогічно цьому багатовимірний простір змінних динамічної системи називають *фазовим простором,* а зображення її траєкторій (інтегральних кривих або гіперповерхонь) в фазовому просторі – *фазовим портретом*[1,2].

Кожен стан системи відповідає певній точці на фазовому портреті. Фазові портрети служать для наочного відображення особливостей еволюції динамічної системи: стаціонарних точок, циклів, басейнів притягання.

Для двовимірної системи фазовий портрет повністю відображає типи траєкторій, які можуть реалізуватися. Для системи більшої вимірності будуються проекції фазових траєкторій на вибрану площину чи гіперплощину відповідного фазового простору.

Систему $\begin{cases} \dot{x} = a_{11}x + a_{12}y \\ \dot{y} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$, де $a_{11} := \frac{d}{dx}P(0,0)$, $a_{12} := \frac{d}{dy}P(0,0)$, $a_{21} := \frac{d}{dx}Q(0,0)$, $a_{22} := \frac{d}{dy}Q(0,0)$, яку звичайно можна записати у вигляді матричного рівняння

$$\varphi = A\varphi, \tag{2}$$

де $\varphi = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, а $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. називають *лінеаризованою* в околі тривіального положення рівноваги щодо системи (1). Якщо $\det A \neq 0$, то $\varphi = \theta$ – ізольоване положення рівноваги[3].

Розглянемо фазові портрети системи (2) відносно всіх можливих випадків власних значень та власних векторів матриці A.

1. Власні значення λ_1, λ_2 – дійсні та різні ($\lambda_1, \lambda_2 \in \mathrm{R}$, $\lambda_1 \neq \lambda_2$). Тоді для матриці A маємо пару лінійно незалежних власних векторів $\overline{s_1}$, $\overline{s_2}$. Лінійна заміна змінних $(x,y) = S(u,v)$: $\varphi = u\overline{s_1} + v\overline{s_2} = S(u,v)$ розщеплює (2). Вона матиме вигляд:

$$\dot{u}s_1 + \dot{v}s_2 = \lambda_1 u s_1 + \lambda_2 v s_2$$

або

$$\begin{cases} \dot{u} = \lambda_1 u \\ \dot{v} = \lambda_2 v \end{cases}, \tag{3}$$

що є прямим добутком скалярних рівнянь.

Фазова крива, яка в момент $t = 0$ стартує з точки (u_0, v_0), описується рівнянням $u = u_0 e^{\lambda_1 t}$, $v = v_0 e^{\lambda_2 t}$. Вигляд цих кривих легко дослідити за допомогою інтегральних кривих відповідного рівняння з відокремлюваними змінними: $\lambda_1 v du - \lambda_2 u dv = 0$. Його інтегральні криві визначаються сукупністю співвідношень:

$$\left[\begin{array}{l} u=0, v\neq 0,\\ v=0, u\neq 0,\\ v=c\,|u|^{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}, uv\neq 0, c\neq 0.\end{array}\right.$$

1.1. Якщо $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, то фазовими кривими системи (3) є координатні півосі, а також сім'я кривих типу парабол, напрям віток яких залежить від знака λ_1, λ_2. Лінійне перетворення S переводить їх у фазові криві системи (2), а орти осей Ou та Ov переводить відповідно у власні вектори $\overline{s_1}$ та $\overline{s_2}$. При цьому фазовий портрет системи (2) має назву ***вузол.*** Слід також зазначити, що фазові криві системи (2) будуть дотикатися в точці (0;0) того власного вектора, який відповідає найменшому за модулем власному значенню.

Розглянемо приклад.

Приклад 1. Нехай маємо наступну лінеаризовану диференціальну систему

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \varphi. \qquad (4)$$

Знайдемо власні числа та відповідні їм власні вектори матриці $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$|A-\lambda E| = \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (\lambda-2)^2 - 1 =$$

$= (\lambda-3)(\lambda-1) = 0$, звідки $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3$.

При $\lambda_1 = 1$ маємо $\begin{pmatrix} 1 & 1 & | & 0 \\ 1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overline{s_1} = (-1;1)$, а при $\lambda_2 = 3$ маємо $\begin{pmatrix} -1 & 1 & | & 0 \\ 1 & -1 & | & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \overline{s_2} = (1;1)$.

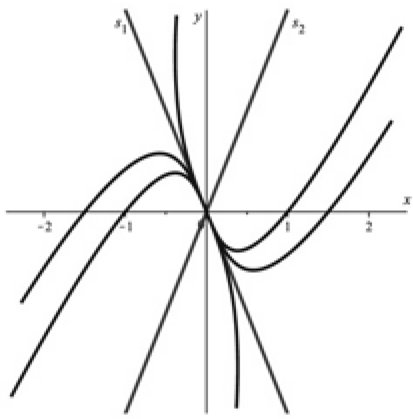


Рис. 1

Отже, отримуємо наступний фазовий портрет системи (4) типу вузол (див. рис. 1)

1.2. Якщо власні числа різних знаків, тобто $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$, то фазовий портрет системи (3) буде називатися ***сідло***. Він відрізняється від попереднього випадку тим, що фазові криві – це сім'я гіпербол, які на площині xOy при $t \to \infty$ наближаються до власної прямої, яка відповідає додатному за знаком власному значенню. Проілюструємо цей випадок на прикладі.

Приклад 2. Нехай маємо наступну лінеаризовану диференціальну систему

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} 9 & -7 \\ 14 & -12 \end{pmatrix} \varphi. \qquad (5)$$

Знайдемо власні значення та відповідні їм власні вектори матриці $A = \begin{pmatrix} 9 & -7 \\ 14 & -12 \end{pmatrix}$.

$$|A-\lambda E| = \begin{vmatrix} 9-\lambda & -7 \\ 14 & -12-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 3\lambda - 10 = (\lambda+5)(\lambda-2) = 0$$, звідки $\lambda_1 = -5, \lambda_2 = 2$.

При $\lambda_1 = -5$ маємо $\left(\begin{array}{cc|c} 14 & -7 & 0 \\ 14 & -7 & 0 \end{array}\right) \sim \left(2 \quad -1 | 0\right) \Rightarrow \overline{s_1} = (1;2)$, а при $\lambda_2 = 2$ маємо $\left(\begin{array}{cc|c} 7 & -7 & 0 \\ 14 & -14 & 0 \end{array}\right) \sim \left(1 \quad -1 | 0\right) \Rightarrow \overline{s_2} = (1;1)$. Отже, отримуємо наступний фазовий портрет системи (5) типу сідло (див. рис. 2).

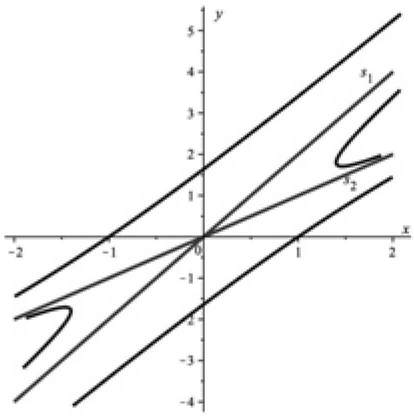


Рис. 2

2. Розглянемо випадок, коли матриця A в системі (2) має кратний корінь, тобто $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$.

2.1. Матриця A діагональна. Тоді траєкторія системи

$$\begin{cases} \dot{u} = \lambda u \\ \dot{v} = \lambda v \end{cases}, \qquad (6)$$

це всі промені, що входять у початок координат при $t \to +\infty \left(t \to -\infty\right)$, якщо $\lambda < 0$ $\left(\lambda > 0\right)$. Фазовий портрет має назву ***дикритичний вузол***.

Приклад 3. Нехай маємо наступну лінеаризовану диференціальну систему

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \varphi.$$

Отже матриця $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ має діагональний вигляд. Тому отримуємо фазовий портрет типу дикритичний вузол (див. рис. 3).

2.2. Матриця A недіагональна (простір власних векторів одновимірний). Нехай $\overline{s_1}$ – власний вектор. За теоремою Гамільтона-Коші матриця анулює свій характеристичний поліном.

Отже, $A^2 - 2\lambda A + \lambda^2 E = 0$, або $\left(A - \lambda E\right) \cdot \left(A - \lambda E\right) = 0$. Тому, якщо $\overline{s_2}$ – довільний лінійно незалежний з $\overline{s_1}$ вектор, то

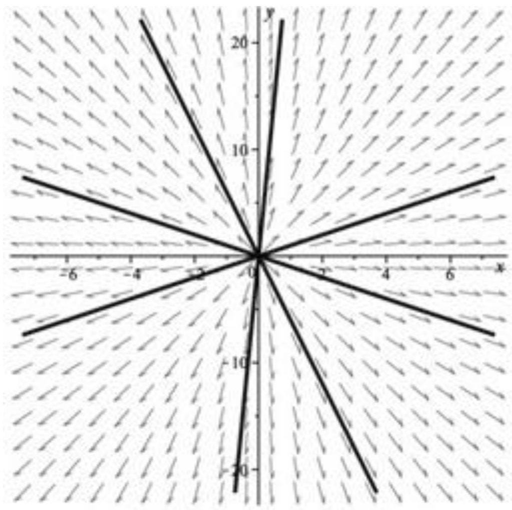


Рис. 3

$(A - \lambda E)\overline{s_2} \neq 0$ ($\overline{s_2}$ не є власним вектором). Але $\left(A - \lambda E\right) \cdot \left(A - \lambda E\right)\overline{s_2} = 0$, тобто $\left(A - \lambda E\right)\overline{s_2}$ є власним вектором. Але тоді для вектора $\overline{s_2}$ справджується рівність $A\overline{s_2} = \overline{s_1} + \lambda \overline{s_2}$ і, виконавши заміну у системі (6)

Маємо систему:

$$\begin{cases} \dot{u} = \lambda u + v \\ \dot{v} = \lambda v \end{cases},$$

Таку систему називають напівпрямим добутком скалярних рівнянь. В симетричній формі маємо рівняння:

$$\lambda v du-(\lambda u+v)dv=0$$

Інтегральні криві цього рівняння $\left[\begin{array}{l} v=0,u>0, \\ v=0,u<0, \end{array}\right.$ а при $v\neq 0$ заміною $u=v\omega$ рівносильно зводиться до вигляду $\lambda v d\omega-dv=0$, звідки $u=cv+\dfrac{v}{\lambda}\ln|v|$. Загалом маємо:

$$\left[\begin{array}{l} v=0,u\neq 0 \\ u=cv+\dfrac{v}{\lambda}\ln|v| \end{array}\right., \ v\neq 0, c\in \mathrm{R}.$$

Пряма $u=0$ є k-ізокліною вихідного рівняння. $k=\dfrac{1}{\lambda}$, а пряма $u=-\dfrac{v}{\lambda}$ є 0-ізокліною $\forall c\in R$: функція $u_c=cv=\dfrac{v}{\lambda}\ln|v|$ має такі властивості: $\lim\limits_{v\to 0}u_c\left(v\right)=0$, $\lim\limits_{v\to 0}u_c'\left(v\right)=\lim\limits_{v\to 0}\left(c+\dfrac{1}{\lambda}+\dfrac{\ln|v|}{\lambda}\right)=(-\operatorname{sgn}\lambda)\cdot\infty$

Отже, інтегральна крива в точці перетину прямої $u=0$ має дотичну з кутовим коефіцієнтом $k=\dfrac{1}{\lambda}$, а у точці перетину прямої $u=-\dfrac{v}{\lambda}$ досягає свого максимуму і, нарешті, закінчується в початку координат, дотикаючись прямої $v=0$. Фазовий портрет такої системи має назву ***вироджений вузол***.

Приклад 4. Нехай маємо наступну лінеаризовану диференціальну систему

$$\dot{\varphi}=\begin{pmatrix}-3 & -1\\ 4 & -7\end{pmatrix}\varphi. \qquad (7)$$

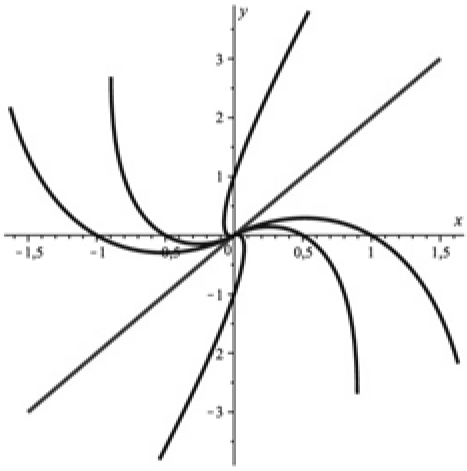


Рис. 4

Знайдемо власні числа та власні вектори матриці $A=\begin{pmatrix}-3 & -1\\ 4 & -7\end{pmatrix}$.

$$|A-\lambda E|=\begin{vmatrix}-3-\lambda & -1\\ 4 & -7-\lambda\end{vmatrix}=\lambda^2+10\lambda+25=\left(\lambda+5\right)^2=0, \text{ звідки } \lambda_1=\lambda_2=-5.$$

При $\lambda=-5$ маємо $\left(\begin{array}{cc|c}2 & -1 & 0\\ 4 & -2 & 0\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cc|c}2 & -1 & 0\end{array}\right)\Rightarrow \bar{s}=\left(1;2\right)$. Отже, отримуємо наступний фазовий портрет системи (7) типу вироджений вузол (див. рис. 4).

3. Може мати місце також випадок, коли власні числа матриці A містять уявну частину, тобто є комплексними спряженими числами: $\lambda_{1,2}=\alpha\pm\beta i$. Цим власним значенням буде відповідати пара лінійно незалежних (над полем комплексних чисел) комплексно-спряжених власних векторів $\overline{s_1}$ та $\overline{s_2}$. Але систему (2) можна розщепити, ввівши нові змінні $\rho\in(0;+\infty)$ та $\tau\in R$:

$$\varphi=\rho\left(e^{i\tau}\cdot\overline{s_1}+e^{-i\tau}\cdot\overline{s_2}\right)=:W(\rho,\tau).$$

Підставивши $\varphi=W(\rho,\tau)$ у систему (2), отримуємо

$$\dot{\rho}\left(e^{i\tau}\bar{s}_1+e^{-i\tau}\bar{s}_2\right)+i\rho\dot{\tau}(e^{i\tau}\bar{s}_1-e^{-i\tau}\bar{s}_2)=\rho(\lambda_1 e^{i\tau}\bar{s}_1+\lambda_2 e^{-i\tau}\bar{s}_2)$$

і прирівнявши відповідні коефіцієнти при відповідних векторах $\overline{s_1}$ та $\overline{s_2}$, матимемо

$$\dot{\rho}+i\rho\dot{\tau}=\lambda_1\rho,\ \dot{\rho}-i\rho\dot{\tau}=\lambda_2\rho,$$

Оскільки друга рівність є наслідком першої, то, виділивши дійсну та уявну частини останньої, отримуємо шукану розщеплену систему:

$$\begin{cases} \dot{\rho} = \alpha\rho, \\ \dot{\rho} = \beta \end{cases} \tag{8}$$

Легко показати, що розв’язок задачі Коші для системи (8) з початковою умовою $\rho(0)=\rho_0,\ \tau(0)=\tau_0$ є $\rho=\rho_0 e^{\alpha t},\ \tau=\beta t+\tau_0$.

Розглянемо наступні випадки.

3.1. Дійсні частини власних чисел відмінні від нуля, тобто $\operatorname{Re}\lambda_{1,2}=\alpha\neq 0$. Тоді фазові криві системи (8) – спіралі. Якщо $\alpha<0$ ($\alpha>0$), то вони навиваються на початок координат при $t\to\infty$ ($t\to-\infty$). У цьому випадку фазовий портрет системи (2) називається ***фокусом***.

Приклад 5. Нехай маємо наступну лінеаризовану диференціальну систему

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \varphi \tag{9}$$

Знайдемо власні числа матриці $A=\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$|A-\lambda E| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 7 \\ -2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2+14=$$

$=\left(\lambda-1-i\sqrt{14}\right)\left(\lambda-1+i\sqrt{14}\right)=0$, звідки $\lambda_{1,2}=1\pm i\sqrt{14}$.

Отже, фазовий портрет системи (9) – фокус. Щоб з’ясувати, за годинниковою стрілкою чи проти неї закручуються траєкторії, достатньо побудувати хоча б один вектор відповідного поля напрямків. Наприклад, вектор, прикладений до точки M (1; 0), має координати $(1;-2)$.

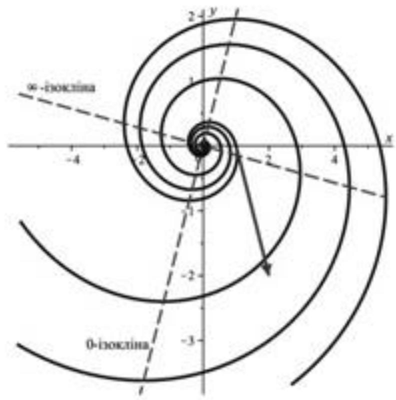


Рис. 5

Отже, напрям руху вздовж траєкторій – проти годинникової стрілки. Характерними ізоклінами відповідного рівняння в симетричній формі $(x+7y)dy+(2x-y)dx=0$ є: $y=-\dfrac{1}{7}x$ – пряма вертикальних напрямів поля (∞-ізокліна); $y=2x$ – пряма горизонтальних напрямів поля (0-ізокліна). Таким чином, отримуємо наступний фазовий портрет системи (9) типу фокус (див. рис. 5).

3.2. Дійсні частини власних чисел дорівнюють нулю, тобто $\operatorname{Re}\lambda_{1,2}=\alpha=0$. Тоді фазові криві системи (8) – концентричні кола, а для вихідної системи (2) – концентричні еліпси і її фазовий портрет у цьому випадку називається ***центром***.

Приклад 6. Нехай маємо наступну лінеаризовану диференціальну систему

$$\dot{\varphi} = \begin{pmatrix} -9 & -5 \\ 17 & 9 \end{pmatrix} \varphi. \tag{10}$$

Знайдемо власні числа матриці $A=\begin{pmatrix} -9 & -5 \\ 17 & 9 \end{pmatrix}$.

$|A-\lambda E| = \begin{vmatrix} -9-\lambda & -5 \\ 17 & 9-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2-81+85=\lambda^2+4==\left(\lambda-2i\right)\left(\lambda+2i\right)=0$, звідки $\lambda_{1,2}=\pm 2i$. Отже, фазовий портрет системи (10) – центр, а її фазові криві – еліпси. Для точнішого зображення фазового портрету системи, знайдемо пару векторів $\overline{r_1},\overline{r_2}$, напрямлених уздовж головних осей еліпсів – фазових кривих. Неважко зрозуміти, що ці вектори мають задовольняти умову ортогональності: $\left(A\cdot \bar{r}\right)\cdot \bar{r}=0$. Якщо шукати розв'язок цього рівняння у вигляді $\bar{r}=\left(1;k\right)$, то воно зведеться до квадратного рівняння $3k^2+4k-3=0$, розв'язавши яке, отримуємо $k_1=\dfrac{-2-\sqrt{13}}{3}$, $k_{1,2}=\dfrac{-2+\sqrt{13}}{3}$, а отже $\overline{r_{1,2}}=\left(1;\dfrac{-2\pm\sqrt{13}}{3}\right)$. Таким чином, отримуємо наступний фазовий портрет системи (10) типу центр (див. рис. 6).

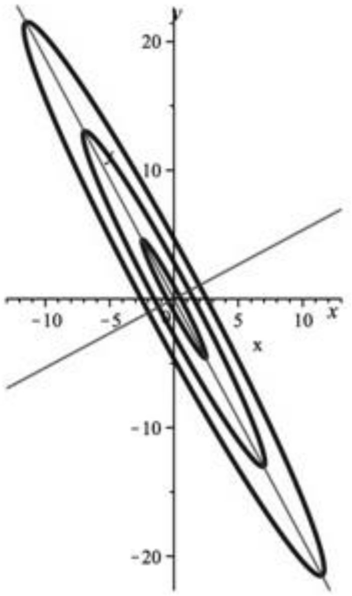


Рис.6

Список використаних джерел

1. Самойленко А. М. Диференціальні рівняння: Підручник (2-ге вид., перероб. і доп.). / А. М. Самойленко, М. О. Перестюк, І. О. Парасюк – К.: Либідь, 2003. – 600 с.
2. Самойленко А. М. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. Учеб. пособие (2-е изд., перераб.) / Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк Н. А. – М.: Высш. шк., 1989. – 383 с.
3. Арнольд В. И. Обыкновенные дирференциальные уравнения. / В. И. Арнольд. – Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. – 368 с.

Анотація. Дубина Т. Фазові портрети двовимірних лінеаризованих диференціальних систем. *У статті розглянуто та наведено приклади вигляду траєкторій двовимірних лінеаризованих диференціальних систем, або їх так званих фазових портретів, в залежності від відповідних співвідношень між коефіцієнтами системи. Показано, що співвідношення визначаються відповідними умовами на власні значення матриці коефіцієнтів.*

Ключові слова: *диференціальна система, фазовий портрет: вузол, сідло, дикритичний вузол, вироджений вузол, фокус, центр.*

Abstract. Dubyna T. Phase portraits of two-dimensional linearized differential systems. *The article examines and gives some examples of the trajectories (or the so-called phase portraits) of two-dimensional linearized differential systems, depending on the relation between the coefficients of the system. It is shown that the relations are determined by the corresponding conditions on the eigenvalues of the matrix of coefficients.*

Key words: *differential system, phase portrait: node, saddle point, proper node, improper node, spiral point, center.*

Душенко Богдана
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
bohdana.dushenko21@gmail.com
Науковий керівник – О.О.Одінцова

ТЕОРІЯ КОХАННЯ ВІД ВЧЕНИХ: ЯК ЦЕ ПРАЦЮЄ

На сьогодні математика охоплює різноманітні галузі людського буття. Прикладом застосування математичних знань у галузі дуже далекій від математики є алгоритм Гейла – Шеплі, що отримав Нобелівську премію 2012 року з економіки.

Задовго до розквіту сайтів знайомств двоє математиків – економістів Девід Гейл і Ллойд Шеплі вирішили заглибитись у вивченні питання вибору ідеальної пари. В результаті вони отримали алгоритм, що сьогодні працює на користь людства. Їх цікавило питання: як за допомогою математики можна було б підібрати людині такого партнера, який буде відповідати йому взаємністю. В результаті у 1962 році в журналі American Mathematical Monthly з'явилася робота Гейла і Шеплі "Вступ в коледж та стабільність шлюбів" (College admissions and the stability of marriage).

У даній статті розглядалися питання теорії коаліційних ігор (*коаліційними* називаються ігри в яких дії гравців спрямовані на максимізацію виграшів колективів (коаліцій) без подальшого їх поділу між гравцями), а саме: нехай існує n чоловіків та n жінок, і кожна людина ранжує всіх членів протилежної статі унікальним номером від 1 до N в порядку надання переваг. Якщо одружуються чоловіки і жінки разом так, що не існує двох людей протилежної статі, які б були кращі одне для одного, ніж їхні теперішні партнери, то всі шлюби «стабільні». Стабільне одруження називається *оптимальним* у відношенні до чоловіків, якщо не існує іншого такого стабільного одруження, в якому деякому чоловікові відповідала жінка, якій він надавав би більше переваг, ніж та, яка присвоєна йому на початку.

Набір правил, дотримання яких завжди призводить до утворення стабільних пар, отримав назву *алгоритму Гейла-Шеплі* або «*алгоритму відкладеної згоди*» (алгоритм запропонуй-і-відмов). Таким чином, за допомогою алгоритму Гейла - Шеплі можна утворити непорожню множину стабільних розподілів по парам, дотримуючись певних етапів:

1. Чоловіки роблять пропозицію найбільш бажаній жінці.
2. Кожна жінка з усіх пропозицій, що надійшли вибирає найкраще і відповідає на нього «може бути» (заручини), на всі інші відповідає «ні» (відмова).
3. Чоловіки, які отримали відмову, звертаються до наступної жінки зі свого списку переваг; чоловіки, які отримали відповідь «може бути», нічого не роблять.
4. Якщо жінка отримала пропозицію кращу за попередню, то вона, як і раніше претенденту (якому раніше сказала «може бути») говорить «ні», а новому претенденту говорить «може бути».
5. Кроки 1-4 повторюються доти, поки у всіх чоловіків не вичерпається список пропозицій, у цей момент жінки відповідають «так» на ті пропозиції, позначені «може бути», що є в них на даний момент.

Алгоритм завершується, коли більше немає чоловіків, охочих зробити пропозицію. В результаті всі «заручені пари» сходяться, а всі, хто залишився без пари, якщо такі є, залишаються самотніми.

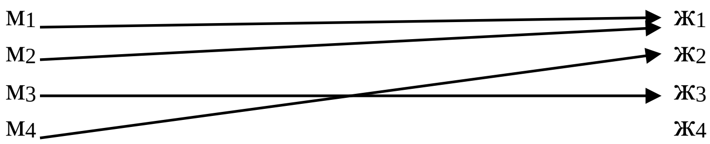
Наведемо конкретний приклад, що наочно демонструє, як відбувається розподіл на стабільні пари відповідно до описаного алгоритму.

Отже, нехай М = $\{м_1, ..., м_n\}$ - чоловіки і Ж = $\{ж_1, ..., ж_m\}$ - жінки – це дві скінченні непорожні множини гравців, що не перетинаються. Як було відзначено раніше, у кожного чоловіка є переваги на множині жінок і навпаки. Для того, щоб задати модель алгоритму, необхідно ввести дві множини гравців М і Ж і набір переваг Р. Представимо переваги чоловіків у вигляді впорядкованого списку Р(м$_i$) елементів множини Ж ⊃ {м$_i$}, а переваги жінок ж$_i$ у вигляді впорядкованого списку Р (ж$_j$) елементів множини М ⊃ {ж$_j$}, припускаючи, що всі переваги строгі. Тоді, наприклад, запис Р (м$_2$) = ж$_1$ ж$_5$ ж$_8$ ... ж$_3$ значить, що чоловікові м$_2$ найбільше подобається жінка ж$_1$, потім ж$_5$, а жінка ж$_3$ подобається йому найменше. Для простоти візьмемо рівну кількість чоловіків і жінок n= m= 4.

Визначимо набір переваг всіх гравців:

Р (м$_1$) = ж$_1$, ж$_3$, ж$_4$, ж$_2$	Р (ж$_1$) = м$_1$, м$_3$, м$_4$, м$_2$
Р (м$_2$) = ж$_1$, ж$_4$, ж$_3$, ж$_2$	Р (ж$_2$) = м$_1$, м$_4$, м$_2$, м$_3$
Р (м$_3$) = ж$_3$, ж$_2$, ж$_4$, ж$_1$	Р (ж$_3$) = м$_4$, м$_3$, м$_2$, м$_1$
Р (м$_4$) = ж$_2$, ж$_4$, ж$_1$, ж$_3$	Р (ж$_4$) = м$_2$, м$_1$, м$_4$, м$_3$

На першому етапі кожен чоловік робить пропозицію найбільш бажаній жінці, а кожна жінка приймає пропозицію чоловіка, що їй подобається.



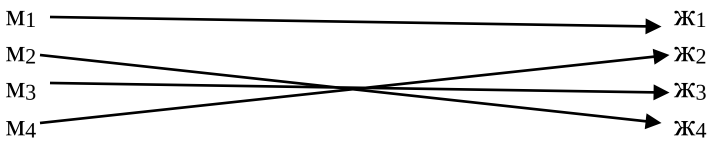
Так, м$_1$ робить пропозицію ж$_1$, м$_2$ - теж ж$_1$, м$_3$- ж$_3$, а м$_4$ - ж$_2$. Як ми бачимо з набору переваг м$_1$ також є найбільш привабливим для ж$_1$, тому вона прийме його пропозицію, і відмовить м$_2$. ж$_2$ і ж$_3$ також візьмуть пропозиції м$_4$ і м$_3$, незважаючи на те, що данічоловіки не є для них найбільш привабливими, оскільки більше пропозицій їм не надійшло. Однак, на відміну від ж$_1$, ж$_2$ і ж$_3$ скажуть не «так», а - «може бути ». Таким чином, за результатами першого етапу ми маємо три стабільні пари, одна з яких, а саме м$_1$ і ж$_1$ вже точно сформована.

м$_1$ ж$_1$

м$_3$ж$_3$

м$_4$ж$_2$

На другому етапі кожен знехтуваний чоловік знову робить пропозицію, але вже жінці, яка стоїть наступною в його списку. Кожна жінка в свою чергу порівнює нові пропозиції, що поступили на попередньому кроці, і відкидає всі з них, крім найкращого.



У нашому прикладі відмовили тільки чоловіку м$_2$, який цього разу робить пропозицію жінці ж$_4$. Як бачимо, на попередньому етапі ж$_4$ взагалі не надійшло жодної пропозиції, тому вона приймає пропозицію м$_2$ без всяких порівнянь, а м$_2$ не руйнує ні одну зі сформованих раніше пар. У результаті ми маємо чотири стабільні пари, тому що незустрічаються двоє людей з різних пар, які хотіли бутворити союз, а саме:

м$_1$ ж$_1$

м$_2$ ж$_4$

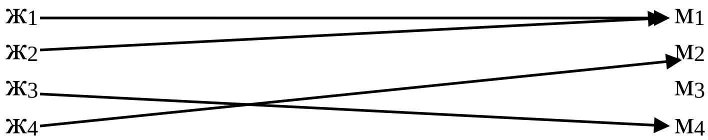
м$_3$ ж$_3$

м$_4$ ж$_2$

Однак, даний розподіл кращий з точки зору чоловіків, оскільки вони роблять пропозицію першими.

Цікаво подивитися, яким буде стабільний розподіл в нашому прикладі, якщо перший крок робитимуть жінки.

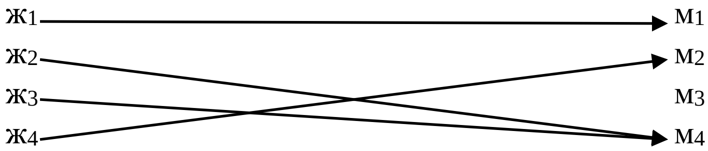
Маємо все ту ж знайому нам схему переваг, тільки напершому етапі пропозиції вже роблять не чоловіки, а жінки,керуючись своїми вподобаннями:



Вже за знайомим нам алгоритмом, $м_1$ вибирає $ж_1$ і відмовляє $ж_2$, оскільки $ж_1$ є для нього найкращим варіантом. $м_2$ і $м_4$ приймають пропозиції, відповідаючи на них «може бути». Таким чином, як і в першому випадку, ми маємо одну точно сформовану стабільну пару – $м_1$ і $ж_1$, що не дивно, адже вони займають перше місце в списку переваг один у одного. Також отримуємо дві пари $ж_3м_4$ і $ж_4м_2$, що можуть розпастися на наступних етапах.

$ж_1м_1$
$ж_3м_4$
$ж_4м_2$

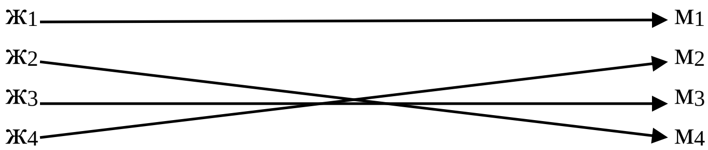
Тоді на другому етапі $ж_2$ залишившись без пари робить пропозицію наступному за списком своїх переваг кандидату, тобто $м_4$. Тепер $м_4$ має дві пропозиції - від $ж_2$ і від $ж_3$.



Вибираючи для себе найкращий варіант, $м_4$ відкидає $ж_3$ і каже «може бути» $ж_2$. У результаті ми маємо пари:

$ж_1м_1$
$ж_2м_4$
$ж_4м_2$

На третьому етапі відкинута $ж_3$ робить пропозицію $м_3$, якийзнаходиться без пари, і $м_3$ приймає пропозицію.



У результаті ми отримуємо набір стабільних пар, аналогічний тому, який ми отримали, коли першими пропозицію робили чоловіки.

$ж_1м_1$
$ж_2м_4$
$ж_3м_3$
$ж_4м_2$

Незважаючи на отриманий результат, помилково припускати, що стабільний розподіл, коли чоловіки роблять пропозиції першими, завжди збігається зі стабільним розподілом, коли перший крок роблять жінки. Те, що в розглянутому прикладі отримані пари збіглися, говорить лише про те, що даний розподіл – єдиний стабільний. Тільки в цьому випадку вигода обох сторін не змінюється в залежності від того, хто робить пропозицію. Якщо ж кількість стабільних розподілів більше за один, то та сторона, яка робить перший крок, має найбільший виграш.

Алгоритм працює для будь-якого числа партнерів, як би вони один одного не оцінили. Він знаходить не менше однієї стабільної пари для кожної людини.

В кінці своєї статті Гейл і Шеплі виловлюють сподівання, що їхня теорія знайде застосування на практиці. Багато теоретиків так пишуть, але далеко не у всіх мрія здійснюється. До слова, цей алгоритм був доопрацьованим третім вченим - Елвіном Ротом, який знайшов застосування розглядуваному алгоритму далеко за межами романтичних інтересів - при підборі шкіл для учнів, розподілі лікарів по медичним закладам і навіть для пошуку донорів. Саме за розроблений принцип підбору, який допомагає пацієнтам знаходити донорів, Рот отримав Нобелівську премію в 2012 році. Рот виходив з того, що багато людей хочуть пожертвувати нирку близьким, але не можуть це зробити через групу крові або інші чинники. Вчений переглянув систему, щоб допомогти несумісним парам "донор-реципієнт" знайти такі ж пари. Через складні ланцюжки обміну всі учасники отримали впевненість у тому, що відповідну людину буде знайдено. Як результат: тисячі людей отримали нирки і вижили, при тому, що раніше такої можливості у них не було.

На закінчення хотілося б ще раз наголосити на важливості розробленого алгоритму. Саме використання математичних методів в таких областях як кохання, медицина і освіта вже говорить про великі можливості, що відкриває перед вченими і дослідниками така наука, як теорія ігор. Можливо, настане час, коли для людей вже не буде дивним, що за допомогою математики можна знайти справжню любов або врятувати життя близької людини.

Список використаних джерел:

1. Ф.Т. Алексеров, С.Г. Кисельгоф, Лауреаты Нобелевской премии – 2012: Ллойд Шепли и Элвин Рот// Экономический журнал ВШЭ, 2012 год.
2. Gale D., Shapley L. S. (1962). College Admissions and the Stability of Marriage // American Mathematical Monthly. Vol. 69, No 1. P. 9—15.
3. Roth A. E. (1984). The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: a Case Study in Game Theory // Journal of Political Economy. Vol. 92, No 6. P. 991—1016.
4. Roth A. E. (1985). The College Admissions Problem is Not Equivalent to the Marriage Problem //Journal of Economic Theory. Vol. 36, No 2. P. 277—288.

Анотація. Душенко Б. Теорія кохання від вчених: як це працює. *У статті обговорюються основні результати теорії двосторонніх ринків, за яку Ллойд Шеплі і Елвін Рот отримали в 2012 р Нобелівську премію в галузі економіки. Описано алгоритм «відкладеної згоди», запропонований Гейлом і Шеплі у застосуванні до шлюбних ринків простому прикладі показано, як працює даний алгоритм.*
Ключові слова:*алгоритм Гейла-Шеплі, стабільний розподіл, пропозиція,коаліційні ігри, теорія ігор.*

Abstract. Dushenko B .The theory of love from scientists: how it works. *The article discusses the main results of the theory of bilateral markets, for which Lloyd Shepley and Elwin Roth received the 2012 Nobel Prize in Economics. Described the "delayed consent" algorithm proposed by Gail and Shapley in applying to marital markets, a simple example shows how this algorithm works.*
Keywords: *Gail-Sheply algorithm, stable distribution,proposition, coalitions games, game theory.*

Єлагіна Анна
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
an.elagina2014@gmail.com
Науковий керівник – О.В. Мартиненко

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ФУНКЦІЇ У СТАРШІЙ ШКОЛІ

Математика є одним із найважливіших досягнень культури і цивілізації, вона оперує абстрактними відношеннями і взаємозв'язками. Ідея функціональної залежності бере початок з давнини, коли люди вперше зрозуміли, що явища, які їх оточують є взаємопов'язаними. Вони ще не вміли рахувати, писати, але вже інтуїтивно відчували й перевіряли на практиці певні закономірності та робили висновки. З розвитком скотарства, землеробства, ремесла й обміну збільшилася кількість відомих людям залежностей між величинами. Ідея функціональної залежності міститься вже в перших математично виражених співвідношеннях між величинами, в перших правилах дій над числами, в перших формулах для знаходження площі і об'єму тих чи інших фігур. Однак явне, цілком свідоме застосування поняття функції та систематичне її вивчення починається в XVII столітті. Цьому значно сприяє проникнення в математику ідеї змінних величин.

Розвиток учення про функцію мав велике значення для пізнання реального світу. Прикладне значення даної теорії в математиці не можна перебільшити: за допомогою функцій можна розраховувати траєкторії руху літальних апаратів, спортивних снарядів; розробляти схеми шляхів сполучення, маршрутів, визначати місцезнаходження об'єктів, прогнозувати розвиток природних явищ та змін погоди; розв'язувати виробничі завдання, пов'язані з розподілом ресурсів, плануванням прибутків, логістикою і маркетингом.

Функціональні залежності значно легше сприймаються в графічній формі, оскільки природою ми орієнтовані, насамперед, на зорове сприйняття. . Графічні зображення є не тільки ілюстративними, вони мають і аналітичний характер. Тому для розв'язування багатьох завдань досить часто використовують графіки функцій. Вільне володіння технікою їх побудови допомагає у цьому процесі і часто є єдиним засобом вирішення. Функціональні залежності надають викладанню статистичних даних істотно більшу наочність, ніж таблиці, виразність, полегшують їх сприйняття і аналіз. На даний час вони широко застосовуються в обліковій та статистичній практиці підприємств і установ, науково-дослідній роботі, виробничо-господарській діяльності, в навчальному процесі та інших напрямах. Важливим тут є вміння читати графіки та встановлювати властивості функцій за графіком.

Функціональна лінія є однією з основних при навчанні математики в основній та старшій школах. При дослідженні функцій у старшій школі застосовуються методи математичного аналізу. Всі основні поняття диференціального числення природно вводити як узагальнення результатів розв'язання деяких прикладних задач. Це одразу виділяє головний прикладний зміст поняття, робить його більш природним та доступним для сприймання учнів. Дуже важливо, щоб отримані знання старшокласники могли застосувати у реальному житті при дослідженні різних процесів, для введення нових, більш змістовних понять природничих та технічних наук (миттєвої сили струму, питомої теплоємності, лінійної густини тощо).

При вивченні теми «Похідна та її застосування» вводиться поняття похідної, розкривається її геометричний і механічний зміст. Мова похідної дозволяє строго формулювати багато законів природи. При формуванні поняття похідної слід наголосити на тому, що похідна моделює не тільки швидкість механічного руху, але й швидкість зміни багатьох процесів, тобто характеризує швидкість зміни функції. Важливо підкреслити для учнів, що похідна використовується у багатьох дисциплінах: географії (сейсмографія, розміщення і чисельність населення), біології, економічній географії та інших науках. У хімії похідну використовують для визначення дуже важливої характеристики – швидкості хімічної реакції, одного з вирішальних факторів, який потрібно враховувати в багатьох галузях науково-виробничої діяльності.

Учні повинні вміти за допомогою похідної знаходити швидкість та прискорення нерівномірного руху, кутову швидкість обертання тіла, силу змінного струму, лінійну густину неоднорідного стержня тощо. Дуже важливо, щоб система вправ на формування навичок диференціювання містила функції, що описують реальні залежності між величинами. Доцільно сформувати навички побудови ескізу графіка похідної за графіком функції і навпаки. Використання деяких теорем, зокрема теореми Лагранжа спрощує доведення ознак монотонності та екстремуму функцій, при цьому достатньо обмежитись її наочною геометричною ілюстрацією.

Розглядаючи застосування похідної, слід передусім приділити увагу розв'язанню прикладних задач, зокрема на найбільше та найменше значення. Обчислюючи найбільші та найменші значення в практичних задачах, слід навести учням правило-орієнтир розв'язування таких задач:

1) Проаналізувати формулювання задачі; з'ясувати, найбільше (найменше) значення якої величини потрібно знайти; вибрати незалежну змінну (аргумент) x і записати цю величину у вигляді формули, що задає відповідну функцію;
2) Знайти найбільше та найменше значення цієї функції.

Часто в таких задачах може виявитися, що досліджувана величина залежить від двох змінних, наприклад x i t. У такому разі шукають співвідношення, яким пов'язані між собою ці змінні, і виражають одну змінну через іншу.

Слід звернути увагу учнів також на те, що в багатьох задачах уже за умовою можна визначити характер критичної точки, не досліджуючи знака похідної ліворуч і праворуч від неї. Проте в деяких задачах без такого дослідження обійтися неможливо. Доцільно розглянути задачі обох видів. Наведемо деякі приклади таких задач.

1. Відомо, що міцність балки з прямокутним поперечним перерізом прямопропорційна довжині основи перерізу і квадрату його висоти. Знайти розміри поперечного перерізу наймiцнішої балки, яку можна випиляти з круглої колоди діаметра d, якщо поперечний переріз балки вписано в переріз колоди.
2. Вартість утримання баржі за одну годину складається з вартості палива, яка пропорційна піднесеній до третього степеня швидкості баржі, і вартості амортизації баржі (заробітна плата команди, вартість обладнання тощо). Отже, загальна вартість утримання баржі за 1 годину виражається формулою $S = av^3 + b$, де $v -$ швидкість судна в кілометрах за годину. a i $b -$ коефіцієнти,

задані для кожного судна. За якої швидкості v загальна сума утримання на один кілометр шляху буде найменшою, якщо $a = 0{,}005, b = 40$? [3]

У курсі математики старшої школи за допомогою диференціального числення досліджуються властивості функцій, будуються їхні графіки, розв'язуються задачі на найбільше й найменше значення, обчислюються площі й об'єми геометричних фігур, поглиблюються історичні знання з математики. У даній темі вивчаються такі ознаки функції: монотонність, неперервність, найбільше і найменше значення, опуклість. Перед тим, як ввести ознаки монотонності функції, доцільно почати з графічних ілюстрацій відомих учням найпростіших функцій $y = x^2$ і $y = x^3$. На основі розглянутих прикладів учні самостійно сформулюють зазначені достатні умови. Треба наголосити на тому, що достатні умови є оберненими твердженнями щодо властивостей функцій, які можна побачити з графіка, та їх похідних[3].

Під час навчання дослідженню функцій на екстремуми, найбільше та найменше значення, спочатку доцільно ввести низку нових для учнів понять: точка максимуму функції, точка мінімуму функції, точка екстремуму, максимум функції, мінімум функції, екстремуми функції. Деякі учні плутають поняття «точка максимуму функції» і «максимум функції», «точки екстремуму функції» і «екстремум функції». Слід спеціально підкреслити, що коли йдеться про точки максимуму (мінімуму), точки екстремуму функції, то мається на увазі значення аргументу, а в разі вживання понять максимум (мінімум), екстремум йдеться про значення функції. Важливо також наголосити на тому, що екстремуми характеризують поведінку функції в як завгодно малому околі точки x_0, а не на всій області визначення чи на відрізку області, де визначений максимум функції в певній точці може виявитись меншим від мінімуму в іншій точці. При введенні понять найбільшого і найменшого значень функції треба чітко пояснити учням, що останні два поняття характеризують поведінку функції на певному відрізку$[a; b]$. При введенні поняття «критичні точки функції» особливу увагу треба звернути на ті критичні точки, де похідна не існує, проілюструвавши їх відповідним графіком. [1]

Дуже важливо, при навчанні учнів досліджувати функції, разом з ними складати алгоритми дослідження певних властивостей.

Завдання на застосування методів математичного аналізу є у зовнішньому незалежному оцінюванні. На ЗНО найчастіше зустрічаються завдання, в яких треба указати парну чи непарну функцію, максимум і мінімум функції, множину значень, область визначення, знайти похідну функції у заданій точці, знайти рівняння дотичної до графіка. Наведемо деякі приклади завдань.

1. Знайдіть найбільше і найменше значення функції f на вказаному відрізку: $f(x) = \sin x - \cos x$, $[0; \pi]$.
2. Знайдіть похідну функції $f(x) = \sqrt{6x - 7}$.
3. Чому дорівнює кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = x^3 - 2x$ у точці з абсцисою $x_0 = -1$?
4. Тіло рухається по координатній прямій за законом $s(t) = 3t^2 - 2t + 1$ (переміщення вимірюється у метрах, час – у секундах). Чому дорівнює швидкість тіла через 3 с після початку руху? [2].

Таким чином, поняття функції – одне з фундаментальних понять математики. Його вивчення – найважливіша задача школи. Прикладне значення – мотивація, вміння використовувати у житті функціональні залежності. Методи функціонального аналізу дозволяють досліджувати різні властивості функцій та будувати графіки. У курсі «Алгебра і початки аналізу» є можливість крім традиційних засобів навчання використовувати інформаційні технології, зокрема персональні комп'ютери, мікрокалькулятори.

Список використаних джерел

1. Застосування похідної до дослідження функцій [Електронний ресурс] / - Режим доступу: https://xn--80aaivjfyj3e.com/prepodavaniya-matematiki-metodika/zastosuvannya-pohidnoji-doslidjennya-125234.html

2. Мерзляк А.Г. Алгебра. 11 клас : підруч. для загальноосвіт. навчальн. закладів : академ. Рівень, проф. рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2011. – 431 с. : іл.

3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник длястудентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.:іл.

Анотація. Єлагіна А. Застосування методів математичного аналізу при дослідженні функцій у старшій школі. *У статті розглянуто застосування методів математичного аналізу, описано навчальний матеріал та завдання щодо теми дослідження, показано важливість даної теми при розв'язуванні задач прикладного змісту. Наведено приклади завдань на застосування похідної, які використовуються на ЗНО.*

Ключові слова: *функція, дослідження функції, методи математичного аналізу.*

Abstract. Yelahina Anna. Application of methods of mathematical analysis in the study of function in high school. *The article deals with the application of methods of mathematical analysis, describes the educational material and tasks in relation to the topic of the invenstigation, shows the importance of this topic in solving problems of applied content. Examples of tasks for the use of the derivative used in the external testing are given.*

Keywords: *function, function research, methods of mathematical analysis.*

Крикля Інна
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
inna.kryklia@gmail.com
Науковий керівник – М.Г.Друшляк

ВИКОРИСТАННЯ МНЕМОТЕХНІКИ ПРИ ВИЧЕННІ МАТЕМАТИКИ: МЕТОДИ ТА ПРИЙОМИ

Найважливішим завданням сучасної освіти є раціоналізація інтелектуальної діяльності за рахунок використання нових педагогічних технологій, засобів і методів, що дозволяють радикально підвищити ефективність і якість підготовки учнів, здатних творчо підходити до вирішення складних завдань, які вміють на практиці застосовувати ті знання і навички, які вони отримали в процесі навчання у школі.

Тривалий час у загальноосвітніх навчальних закладах переважаючою була методика, яка зводилась лише до запам'ятовування знань. Така методика недостатньо орієнтована на розвиток особистості, здатної не тільки засвоювати готові знання, а й творчо їх переробляти, вона ускладнює справжнє засвоєння, змушуючи учня займатися протиприродною для творчої людини, справою – заучуванням «знань», які запам'ятовуються без видимого зв'язку між собою.

Сьогодні у деяких випадках у процесі засвоєння нового навчального матеріалу в учнів не формуються міцні знання. Тому, як цілком слушно зазначається у Національній доктрині розвитку освіти, актуальною є проблема інтенсивного навчання учнів, розвитку їх пізнавальної активності, уміння мислити і самостійно оволодівати новими знаннями. Тому необхідним є обґрунтування і впровадження у практику нових технологій, здатних забезпечити міцні й ґрунтовні знання учнів.

Одним із важливих принципів сучасної освіти є оптимізація навчання через застосування новітніх освітніх психолого-педагогічних технологій і, зокрема, «мнемотехніки».

Мнемотехніка (від грецької «mnemonikos» – мистецтво запам'ятовування) – це спосіб запам'ятовування нової інформації шляхом утворення асоціативних зв'язків за допомогою спеціальних методів і прийомів. Мнемотехнічні прийоми передусім застосовують для поліпшення засвоєння складної інформації, що не має встановлених логічних зв'язків між її елементами з погляду людини, яка її запам'ятовує, і потребує тривалого зберігання та подальшого відтворення, наприклад: послідовність цифр, телефонні номери, історичні дати, формули, правила тощо.

Основними мнемічними процесами є: збереження, забування, відтворення і впізнавання. Відомо, що пам'ять – найбільш тренований пізнавальний процес. Головна умова розвитку пам'яті вправи і тренування. Адже саме на пам'ять у процесі навчання припадає особливе навантаження. Від рівня розвитку мнемічних процесів здебільшого в чому залежить успішність навчання учнів. На думку американського психолога Л. Терстоуна, існує набір незалежних здібностей, які визначають успішність інтелектуальної діяльності, зокрема, словесне розуміння; мовна швидкість; числовий фактор; просторовий фактор; *асоціативна пам'ять*; швидкість сприймання; індуктивний фактор.

Роль мнемотехніки полягає в компенсації саме "природних недоліків" у пам'яті людини. Загальновідомо, що обробка, зберігання і відтворення отриманої інформації – це важливий аспект інтелектуальних можливостей людини, що визначає її здатність до самоосвіти і розвитку.

Мнемотехніка допомагає вирішити такі основні навчальні та виховні завдання:

- розширити творчі можливості дитини, завдяки гармонійній роботі лівої (логіка) і правої (творчість, образне мислення) півкуль головного мозку;

- сформувати вміння ефективно і самостійно вчитися;
- підвищити самооцінку дитини завдяки результативності у навчанні;
- зменшити стреси від навчання;
- збільшити навчальну мотивація, а з нею успіхи;
- звільнити час від запам'ятовування для продуктивної та творчої роботи;
- розвивати образну пам'ять;
- виховувати самостійність в інтелектуальній та практичній роботі.

Методика мнемотехніки ґрунтується на науковій основі і спрямована на вивчення явища запам'ятовування великої кількості інформації, її обробку для довготривалого зберігання та комфортного відтворювання. При отриманні інформації дитина виступає не в ролі об'єкта, а в ролі суб'єкта інформації, що дає змогу їй з цією інформацією працювати.

Умовами успішного запам'ятовування навчальної інформації є відстрочка відтворення матеріалу на кілька днів, розподіл часу його вивчення, приділення пильної уваги матеріалу, що вивчається, його розуміння, і осмислення матеріалу, а також його структурування.

Переважна більшість наших систематичних знань виникає в результаті спеціальної діяльності, мета якої запам'ятати відповідний матеріал, щоб зберегти його в пам'яті.

Проаналізувавши психолого-педагогічну літературу з даної тематики вдалося скласти класифікацію всіх методів і прийомів, що поліпшують засвоєння нової інформації.

Нагадаємо, що с*посіб* – певна дія (послідовність дій), прийом або система прийомів, яка дає можливість зробити, здійснити що-небудь, досягти чогось; *прийом навчання* – сукупність конкретних навчальних ситуацій, що сприяють досягненню проміжної (допоміжної) мети конкретного методу.

Нами було виокремлено п'ять методів мнемотехніки: перетворення, зв'язування, порядкова система, підсилення та збереження, кожен з яких складається з певної кількості мнемотехнічних прийомів [1, 2].

Метод «Зв'язування» – це метод об'єднання інформаційних одиниць за допомогою створення між ними асоціативних зв'язків.

Метод складається з наступних прийомів: сюжет, рифмізація, послідовні асоціації, склеювання, синтез, перша буква, абревіатура, логічні питання.

<u>Приклад 1.</u> Прийому «рифмізація». При вивченні теми «Дріб від числа» (5 клас) для запам'ятовування правила множення дробу на число вчитель може запропонувати учням рифмовані рядки.

Дріб від числа хочемо знайти,
Не потрібно нікого тривожити.
Нам потрібно дане число
На цей дріб помножити.

Метод «Перетворення» – це метод первинної обробки інформації, який перетворює складну для сприйняття інформацію у зручну форму для ефективного відтворення.

Метод складається з наступних прийомів: аналогія, трансформація, піктограми, стенографіст, фонетична асоціація, неологізм, цифрообраз, цифро-буквений код, індивідуальна асоціація, закономірність.

<u>Приклад 2.</u> Прийом «закономірність». Для запам'ятовування правила множенні двозначних чисел на 11 (5 клас) вчитель може запропонувати учням наступне мнемотехнічне правило: між двома цифрами числа, яке множать на 11, достатньо поставити цифру їх суми, і отримаємо потрібен добуток.

Наприклад, 41 • 11 = 451 (4 + 1 = 5), 36 • 11 = 396 (3 + 6 = 9).

Метод «Порядкова система» – це метод, призначений для запам'ятовування інформаційних одиниць разом з їх порядковим номером з використанням спеціально підібраної системи образів. Метод передбачає роботу в два етапи.

Метод складається з наступних прийомів: опорний план-конспект, інтер'єр, топографія, антропометрія, нумерація, тактильний прийом.

Приклад 3. Прийом «опорний план-конспект». Вчитель разом із учнями може скласти опорний конспект до теми «Задачі на рух», що допоможе у запам'ятовування основних формул та принципів розв'язування задач такого типу.

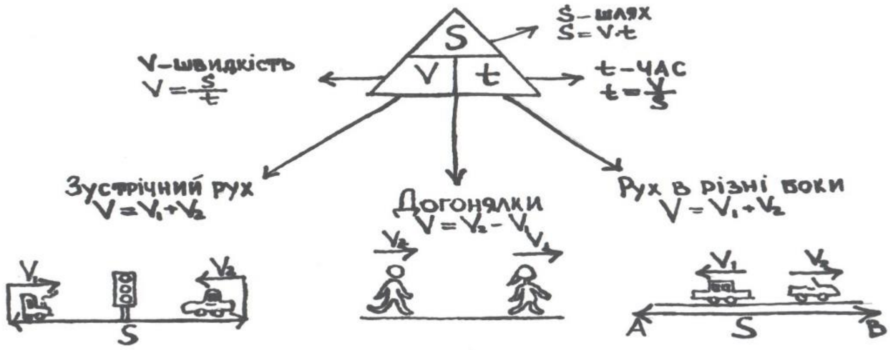


Рис.2. Опорний конспект до теми «Задачі на рух»

Метод «Посилення» – це метод підвищення ефективності сприйняття, збереження і відтворення створених асоціативних зв'язків і образів, сформованих методами «перетворення», «зв'язування» і «порядкова система».

Метод складається з наступних прийомів: модальність, ознака, уособлення, гіпербола, комік, небилиця, стерео, кольоровий акцент, візуалізація, тлумачення, емоційний акцент.

Приклад 4. Прийом «візуалізація». При вивченні теми «Розв'язування лінійних нерівностей з однією змінною» (9 клас) учні не завжди можуть правильно позначити проміжки за допомогою штрихів. Тоді вчитель може показати учням деякі вправи, що допоможуть при розв'язуванні нерівностей: знак нерівності потрібно домальовували до стрілки, яка показує напрямок штрихування. Наприклад, нерівність $x > 5$ перепишемо так $x \to 5$ і відразу стає зрозумілим, штрихувати потрібно справа від точки 5 (стрілка візуалізує напрям штрихування). Або тримаємо перед грудьми зігнуту в лікті руку – праву чи ліву – у відповідності до знаку нерівності, і лікоть буде показувати напрямок штрихування.

Приклад 5. Прийом «візуалізація». При вивченні теми «Квадратні рівняння» (8 клас) вчитель може запропонувати учням схему дослідження кількості коренів квадратного рівняння залежно від значення дискримінанта (рис.2).

Рис.2. Схема дослідження квадратного рівняння

Метод «Зберігання» – це метод, призначений для збільшення часу збереження і ефективного відтворення інформації, яка зберігається у пам'яті за допомогою спеціальної активізації.

Метод складається з наступних прийомів:

- раціональне повторення – це прийом, при якому тривалість зберігання інформації в памяті досягається за рахунок певного режиму, способу та форми повторення;
- усвідомлення – це прийом, при якому тривалість зберігання інформації в пам'яті досягається за рахунок усвідомлення логічних взаємозв'язків в ній;
- практичне застосування – це прийом, при якому тривалість зберігання інформації в памяті досягається за рахунок практичного застосування засвоєної інформації за допомогою ігрових методик, практичних навичок, тренажерів, дослідів, імітації життєвих ситуацій.

Використання мнемічних прийомів може допомогти значно полегшити запам'ятовування інформації, зробити цей процес не тільки швидким і ефективним, але й приємним, зрозумілим і цікавим.

Список використаних джерел

1. Чепурной Г. А. Образовательная мнемотехника: технологии эффективного усвоения информации. Учебно-методическое пособие / Г. А. Чепурной, Л. В. Бура. Ялта, 2015. – 115 с.

2. Чепурний Г. А. Як навчитися легко вчитися. Навчально-методичний посібник / Г.А. Чепурний, Ю.В. Палійчук Ю.В., С.В. Ковальов. – Вінниця: ВМГО «Розвиток», 2006. – 80 с.

Анотація. Крикля І. Використання мнемотехніки при виченні математики: методи та прийоми. *В статті акцентовано увагу на важливості використання мнемотехніки як активного методу навчання. Розкрито значення поняття мнемотехніка. Виокремлено методи та прийоми мнемотехніки. Наведено приклади використання деяких мнемотехнічних прийомів.*

Ключові слова: *математика, мнемотехніка, метод, спосіб, прийом.*

Abstract. ***Kryklya I. The use of mnemonics in the study of mathematics: methods and techniques.*** *The article focuses on the importance of using mnemonics as an active teaching method. The meaning of the concept of mnemonics is revealed. The methods and techniques of mnemonics are singled out. Examples of using some mnemonic techniques are given.*

Keywords: *memorization, assimilation of new information, mnemonics, mnemonics techniques.*

Лаштун Олександра
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
lashtunalexandra@gmail.com
Науковий керівник – А.О. Розуменко

ПІДРУЧНИК З МАТЕМАТИКИ ЯК ОСНОВНИЙ ЗАСІБ НАВЧАННЯ

Підручник є основним засобом навчання, він має великий потенціал для засвоєння і поглиблення знань, формування і розвитку умінь і навичок, що є важливим чинником у формуванні загальнопредметних і предметних (галузевих) компетентностей. Саме підручник «вважається провідним компонентом навчально-методичного забезпечення» [2, с. 48].

Метою статті є аналіз функцій підручника як основного засобу навчання геометрії в школі та методичних особливостей його використання у процесі вивчення математики.

Підручник призначений передусім для учнів відповідного віку. Водночас у деяких підручниках математики є матеріал, потрібний учителеві для організації навчально-пізнавальної діяльності учнів. Крім того, підручником користуються батьки, допомагаючи учням під час виконання домашніх завдань і контролюючи їхню роботу. Тому стаття буде актуальною для вчителів, студентів педагогічних вузів та батьків.

Підручник – це навчальне видання, яке систематизовано відтворює зміст навчального предмета, курсу, дисципліни відповідно до офіційно затвердженої або експериментальної навчальної програми. Сучасний підручник з математики – модель освітнього процесу в школі. Він є джерелом знань; засобом навчання; постійного самовдосконалення; інструментом для досягнення освітньої і виховної мети.

Сучасний шкільний підручник, зміст якого відповідає державним стандартам і навчальним програмам, був і залишається провідним засобом навчання, виступаючи багатофункціональним джерелом знань, засобом їх усвідомленого засвоєння на різних етапах навчання. Підручник як багатофункціональну систему навчання і розвитку досліджували Д. Зуєв, Г. Гранік, А. Блох, І. Лернер, В. Біблер, В. Безпалько, А. Гречихін, Н. Кодлюк, В. Максаковський.

Головним завданням підручника, як основного засобу системи навчання, є забезпечити на методичному і науковому рівнях, відповідно до вікових особливостей учнів доступний програмний матеріал, максимально допомогти кожній дитині оволодіти новими знаннями, вміннями та навичками, засвоїти, закріпити і навчити застосовувати їх у практичній діяльності.

Змістове наповнення шкільного підручника повинно відповідати навчальній програмі, її цілям, вимогам щодо рівня навчальних досягнень учнів, орієнтуватися на базові компоненти змісту освіти навчального предмета. Слід зазначити, що автор підручника може вносити деякі корективи у послідовність викладу матеріалу, але не втрачаючи логічної цілісності викладу.

У підручнику викладено основи знань і способів діяльності відповідно до цілей навчання, визначених програмою. Дидактичні вимоги потребують забезпечення доступності, наочності, систематичності, стислості викладу матеріалу, наявності засобів мотивації учіння, розвитку мислення, пізнавальної активності й цікавості до предмета, диференціації навчання, спрямованості та формування загально навчальних умінь [3, с.

103]. Усі принципи використовуються у поєднанні, доповнюючи й зумовлюючи один одного.

На теперішній час найбільше поширення одержали підручники з геометрії наступних авторів: О.В. Погорєлов, Г.П. Бевз і ін., Мерзляк А.Г. та ін. та М.І. Бурда. Відзначається неоднозначне відношення вчителів до цих підручників. У методичній літературі є і позитивні й негативні відгуки про них: деякі методисти вважають, що певні підручники непридатні для сучасної школи, інші ж, навпаки, захоплюються тим або іншим підходом автора до викладу шкільного курсу геометрії. Одні вважають необхідним аксіоматичний підхід, інші акцентують увагу на збільшенні умов для організації розумової діяльності учнів.

У сучасних умовах шкільні підручники зазнають значних змін і трансформацій порівняно з минулими роками, що пояснюється варіативністю навчальних програм, які дають можливість забезпечувати широкий їх вибір. Нове покоління підручників базується на інноваційних підходах до їх конструювання, що здійснюється із врахуванням сучасних вимог до змісту, обсягу та методичних конструктів.

Не зважаючи на зміни у програмі, однією з найважливіших особливостей підручників є їхня постійність, тобто він може слугувати джерелом інформації кілька років. Більшість з них мають дві складові: ядро і оболонку. Ядро концентрує головні ідеї навчального курсу, оболонка є системою інформації тимчасового характеру, яка здебільшого підлягає змінам.

Підручник є комплексною інформаційною моделлю, яка у своїй структурі містить три основні блоки: 1) вимоги до результатів роботи учня з підручником (до кожної теми, розділу чи модуля); 2) текстовий блок, що розподіляється на основний, додатковий і пояснювальний; 3) блок діяльнісного спрямування (запитання та завдання на репродуктивну, проектну, творчу, емоційно-ціннісну, рефлексивну, контрольно-оцінну діяльність).

Виокремлюють такі основні функції підручників [4]:

- освітня (забезпечення процесу засвоєння учнями певного обсягу знань, формування пізнавальних умінь і навичок);
- розвивальна (розвиток мислення учня, формування здібностей);
- виховна (здатність підручника впливати на світогляд учня, різні види почуттів);
- дослідницька (спонукання учня до самостійного розв'язування проблеми).

Підручник з математики містить завдання різного ступеня складності, це дозволяє диференційовано підійти до учнів при організації самостійної роботи залежно від можливостей і стану їхніх знань.

Усні та письмові вправи відповідно до характеру та ступеня самостійності учнів діляться на:

1) вправи репродуктивні, тобто на відтворення навчального матеріалу;
2) вправи продуктивні, які вимагають часткового застосування знань у нових ситуаціях;
3) вправи творчі, метою яких є використання нетипового підходу до розв'язання математичної проблеми [1].

Важливим завданням навчання математики є формування в учнів уміння працювати з підручником. Потрібно спеціально навчати учнів читанню підручника і науково-популярної літератури з математики. Зміст, форми і місце роботи з підручником визначаються віком учнів, рівнем їхньої математичної підготовки і наявними вміннями працювати з книжкою.

Виділялися чотири основні групи умінь:

1) організаційні;
2) інформаційні;
3) інтелектуальні;
4) комунікативні.

Уміння і навички самостійної роботи з підручником стосуються другої і третьої груп. Потрібно навчити дітей самостійної роботи з книгою, адже саме підручник є «провідником» між знаннями, які учень отримав в класі та між знаннями, при самостійному опрацюванні та виконанні завдань вдома. Але математичний текст дуже відрізняється від інших, а саме:

1) наявністю багатьох математичних понять, термінів, формул, символів (коли учень не знає хоч якого-небудь терміну чи символу, що є в тексті, він не зможе його зрозуміти);
2) наявністю різних схематичних рисунків, тісно пов'язаних з текстом (на них треба дивитися паралельно з читанням тексту; читати доводиться не абзацами і навіть не реченнями, а частинами речень);
3) стилем викладу, чіткістю, лаконічністю, строгістю.

Опрацювання підручника з математики потребує посиленої уваги, орієнтування в матеріалі, знання всього попереднього матеріалу. У математичному тексті на кожному кроці доводиться зустрічатися з різними посиланнями на наведені раніше теореми, означення, задачі, аксіоми. Опрацьовувати підручник треба з олівцем у руках. Учителю потрібно розуміти, що вміння читати математичний текст виробляється поступово. Щоб навчити учнів працювати над математичним підручником, треба відвести кілька спеціальних уроків у 5 і 6 класах (а якщо потрібно, то й у старших).

Для роботи з підручником на уроці можна рекомендувати такі методи і форми:

1. Читання тексту підручника після пояснення вчителя.
2. Розгляд прикладів у підручнику після пояснення їх учителем з метою закріплення, наведення власних прикладів.
3. Читання вголос учителем тексту підручника з метою навчання учнів виокремленню головного в тексті, розбиття його на змістовні частини, складання плану.
4. Читання тексту учнями, виокремлення в ньому головного і змістовних частин.
5. Самостійне читання тексту учнями, складання плану і відповідь на запитання вчителя або підручника.

У старших класах доцільно практикувати самостійне вивчення учнями за підручником окремих тем, відшукання ними нових понять, правил, формулювань і доведення теорем, наведення прикладів застосування вивченого матеріалу, зокрема в суміжних дисциплінах та на практиці.

У підручниках з математики дуже велику роль відіграє використання наочності. Виділяють такі функції наочності :

1) пізнавальна: основою є формування пізнавального образу об'єкту, що вивчається, подання матеріалу для учнів у доступному, зрозумілому вигляді;
2) функція управління діяльністю: участь в орієнтовних, контролюючих і комунікаційних діях; орієнтовні – будова малюнка; контролюючі - виявлення

недоліків при порівнянні з малюнком в підручнику; комунікаційні – аналіз одержаних результатів;

3) інтерпретаційні функції: розгляд кожної з можливих моделей фігури (аналітичної або геометричної), яка в певних випадках може слугувати наочністю;
4) естетичні функції наочності і опосередковані методичні функції: забезпечення цілеспрямованої уваги учня, запам'ятовування при повторенні учнем навчального матеріалу, використання прикладної спрямованості.

Отже, можна зробити наступні висновки:

1. Підручник є основним засобом навчання, джерелом знань, що формує світогляд учнів, розвиває здібності особистості, формує вміння та навички самостійної роботи тощо.
2. Підручник повинен відповідати державним стандартам і навчальним програмам, забезпечуючи реалізацію всіх принципів навчання.
3. Підручник з математики повинен містити диференційовані завдання, різні типи наочності, формувати в учнів навички самостійної роботи.
4. Різноманітні методи і форми роботи з підручником є невід’ємною складовою процесу навчання.

Список використаних джерел

1. Гаврилов О.В. Спеціальна методика викладання математики в допоміжній школі: Курс лекцій: Навчальний посібник /Олексій Вікторович Гаврилов, – Хмельницький: ПП Пантюк С.Д., 2003. – 272 с.
2. Пичугина Г. В. Образовательная область «Технология»: каким быть учебнику // Педагогика. – 2003. – № 3. – С. 44–51.
3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. і переробл. / Зінаїда Іванівна. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.
4. Чайка В. М. Основи дидактики: навч. посіб. / В. М. Чайка. – К.: Академвидав, 2011. – 240 с.

Анотація. Лаштун О. Підручник з математики як основний засіб навчання. *У статті проаналізовано підручник як основний засіб навчання. Зосереджено увагу на особливостях змістового наповнення підручника, його функціях, типах завдань та наочності. Акцентується увага на формах роботи з підручником.*

Ключові слова: *підручник, функції підручника, робота з підручником.*

Abstract. Lashtun O. Textbook from mathematics as basic means of studies. *A textbook as basic means of studies is analysed in the article. Attention is concentrated on the features of the semantic filling of textbook, his functions, types of tasks and evidentness. Attention is accented on the forms of work with a textbook.*

Keywords: *textbook, functions of textbook, work with textbook.*

Логвін Анастасія
Магістр, спеціальність «Середня освіта (Математика)»
Anastasialogvin2@gmail.com
Науковий керівник – Ю.В.Хворостіна

ЗАДАЧІ ПРИКЛАДНОГО ХАРАКТЕРУ У ЗОВНІШНЬОМУ НЕЗАЛЕЖНОМУ ОЦІНЮВАННІ З МАТЕМАТИКИ

Останні десять років провідні країни світу та Європи обговорюють важливе питання – можливість надання людині виключно корисних, актуальних знань, вмінь та компетентностей, які б сприяли гармонійній взаємодії із стрімким розвитком глобального суспільства. Сучасні освітні програми одним із шляхів оновлення змісту освіти й технологій навчання вважають орієнтацію на компетентнісний підхід та створення дієвих механізмів його реалізації. Доцільно в навчанні математики змістити акцент зі знання фактів та застосування навичок у знайомих ситуаціях на розвиток в учнів критичного мислення та інтелектуальних вмінь, що застосовні у розв'язуванні творчих задач, а також пошук відповіді у незнайомих ситуаціях. Практично зорієнтовані завдання стають актуальними у навчальному процесі, що підкреслює єдиність математичних знань із різними сферами людського життя.

У сучасній методичній літературі відсутнє єдине трактування поняття «текстова задача», деякі автори утотожнюють поняття «сюжетна задача» і «текстова задача». Власне формулювання означення наведено у шкільних підручниках таких авторів: Г.П. Бевз, О.Б, Єпішева, В.І. Крупич, Л.О. Соколенко, З.І. Слєпкань, А.А. Столяр, В.О. Швець. У роботах О.І. Матяш, Л.Ф. Михайленко розкрито роль текстових задач у формуванні математичної компетентності учнів основної школи [3, 5].

Метою даної роботи є аналіз прикладної спрямованості завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики, обґрунтування важливості розв'язання сюжетних задач.

У статті 12 Закону України «Про освіту» від 05.09.2017 визначено поняття математичної компетентності як одне з «ключових компетентностей, необхідних кожній сучасній людині для успішної життєдіяльності». Учень, який володіє математичною компетентністю вільно оперує числовою інформацією, геометричними об'єктами як на площині так і в просторі, встановлює взаємовідношення між реальними об'єктами реального світу. Це нове мислення, усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку економічного, технологічного та оборонного потенціалу країни. Формування даного виду компетентностей неможливе без розв'язування сюжетних задач, умова для яких виникає із реальних життєвих ситуацій.

У програмі зовнішнього незалежного оцінювання з математики виокремлено одне із основних завдань ЗНО з математики – оцінка вмінь учасників «будувати математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ та досліджувати ці моделі засобами математики».

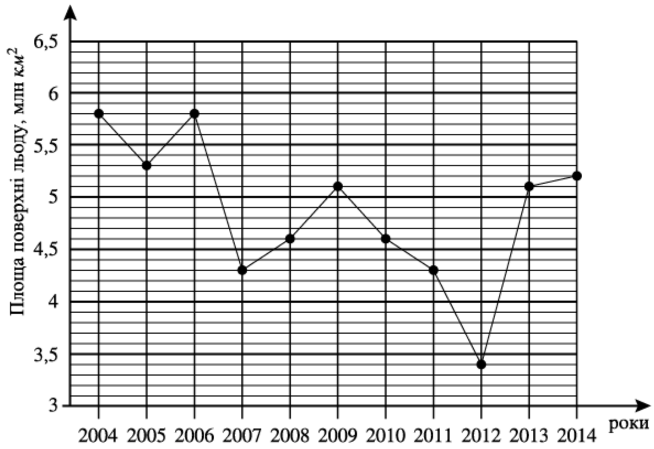
Завдання ЗНО практичного змісту були представлені у завданнях таких типів:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді (перевірка уміння аналізувати та працювати з даними в табличній, текстовій та графічній формах, застосування властивостей геометричних фігур та тіл до розв'язання задач прикладного характеру);
- структуроване завдання відкритої форми з короткою відповіддю (розв'язування сюжетних задач на відсоткові співвідношення та пропорції);
- неструктуроване завдання відкритої форми з короткою відповіддю (обчислення ймовірності випадкових подій, розв'язання комбінаторних задач).

Нами був здійснений аналіз завдань ЗНО з математики 2016 рік (основна сесія), 2017 рік (основна сесія), 2017 рік (додаткова сесія), 2017 рік (пробне тестування) у контексті виокремлення та аналіз завдань прикладної спрямованості. Складність тестового завдання (P-value) – успішність учасників тестування у виконанні цього завдання. Цей показник розраховується як відношення (у відсотках) кількості балів, набраних усіма учасниками за виконання даного завдання до максимальної кількості балів, яку могли б одержати за його виконання.

Завдання 1 (2016 р., основна сесія, №10)

На рисунку жирними точками позначені річні мінімуми площі поверхні арктичного льоду, що спостерігалися в період з 2004р. по 2014 р. (для наочності точки з'єднано відрізками). По горизонталі відмічено роки, а по вертикалі – площу поверхні льоду (у млн км^2). Користуючись наведеною інформацією, визначте із вказаного періоду рік, у якому величина річного мінімуму площу поверхні льоду змінилась найбільше порівняно з попереднім роком.

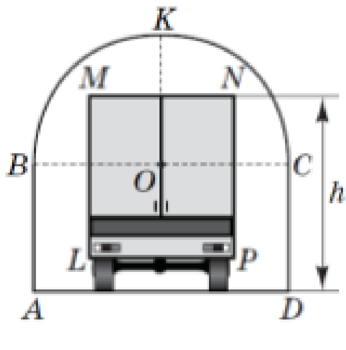


А	Б	В	Г	Д
2006 р.	2007 р.	2009 р.	2012 р.	2013 р.

Рис. 1

Правильна відповідь: Д. Харківський регіональний центр оцінювання якості освіти надає такі статистичні дані: відповідь Д була присутня у бланках 57,71% учасників, 24,5% учнів обрали відповідь Г. Причинами такої великої частки неправильних відповідей виділяють неуважність, а також складність у розумінні вимоги задачі: визначення року найбільшої зміни річного мінімуму площі поверхні льоду.

Завдання 2 (2017р., основна сесія, № 19)



На рисунку зображено поперечний переріз аркового проїзду, верхня частина якого (дуга ВКС) має форму півкола радіуса ОС = 2 м. Відрізки АВ і DC перпендикулярні до AD, AB = DC = 2 м. Яке з наведених значень є найбільш можливим значенням висоти h вантажівки, за якого вона зможе проїхати через цей арковий проїзд, не торкаючись верхньої частини арки (дуги ВКС)? Уважайте, що LMNP – прямокутник, у якому MN = 2,4 м і MN || AD.

А	Б	В	Г	Д
4,4 *м*	4 *м*	3,7 *м*	3,5 *м*	3,2 *м*

Правильна відповідь Г. Складність цього завдання (P-value) становить 24,3. Відповіді учасників розподілилися таким чином: відповідь А – 12,2%, відповідь Б – 10,7%, відповідь В – 24,7%, відповідь Г – 24,3%, відповідь Д – 27,4%.

Розв’язання

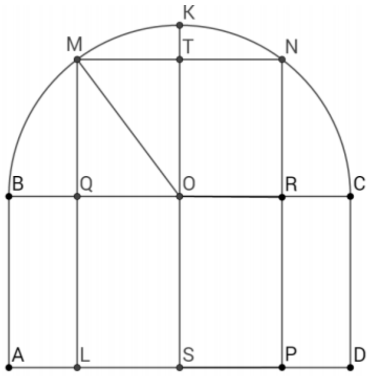


Рис. 3

OM = OC = 2 м (радіус півкола).
MT= 0,5 MN = 2,4 / 2 = 1,2 м (симетрія відносно осі SK).
З прямокутного трикутника OMT за теоремою Піфагора:

$$\mathrm{OT} = \sqrt{\mathrm{OM}^2 - \mathrm{MT}^2} = \sqrt{2^2 - 1{,}2^2} = \sqrt{4 - 1{,}44} = \sqrt{2{,}56} = 1{,}6 \text{ м}.$$

SO = AB = CD = 2 м (ABCD – прямокутник, ABOS – квадрат).
h = ST = SO + OT = 2 + 1,6 =3,6 м.

При розв’язанні цієї задачі ключовим моментом є виконання правильного малюнка.

Отже, максимально можливе значення висоти вантажівки, за якого вона вже торкається верхньої частини арки (дуги BKC) складає 3,6 м. Із запропонованих варіантів одразу відкидаємо варіанти, значення яких більші за 3,6 м і обираємо найближче значення, яке є меншим за одержаний результат.

Серед причин неуспішності виконання завдання варто відмітити думку що, висота аркового проїзду не є висотою вантажівки.
Так, SK = SO + OK = AB + OS = 2 + 2 = 4 м. Тобто висота аркового проїзду в найвищій точці складає 4 м. Певний відсоток учнів із таких міркувань обрали варіанти А та В, які є хибними.

Завдання 3 (2017р., пробне тестування, № 25)

Перший автомат за 2 хвилини наповнює гелієм 3 однакові повітряні кульки, а другий автомат за цей самий час – на 100% більше таких кульок. Уважайте, що продуктивність роботи автоматів є сталою.
1. За скільки секунд другий автомат наповнює гелієм одну повітряну кульку?
2. Скільки всього повітряних кульок наповнять гелієм обидва автомати за 10 хвилин, працюючи одночасно?

Правильні відповіді: 1. 20; 2. 45. Проаналізуємо розв’язання та можливі помилки.

Розв’язання

1. Другий автомат за 2 хвилини наповнює гелієм на 100%, тобто в два рази більше кульок, ніж перший: 3 · 2 = 6 кульок.
Тоді одну кульку другий автомат наповнює за $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ хвилини або за 20 секунд.
2. Працюючи разом за 2 хвилини 2 автомати наповнюють 3 + 6 = 9 кульок.
За 10 хвилин (у 5 разів більше часу) спільної роботи 2 автомати наповнять гелієм 9 · 5 = 45 кульок.

Складність даного завдання полягає у тому, що не вказана швидкість виконання роботи, а заначено час роботи та виконаний результат. Із вихідних даних завжди можна знайти продуктивність, діленням обсягу виконаної роботи на час виконання. Нагадуємо, що більше на 100% означає більше у 2 рази.

Завдання 4 (2017р., додаткова сесія, № 28)

Човен проходить 24 км за течією річки за 5 годин і 12 км проти течії за 3 години. Визначте швидкість течії річки (у км/год). Уважайте, що власна швидкість човна та швидкість течії незмінні.

Правильна відповідь: 0,4.

Розв’язання

Позначимо х – власна швидкість човна, у – швидкість течії. Тоді швидкість човна за течією дорівнює (х + у), а проти течії – (х – у).

Таким чином, отримаємо систему двох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 5\ \cdot (x+y)=24 \\ 3\ \cdot (x-y)=12 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x+y=4{,}8 \\ x-y=4 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x=4{,}4 \\ y=0{,}4 \end{cases}.$$

Тобто швидкість течії річки дорівнює 0,4 км/год.

Із задачами на рух (на рух у рухомому середовищі) учні вперше зустрічаються ще у 5 класів. Звісно починається знайомство із найпростіших ситуацій, а вже у 7 класі при вивченні теми «Системи лінійних рівнянь із двома змінними» переходять до більш складних задач, які розв’язуються за допомогою систем лінійних рівнянь. Складнощі при розв’язанні сюжетних задач – «червона нитка» курсу алгебри. Учні звикли до абстрактних дій, тотожних перетворень виразів, які не пов’язані із життям, а тому важко адаптуються і розуміють з чого починати при роботі із прикладними задачами. Завдання для вчителя – надати алгоритм, рекомендації, вказівку розв’язування текстових задач та сформувати в учнів уміння сюжет задачі інтерпретувати мовою математики і навпаки, одержані результати проаналізувати та зробити висновки про можливість існування подібних розв’язків.

Завдання 5 (2017 р., основна сесія, №29)

У торбинці лежать 3 цукерки з молочного шоколаду та m цукерок з чорного шоколаду. Усі цукерки – однакової форми й розміру. Якого найменшого значення може набувати m, якщо ймовірність навмання витягнути з торбинки цукерку з молочного шоколаду менша за 0,25?

Правильна відповідь: 10. За результатами Харківського регіонального центру оцінювання якості освіти відсоток учнів, які впоралися із цим завданням становить 14,2., 85,8% одержали неправильні відповіді. Складність завдання (P-value) визначена 14,2.

Розв’язання. Подія А – вибір цукерки з молочного шоколаду.

$$P(A)=\frac{3}{3+m}<0{,}25$$

$$\frac{3}{3+m}-\frac{1}{4}<0$$

$$\frac{12-3-m}{4\ \cdot\ (3+m)}<0$$

(9 – m) · (3 + m) < 0

(m – 9) · (m + 3) > 0

m є (- ∞; - 3) ∪ (9; + ∞)

Кількість цукерок із чорного шоколаду не може бути від’ємною, отже, найменше значення, яке задовольняє умову – 10.

Про практичну спрямованість освіти говорять останні десять років, у подальшому роль прикладних задач буде зростати внаслідок реалізації компетентнісного підходу в освіті (Закон України «Про освіту»), а також як передумова дослідження PISA – 2018, що проходить в Україні і містить виключно задачі практичного змісту.

Переваги нарощування завдань практичного змісту у курсі шкільної математики:

- мотивація, безпосередній зв'язок із оточуючим середовищем;
- міжпредметна взаємодія (математичні моделі є корисними не тільки на уроках математики в школі, а й в дисциплінах вищої школи);
- формування ключових компетенцій (не тільки наявність знань та вмінь, а й здатність їх реалізації на практиці).

Якісна підготовка школярів передбачає озброєння їх математичними методами пізнання реальної дійсності. Цьому сприяє зближення методів розв'язування задач, що розглядають у курсі математики, з методами розв'язання задач, що виникають на практиці. Тому використання прикладних задач під час вивчення математики є важливим аспектом свідомого сприйняття навчального матеріалу учнями, адже саме прикладні задачі викликають у школярів активізацію розумової діяльності, сприяють виникненню особистих мотивів навчання. Задачі, які містять нові відомості з різних життєвих галузей, розвивають інтерес і допитливість.

Список використаних джерел

1. Завдання зовнішнього незалежного оцінювання 2016-2017 рр.
2. Закон України «Про освіту» від 05 вересня 2017 року №2145-VIII [Електронний ресурс]. - Режим доступу: http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/2145-19.
3. Матяш О. І. Задачі методичної діяльності вчителя у навчання учнів геометрії / О. І. Матяш // Наукові записки Малої академії наук України: Зб. наук. рр. – Вип. 3. Серія: педагогічні науки. – Київ: ТОВ»СІТПРІНТ». – 2013. – С. 224 – 232.
4. Михайленко Л.Ф. Розв'язування текстових задач як засіб формування математичної компетентності старшокласників / Л. Ф. Михайленко, М. Б. Ковльчук // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб. наук. праць. – Вип.46. – Київ-Вінниця: ТОВ фірма «Планер», 2016. – С.65-69.
5. Михайленко Л.Ф. Формирование практической компетентности школьников в процессе решения текстовіх задач / Л. Ф. Михайленко // Бюллетень лаборатории математического, естественнонаучного образования и информатизации по материалам Международной научно-практической конференции «Математическое, естественнонаучное образование и информатизация». – Москва: МГПУ, 2012 г. – С. 62-66.
6. Програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики 2018 року. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: http://testportal.gov.ua/progmath/.

Анотація. ***Логвін А.В., Хворостіна Ю.В. Задачі прикладного характеру у зовнішньому незалежному оцінюванні з математики.*** *У статті був здійснений аналіз задач прикладної спрямованості у текстах зовнішнього незалежного оцінювання, визначено складність та типові помилки при розв'язанні, обґрунтовано необхідність формування вмінь і навичок учнів працювати із сюжетними задачами та здійснювати математичне моделювання реальних життєвих ситуацій.*

Ключові слова: *текстові задачі, задачі прикладного характеру, зовнішнє незалежне оцінювання, компетентнісний підхід.*

Abstract. Logvin A.V., Hvorostina Y.V. Problems of an applied nature in external independent evaluation in mathematics. *The article analyzed the problems of applied orientation in external independent evaluation texts, defined the complexity and typical errors in the solution, justified the need to develop the skills and abilities of students to work with plot tasks and to perform mathematical modeling of real life situations.*

Keywords: *text problems, applied problems, external independent evaluation, competence approach.*

Лубенець Зоряна
Студентки 4 курсу, напрямку підготовки «Математика»*
zorianalubenets@gmail.com
Науковий керівник− О.В. Мартиненко

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ЛИШКІВ

Вихідні ідеї теорії функцій комплексної змінної, які виникли у XVIII ст., належать Леонардо Ейлеру (15 квітня 1707 − 18 вересня 1783)− швейцарський математик, автор більш ніж 800 робіт по математичному аналізу, диференціальній геометрії, теорії чисел, наближеним обчисленням, небесній механіці та ін. В його роботах детально вивчені елементарні функції комплексної змінної, надані умови диференційовності і основи інтегрального числення функцій комплексної змінної, наведені численні застосування цих функцій до різноманітних математичних задач, зокрема, закладені основи застосувань у гідродинаміці і картографії [3, с. 5].

Однією з відмінних рис теорії функцій комплексного змінного можна вважати те, що вона органічно поєднує в собі аналітичні та геометричні методи; поряд з досить конкретними і прикладними завданнями в ній знаходять рішення дуже загальні і абстрактні проблеми. Поняття і конструкції теорії функцій комплексного змінного є основними моделями, джерелами і відправними пунктами як різних розділів математики, так і багатьох прикладних наук [2, с. 5].

Основні відомості теорії були створені у XIX ст. переважно трудами Огюстена Коші (21 серпня 1789 − 23 травня 1857) і Карла Вейєрштрасса (31 жовтня 1815 – 19 лютого 1897), які розвили інтегральне числення і теорію подання функцій рядами, а також Бернхарда Рімана (17 вересня 1826 – липня 1866), який обгрунтував геометричні питання теорії функцій та їх застосування. Теорія функцій комплексної змінної остаточно сформувалася як найважливіша галузь математичного аналізу, завдяки роботам цих і багатьох інших видатних вчених. В наш час теорія функцій однієї комплексної змінної набула цілком завершеного вигляду і завдяки зручній комплексній формі запису математичних формулювань широко застосовується у різних галузях науки і техніки, зокрема при побудові і дослідженні складних математичних моделей в електро- і радіотехніці, гідро- і аеродинаміці, теорії пружності, теорії коливань і багатьох інших [3, с. 5].

Цікаво те, що абсолютно природний перехід до аналізу випадків, коли f(z) обертається в нескінченність всередині або на межі прямокутника, привів Коші до необхідності ввести поняття лишку. Ще в мемуарі 1814 року він прийшов до нього, коли шукав різницю між двома інтегралами із спільними межами, але взятими по різних шляхах між якими виявляться полюси функції. В 1826 році Коші вводить термін лишку так: «Якщо, після того як знайдені значення x, що обертають f(x) в нескінченність, додати до одного з цих значень, що позначається через x_1, нескінченно малу кількість ε і далі розкласти $f(x_1+\varepsilon)$ по зростаючим степеням тієї ж кількості, то перші члени розкладу будуть містити від’ємні степені ε і один з них буде добутком $\frac{1}{\varepsilon}$ на скінченний коефіцієнт, який ми назвемо лишком функції f(x), що відноситься до значення x_1 змінної x». Сума таких лишків називалась у Коші інтегральним лишком.

У великій кількості (16) робіт Коші створив теорію лишків. В основному ця теорія сформувалася в 1826−1829 роках, але Коші продовжував її розвивати і шукати нові застосування цієї теорії до вирішення різноманітних задач інтегрального числення (переважно до обчислення визначених інтегралів), алгебраїчних, трансцендентних та диференціальних рівнянь, теорії розкладу функцій в ряди. При цьому Коші підкреслював наявність ідеї про лишки у Ейлера і не відстоював свій пріоритет [4, с. 242].

Теорія лишків застосовується при обчисленні: інтегралів по замкненому контуру, визначених інтегралів від функцій дійсної змінної, деяких невласних інтегралів. Також її використовують при доведенні основної теореми алгебри, розкладі функцій в ряди, розв'язуванні деяких класів диференціальних рівнянь.

Отже, дамо означення лишку: коефіцієнт a_{-1} при $(z-z_0)^{-1}$ в лоранівському розвинені однозначно аналітичної функції $f(z)$ називається **лишком** цієї функції відносно точки $z=z_0$ і позначається $\underset{z=z_0}{res} f(z)$:

$$\underset{z=z_0}{res} f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_{\gamma} f(z)dz \text{ [1, с. 290].}$$

Позначення «res» походить від французького слова residu − залишок.

Пригадаємо **основну теорему Коші про лишки**: Нехай функція $f(z)$ аналітична на простому контурі L і в обмеженій цим контуром області D, за виключенням скінченного числа ізольованих особливих точок z_k, k=1,2,..,n. Тоді:

$$\oint_L f(z)dz=2\pi i\sum_{k=1}^{n}\underset{z=z_k}{res} f(z) \text{ [2, с. 281].}$$

Дана теорема може застосовуватися до обчислення різного роду інтегральних виразів.

Покажемо застосування теореми Коші про лишки на прикладі. Нехай потрібно обчислити інтеграл:

$$\int_{|z|=3}\frac{zdz}{(z-1)(z-2)^2}$$

В крузі |z|<3 підінтегральна функція $f(z)=\dfrac{z}{(z-1)(z-2)^2}$ аналітична всюди, окрім точок $z_1=1$ і $z_2=2$. Точка $z_1=1$ є простим полюсом, а $z_2=2$ є полюсом другого порядку. За основною теоремою Коші про лишки :

$$\oint_{|z|=3}\frac{z}{(z-1)(z-2)^2}dz=2\pi i\left(\underset{z=1}{res} f(z)+\underset{z=2}{res} f(z)\right)$$

Обчислимо лишки в точках z_1 і z_2:

$$\underset{z=1}{res}\frac{z}{(z-1)(z-2)^2}=\lim_{z\to1}\left(\frac{z}{(z-1)(z-2)^2}(z-1)\right)=\lim_{z\to1}\frac{z}{(z-2)^2}=1.$$

$$\underset{z=2}{res}\frac{z}{(z-1)(z-2)^2}=\frac{1}{(2-1)!}\lim_{z\to2}\frac{d}{dz}\left(\frac{z}{(z-1)(z-2)^2}(z-2)^2\right)=\lim_{z\to2}\frac{d}{dz}\left(\frac{z}{(z-1)}\right)=$$

$$=\lim_{z\to2}\left(\frac{z-1-z}{(z-1)^2}\right)=\lim_{z\to2}\frac{-1}{z-1}=-1.$$

Отже, $\oint_{|z|=3}\dfrac{z}{(z-1)(z-2)^2}dz=2\pi i(1-1)=0$.

Розглянемо випадок застосування лишків при обчисленні інтегралів виду $\int_0^{2\pi} R(\sin x,\cos x)dx$. Тут R(cos x, sin x) – раціональна функція від cos x , sin x .

Замінимо змінну за формулою $z=e^{ix}$. Тоді:

$$\sin x = \frac{1}{2i}\left(e^{ix} - e^{-ix}\right) = \frac{z^2 - 1}{2iz},\ \cos x = \frac{1}{2}\left(e^{ix} + e^{-ix}\right) = \frac{z^2 + 1}{2z}$$

$dz = e^{ix}dx = zidx$, звідки $dx = \dfrac{dz}{iz}$. При змінюванні x від 0 до 2π точка z пробігає коло |z|=1 у додатному напрямку. Тому отримаємо:

$$\int_0^{2\pi} R(\cos x, \sin x)dx = \oint_{|z|=1} R_1(z)dz\ ,$$

де $R_1(z)$ – дробово-раціональна функція $R_1(z) = \dfrac{P_n(z)}{Q_m(z)}$, де $P_n(z)$ і $Q_m(z)$ – многочлени степенів n і m відповідно. Тоді за основною теоремою Коші про лишки

$$\int_0^{2\pi} R(\cos x, \sin x)dx = \oint_{|z|=1} R_1(z)dz = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} \underset{z=z_k}{res} R_1(z)$$ [3, с. 166].

Покажемо на прикладі використання даного методу. Нехай потрібно обчислити інтеграл:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{4 + \cos x}\ .$$

Скористаємося підходом наведеним вище, адже такий підхід частіше швидше приводить до цілі, аніж відомі методи інтегрування. Він дозволить звести даний інтеграл до контурного по кругу |z|=1, який ми зможемо легко обчислити за допомогою основної теореми Коші про лишки.

Виконаємо заміну змінної у підінтегральному виразі:

$$\frac{dx}{4 + \cos x} = \frac{dz}{iz\left(4 + \dfrac{z^2 + 1}{2z}\right)} = \frac{2zdz}{iz\left(8z + z^2 + 1\right)} = \frac{2dz}{i\left(z + 4 - \sqrt{15}\right)\left(z + 4 + \sqrt{15}\right)}.$$

Отже,

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{4 + \cos x} = \frac{2}{i} \oint_{|z|=1} \frac{dz}{\left(z + 4 - \sqrt{15}\right)\left(z + 4 + \sqrt{15}\right)}.$$

Підінтегральна функція має дві особливі точки: два полюси $z_1 = -4 + \sqrt{15}$ і $z_2 = -4 - \sqrt{15}$, який лежить поза кругом |z|<1.

Обчислимо лишок в точці z_1:

$$\underset{z=-4+\sqrt{15}}{res} \frac{dz}{\left(z + 4 - \sqrt{15}\right)\left(z + 4 + \sqrt{15}\right)} = \lim_{z \to -4+\sqrt{15}} \frac{1}{\left(z + 4 - \sqrt{15}\right)\left(z + 4 + \sqrt{15}\right)}\left(z + 4 - \sqrt{15}\right) =$$

$$= \lim_{z \to -4+\sqrt{15}} \frac{1}{\left(z + 4 + \sqrt{15}\right)} = \frac{1}{2\sqrt{15}}$$

За основною теоремою Коші про лишки маємо:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{4 + \cos x} = \frac{2}{i} \oint_{|z|=1} \frac{dz}{\left(z + 4 - \sqrt{15}\right)\left(z + 4 + \sqrt{15}\right)} = \frac{2}{i} 2\pi i \frac{1}{2\sqrt{15}} = \frac{2\pi\sqrt{15}}{15}\ .$$

Розглянемо застосування лишків при обчисленні інтегралів виду $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha x} f(x)dx$, яке ґрунтується на використанні леми Жордана та ще однієї теореми. Пригадаємо їх:

Лема Жордана. Нехай функція g(z) аналітична в верхній півплощині Im z >0 за винятком скінченного числа ізольованих особливих точок й прямує в цій півплощині до нуля, тобто $\lim_{|z| \to \infty} g(z) = 0$. Тоді при $\alpha > 0$:

$$\lim_{R \to +\infty} \int_{C_R} e^{i\alpha z} g(z) = 0\ ,$$

де C_R – дуга півкола |z|=R у верхній півплощині $(\operatorname{Im} z \geq 0)$.

Теорема. Нехай функція g(z) задовольняє умови леми Жордана і не має особливих точок на дійсній осі. Тоді невласний інтеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha x} g(x)dx$ збігається у змісті головного значення і

$$v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha x} g(x)dx = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} \underset{z=z_k}{res}\left(e^{i\alpha z} g(z)\right),$$

де лишки беруться по усіх ізольованих особливих точках $z_1, z_2, \ldots, z_n$ функцій g(z) у верхній півплощині [3, с. 173-174].

Пояснимо застосування даної теореми на прикладі. Нехай дано:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{x^2 + 9}$$

Введемо функцію $f(z) = \dfrac{e^{iz}}{z^2 + 9}$. Функція $g(z) = \dfrac{1}{z^2 + 9}$ задовольняє умови леми Жордана, оскільки вона аналітична в верхній півплощині за винятком простого полюса $z_1 = 3i$ й $\lim\limits_{|z| \to \infty} g(z) = 0$. Оскільки g(x) є дробово-раціональною функцією, то знак $v.p.$ опускається і формула набуває вигляду:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\alpha x} g(x)dx = 2\pi i \sum_{k=1}^{n} \underset{z=z_k}{res}\left(e^{i\alpha z} g(z)\right)$$

Тобто,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix}}{x^2 + 9} dx = 2\pi i \left(\underset{z=3i}{res} \left(\frac{e^{iz}}{z^2 + 9} \right) \right).$$

Обчислимо лишок:

$$\underset{z=3i}{res} \left(\frac{e^{iz}}{z^2 + 9} \right) = \underset{z=3i}{res} \left(\frac{e^{iz}}{(z - 3i)(z + 3i)} \right) = \lim_{z \to 3i} \frac{e^{iz}(z - 3i)}{(z - 3i)(z + 3i)} = \lim_{z \to 3i} \frac{e^{iz}}{(z + 3i)} = \frac{1}{6ie^3}$$

Отже, маємо:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ix}}{x^2 + 9} dx = 2\pi i \frac{1}{6ie^3} = \frac{\pi}{3e^3}$$

Список використаних джерел

1. Гончаров В.Л. Теория функций комплексного переменного. – М.: Учпедгиз, 1995. – 351 с.
2. Морозова В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 520 с.
3. Павленко А.В., Кагадій Л.П., Копорулін В.Л. Теорія функцій комплексної змінної: Навч. посібник. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2012. – 188 с.
4. Рыбников К.А. История математики том 2 – М.: Изд-во Московского ун-та, 1963. – 335 с.

Анотація. Лубенець З. Застосування теорії лишків. *У статті розглянуто поняття лишку та наведено два приклади застосування теорії лишків при обчисленні інтегралів, також подано коротку історичну довідку.*

Ключові слова: *лишки, основна теорема про лишки, лема Жордана.*

Abstract. Lubenets Z. The application of the theory of residues. *The article consider the concept of residues and give two examples of the application of the theory of residues in the calculation of the integrals and provided a brief historical note.*

Keywords: *residues, the main theorem of residues, lemma Jordan.*

Потапенко Марина
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
380668976004@yandex.ru
Науковий керівник – О.В.Мартиненко

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ У КУРСІ АЛГЕБРИ СТАРШОЇ ШКОЛИ

На сучасному етапі розвитку та вдосконалення системи освіти важливим є формування гармонійно розвиненої особистості, фахівця своєї справи, що може бути конкурентним та мати попит на ринку праці. Окрім цього важливим є вміння системно мислити, аналізувати, порівнювати, практично вирішувати поставлені перед ним життєві та професійні проблеми. Отже, випускник загальноосвітнього навчального закладу повинен уміти приймати самостійні рішення, працювати в команді, бути ініціативним. Тому, компетентнісний підхід, напрямлений на формування цих якостей, є важливою складовою процесу навчання учнів.

На сьогоднішній день компетентнісний підхід є одним з напрямків оновлення вітчизняної системи базової та повної середньої освіти, що випливає із Законів України «Про освіту», «Про загальну середню освіту», державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти. Передбачається, що в основу оновленого змісту загальної освіти буде покладено формування і розвиток ключових компетентностей учнів.

Проблема формування математичної компетентності займає досить важливе місце у педагогічних дослідженнях: розумінню сутності поняття та особливостей математичної компетенції учнів присвячені роботи Л. Гапоненка, В. Маслова, О. Беляніна, Л.Іляшенко, М. Зуєва, С. Ракова; розвитку математичної компетентності дитини – І. Єрмакова, О. Кононко, Е. Соф'янц, С. Шишова; питання практичної реалізації математичної компетентності на уроках розглядали О. Біда, Н. Буринська, В. Ільченко, С. Ніконова та ін. Виходячи з цього, проблема формування математичної компетентності на уроках математики є актуальною і потребує подальшого дослідження, тому що підготовка компетентного випускника є кінцевим завданням навчання.

Розуміння сутності понять компетенції і компетентності є досить істотним фактором, так як це суттєво залежить від контексту. Так, звичайно, під компетентністю людини розуміють у певний спосіб організовані знання, уміння, навички і стосунки, що здобуваються у процесі навчання, і надають можливість розв'язувати ті чи інші проблеми, що є характерними для певної сфери діяльності.

Компетентна людина є синонімом професіонала, який застосовує стратегії, що здаються йому найприйнятнішими для виконання окреслених завдань. Компетенція тлумачиться, як право компетентної людини здійснювати певні дії, вживати заходи, приймати рішення, висловлювати думки і судження у галузі, що належать до кола її повноважень (сфери компетентності). [1]

Математична компетентність, що належить до предметної компетентності, у широкому значенні, це – вміння бачити та застосовувати математику у реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень [6, ст.31]

У освітній програмі «Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень» зазначено, що до математичних компетентностей належать практична і логічна компетентність, при вивченні математики повинні формуватися соціально-особистістні, загальнонаукові та інструментальні компетенції. Очевидно, що кожен фахівець має володіти певними прийомами математичної діяльності та навичками їх застосування до розв'язання професійних задач. Враховуючи це, логічним є висновок про те, що математична компетентність поєднує в собі як галузеві, так і предметні компетентності, і до цих предметно-галузевих математичних компетентностей належать процедурна, логічна, технологічна, дослідницька і методологічна компетентність, зазначаючи при цьому, що «математичні компетентності складають основу для формування ключових компетентностей» [6, с. 31-33].

Математична компетентність є необхідною не лише у випадку коли потрібно застосовувати набуті знання та вміння для розвязування стандартних задач на практиці, а й тоді, коли виникає потреба у застосуванні певних знань при розв'язуванні нестандартних завдань.

До складових математичної компетентності відносять:

- понятійну компетентність;
- процедурну (алгоритмічну) компетентність;
- технологічну компетентність;
- дослідницьку компетентність;
- методологічну компетентність.

Під понятійною компетентністю розуміють знання понятійного апарату у предметній області, структури і форми дедуктивних теорій; уміння відтворювати означення, формулювати факти та їх обґрунтування; уявлення про їх походження і їх модельні інтерпретації (приклади).

Процедурна або алгоритмічна компетентність передбачає наявність знань процедур розв'язування типових задач у предметній області та уміння їх використовувати на практиці; уявлення про головні характеристики процедур (алгоритмів): результативність, однозначність, масовість.

Технологічна компетентність відповідає за знання програмних засобів для автоматизації обчислень та математичного моделювання, уміння виконувати обчислення за допомогою відповідних програмних засобів; уявлення про методи та засоби автоматизації обчислень і побудови математичних моделей.

Дослідницькою компетентністю вважають знання загальних підходів до розв'язування нових задач або застосувань розв'язувань типових задач у нових постановках та уміння застосовувати їх на практиці; уявлення про загальні процеси побудови математичних теорій та їх застосувань на практиці.

Методологічна компетентність покликана на формування в учнів знання місця математики у системі знань і культури людства; уміння обґрунтовувати потужність і межі математичного методу; уявлення про складність алгоритмів розв'язування задач, існування алгоритмічно не розв'язуваних задач. [2]

Одним з головних шляхів реалізації прикладної спрямованості курсу алгебри є наповнення навчального процесу прикладними задачами.

Протягом всієї історії людської культури математика завжди була її невід'ємною складовою. Вона є ключем до пізнання навколишнього світу, підґрунтям науково-технічного прогресу й важливою частиною процесу розвитку особистості. Математичні знання та навички є необхідними майже у всіх професіях, зокрема в тих, які пов'язані з природничими науками, технікою, економікою. Також математика стала поширюватись на традиційно нематематичні галузі – управління державою, медицину, лінгвістику та інше.

Прикладна спрямованість навчання математики представляє собою орієнтацію його змісту і методів на тісний зв'язок з життям, основами інших наук, на підготовку школярів до використання математичних знань у майбутній професійній діяльності.

Згідно навчальних програм з математики для старших класів їх змістове наповнення реалізує компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, яка дає змогу обґрунтовано судити про застосування математики в реальному житті, визначає готовність випускника школи до успішної діяльності в різних сферах. Вивчаючи математику, старшокласники мають усвідомити, що процес її застосування при розв'язуванні будь-яких прикладних задач розподіляється на три етапи:

1) формалізація (перехід від ситуації, описаної в задачі, до формальної математичної моделі цієї ситуації, і від неї — до чітко сформульованої математичної задачі);
2) розв'язування задачі у межах побудованої моделі;
3) інтерпретація одержаного розв'язання задачі та застосування його до вихідної ситуації. [3]

На думку вчених (А.Г. Мордковича, Г.З. Генкина, Н.А. Терешина) прикладна задача – це задача, що виникла поза математикою, але розв'язується математичними засобами.

У педагогічній літературі є різні підходи у трактуванні поняття прикладної задачі:

- задача, що потребує перекладу з природної мови на математичну;
- задача, яка близька за формулюванням і методами розв'язування до задач, що виникають на практиці;
- сюжетна задача, сформульована у вигляді задачі-проблеми.

Прикладна задача повинна задовольняти певні умови:

1. Практичний зміст задачі повинен мати реальний практичний зміст, забезпечувати ілюстрацію практичної цінності і значущості набутих математичних знань.
2. Зміст задачі повинен бути сформульований доступною і зрозумілою для учнів мовою, не містити вузькотехнічних та складних виробничих термінів, які вимагатимуть додаткових пояснень.
3. Числові дані в прикладній задачі повинні бути істинними або наближеними до реальності, відповідати існуючим на практиці.
4. Додатковою умовою ефективності застосування прикладних задач на уроках математики є відображення у них особистого досвіду учнів, наявність місцевого матеріалу, який дозволяє ефективно показати застосування математичних знань, викликати в учнів пізнавальний інтерес.
5. Прикладні задачі повинні відображати ситуації промислового і сільськогосподарського виробництва, економіки, торгівлі, ілюструвати застосування математичних знань у конкретних професіях.
6. Прикладна задача повинна відповідати методичним вимогам, які висуваються до будь-якої математичної задачі, тобто відповідати програмі. [5]

Отже, прикладна задача спрямована демонструвати практичне застосування математичних ідей і методів, а також ілюструвати матеріал, що вивчається на певному уроці. Вона повинна містити відомі або інтуїтивно зрозумілі для учнів поняття і терміни, реальні числові дані, що не ведуть до громіздких обчислень.

У шкільній програмі можна виділити такі типи задач:

1) задачі на пропорційні величини;
2) задачі на розчини та суміші;
3) задачі, що розв'язуються складанням рівнянь або системи рівнянь;
4) задачі на знаходження відсоткових розрахунків, знаходження прибутків, нагромадження капіталу;
5) прикладні задачі з використанням похідної;
6) задачі, на знання показникової і логарифмічної функції;
7) задачі в комбінаториці та в теорії ймовірності;
8) задачі, що запозичують матеріал з інших предметів (хімія, біологія, фізика);

9) прикладні задачі на послідовності серед яких особливе місце займають ті, що розв'язуються за допомогою формул прогресій. [4]

У основній школі переважають такі типи прикладних задач, які зазначено у пунктах 1-4.

У страшій школі ці типи задач зберігаються, але значно ускладнюється їх математична модель, а також додаються нові, які наведено у пунктах 5-9.

Отже, прикладні задачі – це задачі, що виникають поза курсом алгебри і розв'язуються математичними методами та способами, які вивчаються в курсі алгебри.

Практика показує, що прикладні задачі можуть бути використані з різною дидактичною метою, надавати широкі можливості для реалізації загальнодидактичних принципів у навчанні математики. Вони можуть зацікавити або змотивувати, розвити розумову діяльність, пояснити відношення між математикою й іншими дисциплінами.

Прикладна задача підвищує інтерес учнів до самого предмету, адже для більшості цінність математичної освіти полягає у її практичних можливостях.

Список використаних джерел

1. Антонець А. В., Флегантов Л. О. Математична компетентність, як важлива складова професійної підготовки майбутніх фахівців аграрного профілю//наукові записки. серія: проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти том 3, № 10 – 2016.
2. Журнал «Тестування і моніторинг в освіті», №6, №9, №12, 2009 р.
3. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень. Затверджено Міністерством освіти і науки України (наказ від 28.10.2010 р. № 1021).
4. Овчар О. Методи розв'язування прикладних задач на уроках математики // Молодь і ринок №10 (69) – 2010.
5. Прилипко О. Використання прикладних задач у курсі математики старшої школи // Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів / за ред. О. М. Королюк -2010.
6. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій : 13.00.02 / С.А. Раков. – К., 2005 – 503 с.

Анотація. Потапенко М. Прикладні задачі у курсі алгебри старшої школи. *У статті проаналізовано значення прикладних задач у курсі алгебри, як важливої складової процесу формування математичної компетентності учнів старшої школи; охарактеризовано роль та специфіку прикладних задач, що вивчаються на уроках алгебри.*

Ключові слова: *математика, компетентність, компетентний, прикладна задача, спрямованість курсу, формалізація, інтерпретація.*

Abstract. Potapenko M. The applied problems are in the course of algebra of senior school. *In the article the value of the applied problems is analysed in the course of algebra, as an important constituent of process of forming of mathematical competence of students of senior school; a role and specific of the applied problems that is studied on the lessons of algebra are described.*

Keywords: *mathematics, competence, competent, applied problem, orientation of course, formalization, interpretation.*

Потапенко Богдан
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
potulinych@gmail.com
Науковий керівник – В.Д. Погребний

ДОЦІЛЬНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ НЕСТАНДАРТНИХ МАТЕМАТИЧНИХ РІВНЯНЬ У ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ

Перехід людства до науково-інформаційних технологій, формування суспільства високого інтелекту ставлять перед освітою завдання готувати людину, спроможну оволодівати новою інформацією, сприймати зміни і творити їх, здатну нестандартно мислити. Вихованню творчої людини з оригінальним мисленням і прагненням до інтелектуальної новизни має сприяти вивчення різних наук, зокрема математики, яка за висловом М.В. Ломоносова, "розум у порядок приводить".

Урок є основною формою навчальної діяльності школярів. Однак через ряд об'єктивних факторів вчитель не завжди встигає приділити належну увагу учням, які цікавляться математикою у більш широкому плані, та формувати в них навички дослідницької й пошукової роботи. Вирішувати такі завданняможна завдяки позакласній роботі.

Розширити і поглибити розвиток розумових здібностей школярів покликана позакласна робота з математики. Вона має на меті сприяти підвищенню рівня знань, закріпленню умінь і навичок, набутих учнями на уроках математики, розвивати математичні здібності, кмітливість, винахідливість, виявляти найбільш обдарованих і здібних дітей і сприяти їх подальшому розвитку.

Позакласна робота з математики має також важливе виховне значення. Особливо велика цінність позакласної роботи у вихованні моральних якостей дитини: волі, наполегливості в подоланні труднощів, доведенні до кінця розпочатої роботи, критичного ставлення до себе. Участь у позакласній роботі дає можливість оцінити красу думки чи способу розв’язку, а отже розвиває естетичні почуття.

Необхідно проводити цілеспрямовану роботу з профільної підготовки учнів у системі позакласної роботи; більше уваги приділяти організації самостійної роботи учнів, що відповідає їхнім індивідуальним інтересам і схильностям.

Також потрібно враховувати різноманітні інтереси і можливості учнів даного профілю, які поглиблюють та розширюють основний курс математики у відповідності до профілю навчання, а також організацією самостійної творчої роботи учнів через систему індивідуальних завдань, спрямованих на розвинення професійних схильностей учнів, їхнього інтересу до застосування математики.

Участь у позакласній роботі з боку учнів є добровільною, не оцінюється балами, що дозволяє залучати до неї дітей різного рівня математичних здібностей і реалізовувати особистісно орієнтований підхід, при якому все розглядається через призму особистості того, кого навчають, його потреб, мотивів, здібностей, активності, інтелекту та інших індивідуально-психологічних особливостей.

У школі практикуються такі форми позакласної роботи з математики: математичні гуртки, ранки, конкурси на кращого математика, олімпіади, математичні екскурсії, хвилини цікавої математики, вікторини, випуск математичної газети тощо .

Здібних до математики учнів слід заохочувати до активної гурткової роботи, до участі в олімпіадах, конкурсах – таких видах позакласної роботи, в яких максимально повно може розкритися потенціал обдарованої дитини, які вимагають здатності розв’язувати нестандартні задачі, діяти самостійно у невідомій ситуації. Завдання вчителя – не лише вчасно виявити обдарованих дітей, а й наполегливо розвивати їх здібності, сформувати їх стійкий інтерес до математики.

При цьому треба пам’ятати, що іноді важко розпізнати математичні здібності, тому важливо охоплювати всіх дітей позакласною роботою, щоб кожному дати поштовх до розкриття прихованого потенціалу.

Так, учням, яким важко дається математика, доцільно пропонувати участь у математичних ранках, екскурсіях, іграх, вікторинах, інших колективних видах позакласної роботи, де б таких дітей не пригнічувало їх незнання чи недостатня кмітливість і водночас де б вони мали нагоду почерпнути нову інформацію, відкрити для себе світ цікавої математики. Вчитель повинен володіти майстерністю, педагогічним тактом, щоб нікого не відштовхнути, а навпаки, зробити математику цікавою для всіх учнів, допомогти повірити у власні сили кожній дитині.

Основною формою позаурочної роботи з математики є гурток. Його організовують для поглибленої роботи з учнями, що виявляють особливий інтерес до математики. Робота гуртків будується на основі знань, одержаних на уроках, і тому її зміст пов’язаний з програмним матеріалом. Однією з найважливіших задач гурткової роботи є розвиток математичних здібностей учнів та підвищення рівня їх знань. Стан математичної підготовки учнів у першу чергу характеризується вмінням розв’язувати задачі. Причому не тільки стандартні, але й ті, що вимагають відомої незалежності мислення, здорового глузду, оригінальності, винахідливості". Як відомо, навчальні математичні задачі можна умовно поділити на стандартні і нестандартні (творчі). Нестандартною (творчою) називають задачу, алгоритм розв’язку якої наперед невідомий. Такі творчі завдання сприяють розвитку у дітей інтересу до математики, аналітичного мислення, творчої уяви, лаконічності мови, вмілому використанню символіки, правильному застосуванню математичної термінології, умінню робити доступні висновки й узагальнення, обґрунтовувати свої думки. При підборі задач та пізнавального матеріалу вчитель повинен дбати про їх доступність. Треба уникати надто складних завдань, щоб перед учнями не поставали непереборні труднощі, оскільки це негативно впливає на становлення пізнавального інтересу дітей. Уводячи позапрограмний матеріал, учитель повинен керуватися принципом наступності.

Ще однією важливою функцією гуртка є підготовка учнів до математичної олімпіади. Олімпіада – змагання, яке стимулює потяг учнів до самоосвіти, викликає поглиблений інтерес до математики, виробляє навички самостійної роботи, наполегливість, уміння долати труднощі. На математичних олімпіадах пропонуються задачі, які мають виявити рівень математичної підготовленості учнів, їхнє вміння логічно мислити, аналізувати, порівнювати, зіставляти, виконувати узагальнення.

У позакласній роботі можна використовувати нестандартні алгебраїчні рівняння. Нестандартні рівняння– це такі, для яких в курсі математики немає загальних правил і положень, що визначають точну програму їх вирішення. Однак слід зауважити, що поняття нестандартне рівняння є відносним. Одне і теж саме рівняння може бути стандартним або нестандартним в залежності від того, чи знайомі учні зі способами вирішення цих завдань.

Нестандартне рівняння – це алгебраїчне рівняння, алгоритм вирішення якого учням невідомий, тобто учні не знають заздалегідь ні способів його розв’язання, ні того, який навчальний матеріал спирається на розв’язання. Такі рівняння повинні бути пов’язані з матеріалом. Цікаві нестандартні рівняння можна і доцільно використовувати у позакласній роботі, що сприяє тренуванню мислення, формуванню елементів творчої діяльності.

Зокрема при вивченні тригонометричних, логарифмічних і показникових рівнянь можливо запропонувати наступні завдання.

Приклад 1.. $\mathbf{tg}x+\mathbf{ctg}x+\mathbf{tg}^2x+\mathbf{ctg}^2x+\mathbf{tg}^3x+\mathbf{ctg}^3x=6$

Дане рівняння раціональне вирішувати методом функціональної підстановки.

Хай $y=\mathrm{tg}x+\mathrm{ctg}x$, тоді $\mathrm{tg}^2x+\mathrm{ctg}^2x=y^2-2$, $\mathrm{tg}^3x+\mathrm{ctg}^3x=y^3-3y$

$y^3+y^2-2y-8=0$

$y=2$

Оскільки tgx+ctgx=2, то tgx+1/ tgx=2. Звідси витікає, що tgx=1 і x = π/4+πk, k∈**Z**
Відповідь: x = π/4+πk, k∈**Z**

Приклад 2. Вирішити рівняння: $\cos\sqrt{x-1}=2a$.
Розв'язання: Оскільки $E(\cos t)=[-1; 1]$, то маємо два випадки.
1. При $|a| > 0{,}5$ рівняння не має рішень.
2. При $|a| \le 0{,}5$ маємо:

а) $\sqrt{x-1}=\arccos 2a+2\pi n$. Оскільки рівняння має рішення, якщо $\arccos 2a+2\pi n\ge 0$, то n може приймати значення $n=0$, 1, 2, 3.... Вирішенням рівняння є $x = 1+(2\pi n+\arccos 2a)^2$

б) $\sqrt{x-1}=-\arccos 2a+\pi n$. Оскільки рівняння має рішення за умови, що $-\arccos 2a+2\pi n>0$, то $n=1$, 2, 3..., і вирішення рівняння. $x=1+(2\pi n-\arccos 2a)^2$.

Відповідь: якщо $|a| > 0{,}5$, рішень немає;
якщо $|a| \le 0{,}5$, $x = 1+(2\pi n+\arccos 2a)^2$ при $n = 0, 1, 2...$ і $x=1+(2\pi n-\arccos 2a)^2$ при $n\in$ N.

Приклад 3. Для всіх значень параметра a розв'язати рівняння $\log_2\left(x^2+6a^2\right)=\log_2\left(5ax-2a+x\right)$.

Розв'язання

Рівняння рівносильне системі:

$$\begin{cases} x^2+6a^2=5ax-2a+x, \\ 5ax-2a+x>0; \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2-(5a+1)x+6a^2+2a=0, \\ (5a+1)x-2a>0; \end{cases}$$

$$D=(a+1)^2>0 \text{ при } a\ne -1 \qquad x_1=3a+1, \quad x_2=2a.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=3a+1, \\ x=2a, \end{cases} \\ (5a+1)x-2a>0, \\ a\ne -1. \end{array}\right.$$

$$1)\ \begin{cases} x=3a+1, \\ (5a+1)(3a+1)-2a>0, \\ a\ne -1; \end{cases} \qquad \begin{cases} x=3a+1, \\ 15a^2+6a+1>0, \\ a\ne -1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3a+1, \\ a\in(-\infty;-1)\cup(-1;\infty). \end{cases}$$

$$2)\ \begin{cases} x=2a, \\ (5a+1)2a-2a>0, \\ a\ne -1; \end{cases} \qquad \begin{cases} x=2a, \\ 10a^2>0, \\ a\ne -1; \end{cases} \qquad \begin{cases} x=2a, \\ a\ne 0, a\ne -1. \end{cases}$$

Відповідь: якщо $a=0$, то $x=1$;
якщо $a=-1$, то $x=-2$;
якщо $a\ne 0, a\ne -1$, то $x=3a+1$ або $x=2a$.

Приклад 3. При яких значеннях параметра a рівняння $16^x-(5-a)\cdot 4^x+6-2a=0$ має два дійсних розв'язки? Знайти ці розв'язки.

Розв'язання

Нехай $4^x=t$, $t>0$.

Рівняння приймає вигляд:

$t^2-(5-a)t+6-2a=0$,

$D=(a-1)^2>0$ при $a\neq 1$;

$t_1=2$, $2>0$ при $a\in R$;

$t_2=3-a$, $3-a>0$ при $a<3$, $a\neq 1$. Значить, при $a\in(-\infty;1)\cup(1;3)$ квадратне рівняння має два додатних корені:

$t_1=2$ або $t_2=3-a$, звідки

$4^x=2$, $4^x=3-a$,

$x=\frac{1}{2}$; $x=\log_4(3-a)$.

Відповідь: якщо $a\in(-\infty;1)\cup(1;3)$, то $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=\log_4(3-a)$.

Крім розв'язування творчих завдань, в позакласній роботі доцільно знайомити школярів із досягненнями математики та її застосуванням у різних сферах життя, цікавими сторінками історії математики, біографіями видатних математиків. Таке різноманіття видів завдань потрібне для всебічного розвитку дітей, сучасної пропедевтичної роботи, для підтримання постійного інтересу до занять та запобігання перевтоми.

Існує багато видів позакласної роботи з математики. Кожен із них відіграє важливу роль у навчально-виховному процесі, містить в собі певні навчальні й виховні моменти. Тому вчителі повинні враховувати всі форми цієї дуже важливої роботи під час навчання, виховання й всебічного, гармонійного розвитку дітей.

Формування інтересу до математики – складний і тривалий процес, результати якого залежать в більшості випадків від педагогічної майстерності вчителя. Успіх також обумовлюється матеріалом, який виноситься на ці заняття, його доступністю, зв'язком з тим, який вивчався на уроках, від використовуваних методів роботи і способів організації діяльності школярів. Робота з формування в учнів позитивного ставлення до уроків і позаурочних занять з математики повинна проводитись систематично.

Список використаних джерел

1. Гусєв В. А., Орлов А. І., Розенталь О. Л. Позакласна робота з математики в 6-8 класах. – М.: Наука, 1984.
2. Математика після уроків/Упорядник І.С . Маркова.- Х.: Вид. гр.. «Основа»,2004.-144с.
3. Підручна М.В., Янченко Г. М. Позакласна робота з математики. 8-9 класи. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2001.

Анотація. Потапенко Б. Доцільність використання нестандартних математичних рівнянь у позакласній роботі. *У тезах доповіді проаналізовано сутність позакласної роботи з математики.Проведення цілеспрямованої роботу з профільної підготовки учнів у системі позакласної роботи. Використання нестандартних алгебраїчних рівнянь у позакласній роботі.*

Ключові слова: *позакласна робота, нестандартні рівняння, математика, алгебраїчні рівняння.*

Abstract. Potapenko B. The expediency of using non-standard mathematical equations in extracurricular work. *The report analyzes the essence of extra-curricular work in mathematics. Conduct purposeful work on profile training of students in the system of extra-curricular work. Use of non-standard algebraic equations in extracurricular work.*

Keywords: *extra-curricular work, non-standard equations, mathematics, algebraic equations.*

Рудик Владислава
Студентки 4 курсу, напрямку підготовки «Математика»*
vladislava_3@mail.ru
Науковий керівник – Мартиненко О.В.

ВЛАСТИВІСТЬ АНАЛІТИЧНОСТІ ФУНКЦІЇ ЯК НЕОБХІДНА І ДОСТАТНЯ УМОВИ У ТВЕРДЖЕННЯХ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ

Поняття аналітичності функції виникли з практичних потреб, зокрема з необхідності розробити геометричну теорію функцій та пов'язаних з нею задач.

Наприклад, задачі механіки вимагали, перш за все, від теорії функцій детального аналізу механізму конформного відображення, вміння здійснювати різні кількісні оцінки та прогнозувати якісні особливості відображення. [1, с. 106].

Над побудовою теорії аналітичних функцій працювало багато вчених, які по різному підходили до введення самого поняття аналітичності функцій. Основи загальної теорії аналітичних функцій були створені працями трьох видатних математиків XIX ст. – О. Коші (1789 – 1857), Б. Рімана (1826 – 1866) І. К. Вейєрштрасса (1815 – 1897). Кожен з них по-своєму підійшов до побудови теорії аналітичних функцій й особливо глибо розробив той її розділ, який найповніше відображав його фундаментальні погляди на теорію аналітичних функцій [3, с. 202].

Питанням розвитку теорії аналітичних функцій займалося багато й радянських вчених.

Вчені XIX ст. розвинули теорію аналітичних функцій комплексних змінних, пов'язану з контурними інтегралами та операційним численням. Зокрема, М. Є. Ващенко-Захарченко розвивав символьний метод розв'язання диференціальних рівнянь.

Ідеї М. І. Лобачевського спонукали до появи геометричної теорії аналітичних функцій, а ідеї П. Л. Чебишева та А. А. Маркова – теорії (інтерполяції) наближення аналітичних функцій.

Радянські вчені займалися розв'язанням геометричних та метричних проблем. Вони розглядали проблеми, що виникають при переході замкнених чи відкритих множин на прямій (у випадку дійсної змінної) до замкнених чи відкритих множин площини (випадок комплексної змінної). Найбільш вагомий внесок здійснили такі вчені, як: М. О. Лавреньєв, М. В. Келдиш, В. І. Смирнов, С. Н. Мергелян.

Роботи М. Є. Жуковського та С. О. Чаплигіна в області механіки відкрили можливість ширшого застосування теорії аналітичних функцій. Найбільш відомі в цій галузі роботи І. І. Привалова, М. О. Лаврентьєва та інших.

Питанням розвитку теорії постійних коливань займалися І. О. Вишнеградський, М. Г. Крейн, Н. Н. Мейман та інші.

Розглянемо властивості аналітичної функції комплексної змінної в інтегральному численні.

Для функцій двох дійсних змінних задання їх на деякому контурі не дозволяє знайти значення функції в середині контуру. Наприклад, функції $z = x^2 + y^2$ та $z = 4$ приймають однакові значення на крузі $x^2 + y^2 = 4$, але всередині нього мають різні значення. Інша ситуація для неперервно диференційованих функцій комплексної змінної: якщо вони приймають однакові значення на деякому контурі, то і всередині області їх значення однакові. Дане твердження, як і багато інших важливих властивостей неперервно диференційованих функцій комплексної змінної слідує з основної теореми цього розділу математики, в якій властивість аналітичності – необхідна та достатня умови, є інтегральна формула Коші:

Якщо функція $f(z)$ аналітична в однозв'язній області D, то для довільної точки $z_0 \in$ D і будь-якого замкненого контура L, що містить точку z і цілком належить D, має місце формула:

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{f(z)}{z - z_0} dz \ (1)$$

де z_0 – будь-яка точка, що обмежується контуром L.

Дану рівність називають *інтегральною формулою Коші* [1, с. 162; 4, с. 90].

Інтегральна формула Коші дозволяє спростити обчислення інтегралів. Розглянемо це на прикладах.

Приклад 1.

Обчисліть інтеграл $\oint_{|z-3|=2} \frac{e^z}{z(z-2)} dz.$

Підінтегральна функція $\frac{e^z}{z(z-2)}$ в області, яка обмежена колом $|z - 3| = 2$, має одну особливу точку $z = 2$ (Рис. 1.).

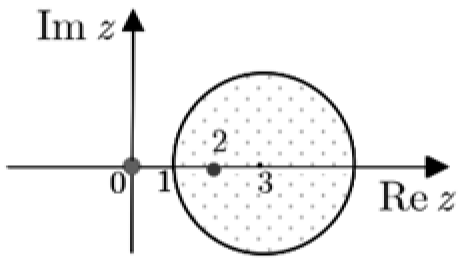


Рисунок 1. Область обмежена колом $|\mathrm{z} - 3| = 2$

Перепишемо інтеграл у вигляді $\oint_{|z-3|=2} \frac{\frac{e^z}{z}}{z-2} dz.$

Функція $f(z) = \frac{e^z}{z}$ є аналітичною в заданій області. Застосовуючи інтегральну формулу Коші для однозв'язної області ($z_0 = 2$), одержимо

$$\oint_{|z-3|=2} \frac{e^z}{z(z-2)} dz = \oint_{|z-3|=2} \frac{\frac{e^z}{z}}{z-2} dz = 2\pi i \left.\frac{e^z}{z}\right|_{z=2} = 2\pi i \frac{e^2}{2} = \pi i e^2.$$

Приклад 2.

Обчисліть інтеграл:$\int_L \frac{\sin z}{z - \frac{\pi}{4}} dz$, де L – правильний шестикутник (Рис. 2.).

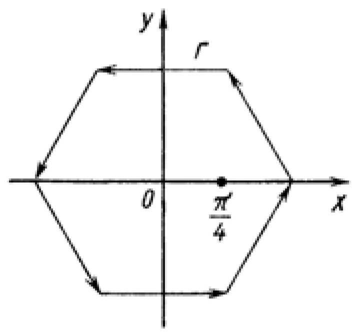


Рисунок 2. Правильний шестикутник

Маємо, що $f(z) = \sin z, z_0 = \frac{\pi}{4}.$

Тому за формулою (1) отримуємо, що$\int_L \frac{\sin z}{z - \frac{\pi}{4}} dz = 2\pi i$

$f(z_0) = 2\pi i \quad \sin\frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2} i.$

Приклад 3.

Обчисліть$\int_L \frac{ze^z}{(z^2+1)(z-1)}dz$, де $L = \{z, |z-1+i| = \sqrt{2}\}$.

Маємо дві особливі точки $z_1 = 1, z_2 = i$, які належать області$|z-1+i| = \sqrt{2}$.

Розкладемо функцію на суму дробів:

$\frac{z}{(z^2+1)(z-1)} = -\frac{z-1}{2(z^2+1)} + \frac{1}{2(z-1)}$.

Маємо:

$$\int_L \frac{ze^z}{(z^2+1)(z-1)}dz = -\frac{1}{2}\int_L \frac{(z-1)e^z}{z^2+1}dz + \frac{1}{2}\int_L \frac{e^z}{(z-1)}dz =$$

$$= -\frac{1}{2}\int_L \frac{\frac{(z-1)e^z}{z+i}}{z-i}dz + \frac{1}{2}\int_L \frac{e^z}{z-1}dz = -\pi i\frac{(z-1)e^z}{z+i}\bigg|_{z=i} + \pi i e^z|_{z=1} =$$

$$= \frac{\pi}{2}(1-i)e^i + \pi e^i.$$

Приклад 4.

Обчисліть інтеграл $\oint_{|z-i|=1}\frac{\sin\frac{iz\pi}{2}}{z^2+1}dz$.

Особливі точки: $z_1 = i$; $z_2 = -i$.Області інтегрування належить тільки одна точка: $z_1 = i$.

За інтегральною формулою Коші отримуємо:

$$\oint_{|z-i|=1}\frac{\sin\frac{iz\pi}{2}}{(z+i)(z-i)}dz = 2\pi i\frac{\sin\frac{iz\pi}{2}}{z+i}\Bigg|_{z=i} = 2\pi i\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{2i} = -\pi.$$

Приклад 5.

За допомогою інтегральної формули Коші знайдіть інтеграл:

$\oint_{|z|=R}\frac{z^2}{1+z^2}dz\,, R > 0, R \neq 1$.

Розглянемо два випадки: $0 < R < 1$ та$R > 1$.

Нехай спочатку $0 < R < 1$. Тоді функція $\frac{z^2}{1+z^2}$ – аналітична в крузі $\{z: |z| \le R\}$, але за теоремою Коші інтеграл по замкнутій кривій дорівнює 0, тобто шуканий інтеграл дорівнює нулю.

Нехай тепер $R > 1$.

І спосіб. Підінтегральну функцію представимо у вигляді

$\frac{z^2}{(z-i)(z+i)} = \frac{1}{2i}\left(\frac{z^2}{z-i} - \frac{z^2}{z+i}\right)$.

$$\oint_{|z|=R}\frac{z^2}{1+z^2}dz = \oint_{|z|=R}\frac{z^2}{(z-i)(z+i)}dz = \frac{1}{2i}\left(\oint_{|z|=R}\frac{z^2}{z-i}dz - \oint_{|z|=R}\frac{z^2}{z+i}dz\right).$$

Кожний з інтегралів в дужках обчислюється за формулою Коші, отримуємо:

$$\oint_{|z|=R}\frac{z^2}{1+z^2}dz = \frac{1}{2i}(2\pi i(i)^2 - 2\pi i(-i)^2) = 0.$$

ІІ спосіб. Обведемо особливі точки підінтегральної функції замкнутими кривими γ_1, γ_2

Застосовуючи теорему Коші для багатозв'язних областей (в нашому випадку це тризв'язна область, границя, якої складається з круга$\{z: |z| = R\}$ та контурів γ_1, γ_2), отримуємо:

$$\oint_{|z|=R}\frac{z^2}{1+z^2}dz = \oint_{\gamma_1}\frac{z^2}{1+z^2}dz + \oint_{\gamma_2}\frac{z^2}{1+z^2}dz.$$

За теоремою Коші інтеграли по контурам γ_1, γ_2 рівні відповідно інтегралам по окружностям $\{z: |z-i| = 1\}$; $\{z: |z+i| = 1\}$.

Розглянемо інтеграл у вигляді:

$\oint_{|z-i|=1} \frac{z^2}{1+z^2} dz = \oint_{|z-i|=1} \frac{z^2}{(z-i)(z+i)} dz.$

Функція$f(z) = \frac{z^2}{z+i}$– аналітична в крузі $\{z: |z-i| \leq 1\}$, але тоді за інтегральною формулою Кошімаємо

$\oint_{|z-i|=1} \frac{z^2}{(z-i)(z+i)} dz = 2\pi i f(i) = 2\pi i \frac{i^2}{2i} = -\pi.$

Функція$f(z) = \frac{z^2}{z-i}$– аналітична в крузі $\{z: |z+i| \leq 1\}$, як наслідок, за інтегральною формулою Коші

$\oint_{|z+i|=1} \frac{z^2}{(z-i)(z+i)} dz = 2\pi i f(-i) = 2\pi i \frac{(-i)^2}{-2i} = -\pi.$

Таким чином, використовуючи знайдені значення, маємо

$\oint_{|z|=R} \frac{z^2}{1+z^2} dz = \pi - \pi = 0.$

Умова аналітичності в точці z_0функції комплексної змінної виявляється настільки сильною, що з неї слідуєіснування в точціz_0 всіхпохідних розглядуваної функції. Отже, похідна аналітичної функції також є аналітичною функцією. Це досить важлива відмінність функцій комплексної від функцій дійсної змінної: в дійсному випадкуфункція може матипохідну першого порядку, але не матипохідної другого порядку.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций: Учебн. для вузов / А. И. Маркушевич – М.: Государственное издательство технико–теоритической литературы, 1957. – 338 с.
2. Маркушевич А.И. Очерки по истории теории аналитических функций / А.И. Маркушевич. – М.-Л.: ГТТИ, 1951. – 127 с.
3. Стройк Д.Я. Краткий очер кистории математики / Д. Я. Стройк. – М.: Наука., 1969. – 328 с.
4. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ / Б. В. Шабат. – М. :Наука, 1969. – 577с.

Анотація. Рудик В.Властивість аналітичності функції як необхідна і достатня умови у твердженнях комплексного аналізу.

У статті розглянуто властивості аналітичності функції комплексної змінної в інтегральному численніта показано практичне значення, в математиці, однієї з основних теорем даного курсу –інтегральної формули Коші тарозв'язані приклади з даної теми.

Ключові слова:*аналітична функція, властивості аналітичної функції, інтегральна формулаКоші.*

Abstract. Rudyk V. The property of the analytic function as a necessary and sufficient condition in the assertions of the complex analysis.

In the article the properties of analytic function of a complex variable in integral calculus are considered and practical significance in mathematics, one of the main theorems of this course - the Cauchy integral formula is shown, and examples are solved on this topic.

Keywords:*analytic function, properties of analytic function, integral Cauchy formula.*

Стеценко Каріна
Студентки 4 курсу, напряму підготовки «Математика»*
Karina829@ukr.net
Науковий керівник – Ю.В. Хворостіна

КОМПЕТЕНТНІСНО-ОРІЄНТОВАНІ ЗАВДАННЯ З ТЕМИ: «ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК»

Реформування системи освіти в Україні нині набуло глобального характеру. Нова концепція загальної освіти ґрунтується на засадах особистісно зорієнтованого, діяльнісного та компетентнісного підходів. Саме тому, одним з пріоритетних завдань сучасної школи є підготовка компетентної особистості, яка вміє знаходити правильні рішення у конкретних навчальних та життєвих ситуаціях.

Для реалізації цього завдання необхідно, щоб навчально-виховний процес був спрямований на розвиток активності, самостійності, творчих можливостей кожного учня, оскільки суспільство потребує особистостей, здатних свідомо діяти, приймати власні рішення, швидко адаптуватися до змін.

Аналіз науково-методичних джерел щодо вдосконалення системи освіти шляхом впровадження компетентнісного підходу дозволяє стверджувати, що поняття "компетенція" та "компетентність" для української педагогіки є відносно новими, тому зустрічаються різні їх тлумачення. У педагогічній теорії немає одностайного підходу до розуміння компетентнісного підходу і шляхів його впровадження в освітню діяльність, тому ця проблема є предметом подальших перспективних дискусій і досліджень.

Як зазначають науковці, методологічною основою формування компетентності є діяльнісний підхід, оскільки компетентність і формується, і виявляється у процесі діяльності. Діяльнісний підхід визначається спрямованістю навчально-виховного процесу на розвиток умінь і навичок особистості, успішну адаптацію людини в соціумі, професійну самореалізацію, формування здібностей до колективної діяльності та самоосвіти. Одним з найважливіших видів навчальної діяльності, в процесі якої учнями засвоюється математична теорія, розвиваються їх творчі здібності і самостійність мислення є розв'язування завдань. Тому доцільно формувати ключові компетентності на уроках математики через спеціальні завдання, аналогічні завданням для перевірки математичної грамотності. Такі завдання отримали назву компетентнісно-орієнтовані (практично-орієнтовані). Разом з тим, таких завдань у підручниках, навчальних посібниках, дидактичних матеріалах недостатня кількість, а складання компетентнісно-орієнтованих завдань є досить трудомістким. І в цьому маємо протиріччя між необхідністю навчання розв'язуванню компетентісно-орієнтованих завдань учнів і відсутністю методики їх використання в процесі навчання математики.

Мета статті – обґрунтування актуальності компетентнісного підходу до навчання математики в школі та наведення конкретних прикладів компетентнісно-орієнтованих завдань з теми «Прямокутний трикутник».

Необхідність введення компетентнісного підходу в систему освіти визначається зміною освітньої парадигми як сукупності установок, цінностей, технічних засобів тощо, яка є характерною для членів конкретного суспільства. Головною перевагою такого підходу над іншими, традиційними, є визначення результативно-цільової спрямованості освіти.

Відповідно до поділу змісту освіти на загальну метапредметну (для всіх предметів), міжпредметну (для циклу предметів або освітніх галузей) і предметну (для кожного навчального предмета), визначається трирівнева ієрархія компетентностей: ключові, міжпредметні та предметні [2].

Предметну математичну компетентність слід розуміти як здатність учня створювати математичні моделі процесів навколишньої дійсності, застосовувати досвід математичної діяльності для розв'язування навчально-пізнавальних і практично зорієнтованих задач. Іншими словами, це спроможність учня у конкретних життєвих обставинах актуалізувати, інтегрувати й застосувати до вирішення проблеми досвід, здобутий у процесі навчання математики. Математична компетенція і компетентність значною мірою визначають якість математичної освіти.

Зважаючи на те, що реалізація компетентнісного підходу має діяльнісно-особистісний характер, формування в школярів математичної компетентності можна представити як гнучку модель організації процесу, зорієнтованого на розвиток індивідуальності учнів та їх самореалізацію. При цьому надзвичайну роль у формуванні таких компетентностей відіграє педагог, який може і повинен мислити креативно, вміти прогнозувати результати своєї діяльності та бути гарантом нової якості освіти.

Український професор І.П. Підласий[4] зазначає, що головним є не предмет, якому ви навчаєте, а особистість, яку ви формуєте. Не предмет формує особистість, а вчитель – своєю діяльністю, пов'язаною з вивченням предмета.

Науковцями доведено, що навчальна діяльність реалізується через систему задач (при компетентнісному підході – систему компетентнісно-орієнтованих задач). Під компетентнісними математичними задачами розуміємо навчально-пізнавальні задачі, розв'язування яких вимагає знань з різних розділів математики. Л.В. Павлова[3] пропонує таку їх класифікацію: предметні, практичні та міжпредметні задачі.

Зміст компетентнісно-орієнтованих завдань повинен бути пов'язаний з традиційними розділами або темами, що складають основу програм навчання. Самі завдання повинні містити питання різних типів: з вибором відповіді, з короткою відповіддю (у вигляді числа, виразу, формули, слова тощо), з розгорнутою відповіддю. Оскільки такі задачі відповідають найвищому рівню засвоєння навчального матеріалу, то їх доцільно використовувати на завершальному етапі вивчення теми або на етапі контролю навчальних досягнень учнів. Таким чином, компетентнісно зорієнтовані задачі можуть виконувати відповідно формувальну, узагальнюючу та контролюючу функції.

Для складання компетентнісно-орієнтованих завдань необхідно дотримуватись наступних принципів:

- завдання складати на основі практичної ситуації, яка, по можливості, повинна бути наближена до ситуації знайомої для учнів;
- ситуація повинна забезпечити можливість комплексної перевірки знань і вмінь з різних тем і розділів курсу математики;
- в межах запропонованої ситуації повинна виникнути така проблема, для вирішення якої необхідно застосування математики;
- умова завдання не повинна явно підказувати область знань і методи розв'язання, які необхідні для вирішення поставленої проблеми;
- завдання має бути представлене в різній формі (таблиці, схеми, діаграми, графіки, рисунки);

- завдання повинно супроводжуватися системою додаткових запитань.

При цьому компетентісно-орієнтовані завдання поділяють на три рівні, відповідно до рівнів математичної підготовки учня.

Перший рівень (рівень відтворення) включає відтворення математичних фактів, методів та виконання обчислень.

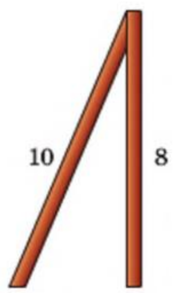
Другий рівень (рівень встановлення зв’язків) включає встановлення зв’язків та інтеграцію матеріалу з різних математичних тем, необхідних для розв’язування поставленого завдання.

Третій рівень (рівень міркування) – математичні міркування, які потребують узагальнення та інтуїції, роздумів і творчості, самостійна розробка алгоритму дій.

У сучасних підручниках немає достатньої кількості компетентнісно-орієнтованих завдань (в основному це завдання першого рівня), але на базі наявних завдань можна розробити свої завдання, які сприятимуть формуванню ключових компетентностей в учнів. Це означає, що зміст відповідних параграфів підручника потрібно розглядати як середовище, а не як матеріал, який необхідно засвоїти учням. Отже, завдання з шкільного підручника математики можна використовувати в якості основи для компетентісно-орієнтованих завдань.

При вивченні теми «Прямокутний трикутник» доцільно розв’язувати практичні задачі, адже для розв’язування таких задач потрібно використати набуті знання та життєвий досвід, вихідні дані та результат мають бути правдоподібними на рівні здорового глузду. Наведемо деякі приклади компетентнісно-орієнтованих завдань з даної теми:

Завдання 1. Дерево надломилось на висоті 6м і його вершина впала на землю на відстані 8 м від стовбура. Якою була висота дерева?



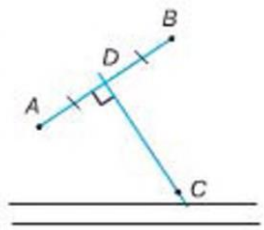
Завдання 2. До стовпа заввишки 8 м зробили похилу підпору завдовжки 10 м. Знайдіть синус та косинус кута між ними.

Варто зазначити, що роботу над завданнями 1 та 2 доцільно розпочати зі створення математичної моделі та уточнення всіх тверджень і теорем, які необхідно використати при її розв’язанні (а саме застосування теореми Піфагора).

Завдання 3. Ширина насипу шосейної дороги в нижній його частині має ширину 80 м, висота насипу – 5 м, а відкоси нахилені до горизонту під кутом 45°. Знайдіть ширину насипу у верхній його частині (вважати, що нижня і верхня частини насипу паралельні).

Розв’язування даного завдання варто розпочати з пропозиції учням спробувати зобразити геометричну ситуацію, задану в умові задачі та перейти до математичної конструкції. Доцільно звернути увагу учнів на те, які властивості та означення краще застосувати.

Завдання 4. Недалеко від населених пунктів A і B проходить шосе. Потрібно побудувати автобусну зупинку так, щоб відстані від неї до населених пунктів були однакові. Місце зупинки визначили так (мал.1): знайшли середину D відстані між населеними пунктами. Провісили пряму DC⊥ AB і позначили на цій прямій точку C біля шосе – місце зупинки. Чи правильно визначили місце автобусної зупинки? Поясніть. [1].



Розв'язування такої задачі необхідно розбити на окремі логічні кроки, причому, кожний такий крок має бути аргументованим. При обґрунтуванні даного твердження учень повинен застосувати знання не лише з теми «Прямокутний трикутник», а й з інших, раніше вивчених, тем геометрії.

Отже, у сучасній науці спостерігаємо стійку тенденцію утвердження не лише поняття «компетентнісний підхід», а й осмислення його сутності, адже реалізація цього підходу ґрунтується на уявленнях про компетентність як інтегрований результат навчання, пов'язаний з умінням використовувати знання та власний досвід у конкретних життєвих ситуаціях. Для реалізації такого підходу в математиці, необхідною умовою є застосування компетентнісно-орієнтованих завдань, що дає змогу вирішити проблему більш якісного засвоєння знань з математики та здатності їх застосування на практиці, підвищує математичну грамотність учнів, сприяє формуванню та розвитку в них як предметної математичної, так і загальнопредметних компетентностей.

Список використаних джерел

1. Бурда М. І. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К: Видавничий дім "Освіта", 2015. – 208 с.
2. Державний стандарт [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/derj-stand.html.
3. Павлова Л. В. Познавательные компетентностные задачи как средство формирования предметно-профессиональной компетентности будущего учителя / Л. В. Павлова. // Изд-во РГПУ им. А.И.Герцена. – 2009. – №113. – С. 72–79.
4. Підласий І. П. Продуктивний педагог. Настільна книга вчителя / І. П. Підласий. – Х: Вид.група "Основа", 2010. – 360 с.

Анотація. *У статті обґрунтовано актуальність компетентнісного підходу до навчання математики в школі, наведено класифікацію компетентнісно-орієнтованих завдань та розглянуто конкретні приклади завдань практичного змісту з теми «Прямокутний трикутник»..*

Ключові слова: *компетентнісний підхід, компетентністно-орієнтовані завдання.*

Abstract. *The article deals with the relevance of the competency-based approach to teaching mathematics at the school, gives a classification of competence-oriented tasks and provides specific examples of tasks of practical training subject matter withing the topic "Right Triangle".*

Key words: *competence-based approach, competence-oriented tasks.*

Харченко Олена
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Математика)»
khsrchenko@gmail.com
Науковий керівник – Ф. М. Лиман

ДИДАКТИЧНА ГРА ЯК ЗАСІБ СТИМУЛЮВАННЯ НАВЧАЛЬНО - ПІЗНАВАЛЬНОЇ АКТИВНОСТІ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

Ефективне вивчення математики в основній школі не можливе без пошуків нових та цікавих методів активізації навчально - пізнавальної діяльності учнів. Школярі не тільки повинні засвоїти визначену навчальною програмою систему знань з математики, а й навчитися спостерігати об'єкти, явища, процеси, порівнювати їх, виявляти зв'язок між математичними поняттями, діями, величинами та їх відношеннями, навчитися міркувати, обґрунтовувати свої висновки, користуватися математичною мовою.

Проблема формування пізнавального інтересу в учнів є однією з найбільш актуальних сучасної освіти. Відомо, якщо в учня немає бажання вчитися, відсутній інтерес до знань, до способів їх отримання, то з нього не може вирости творча особистість. Тому формування пізнавальної потреби сприяє активності, яка показує стан учня і його ставлення до навчання. Це ставлення проявляється в психологічному настрої діяльності учня: зосередженості уваги, в зацікавленості справою, активності на уроках.

Збільшення розумового навантаження на уроках математики вимагає задуматись над тим, як підтримати в учнів інтерес до матеріалу, що вивчається, їх активність на протягом уроку. В зв'язку з цим ведуться пошуки нових ефективних методів навчання і таких методичних прийомів, які б активізували думку школярів, стимулювали їх до самостійного здобуття знань.

Сучасна освіта спрямована на формування особистості учня. З метою формування особистості учня сучасна дидактика рекомендує збагачувати традиційні методи навчання такими способами і прийомами, які б сприяли формуванню мотивації навчання, забезпеченню високого рівня активності, створенню умов для самостійного набуття учнями знань, умінь і навичок. Стало аксіомою сучасної школи, що ефективність навчання учнів знижується, якщо застосовуються пасивні методи дидактичного впливу, відсутній діалог між учителем та учнем.

Одним з сучасних методів навчання і виховання, що сприяє оптимізації та активізації навчального процесу та дозволяє показати цікаві й захоплюючі грані математики, є дидактична гра.

Важлива роль відводиться дидактичним іграм – сучасному і ефективному методу навчання і виховання, що володіє навчальною, розвиваючою і виховною функціями, які діють як одне ціле [1].

Вивченню даного питання присвячені дослідження Ю. Бабанського, М. Ігнатенка, В. Онищука, В. Осинської, Н. Тализіної, Г. Щукіної та ін. Використання дидактичних ігор підвищує інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури.

На теперішній час точного визначення поняття « дидактична гра» у педагогічній літературі не існує. Даний термін має різні тлумачення в працях певних дослідників. Проблемі дидактичних ігор приділяли увагу мислителі та науковці різних епох: Платон, Арістотель, Рабле, Я. Коменський, Д. Локк, Ж-Ж. Руссо, І. Кант, К. Ушинський, А.

Макаренко, Л. Виготський, О. Запорожець та інші. На думку М. В. Кларіна дидактична гра - це гра за правилами, підпорядкованими досягненню заздалегідь окресленого результату [2].

Ряд інших науковців визначають сутність гри як:

- форму спілкування (М. Гончаров, Т. Ладивір, М. Лісина, В. Семенов, В. Сушко, Н.Філатова),
- форму діяльності (Л. Виготський, Д. Ельконін),
- умову розумового розвитку (П. Каптерєв, є. Покровський, С. Рубінштейн, І. Сікорський, А. Смирнов) [3].

На думку А. С. Макаренка дидактичні ігри є важливими для всебічного розвитку дитини, так як для дорослої людини є праця. Але він зазначав, що та гра є дієвою, в якій учень активно діє, мислить, будує, комбінує та моделює людські взаємини.

Опрацювавши відповідну літературу ми приходимо до думки, що дидактична гра – це індивідуальна, групова чи колективна навчальна діяльність, що включає в себе елемент суперництва, самостійність у засвоєння знань, умінь та навичок, спілкування в процесі ігрового навчання. Під час гри відбувається мобілізація всіх розумових процесів, стимулювання розвитку уваги пам'яті, мислення. Якщо розглядати дидактичні ігри з точки зору психології, то гра охоплює всі періоди життя людини. Це важлива форма її життєдіяльності, а не вікова ознака. З грою людина не розлучається все життя, змінюються лише її мотиви, форми проведення. Природно, що саме в грі слід шукати приховані можливості для успішного засвоєння учнями математичних понять, ідей, формування необхідних умінь. Гра дає змогу легко привернути увагу й тривалий час підтримувати в учнів інтерес до тих важливих і складних предметів, явищ, на яких у звичайних умовах зосередити увагу не завжди вдається. Постійне залучення школярів до ігрової діяльності в процесі навчання, сприяє формування сталого пізнавального інтересу.

Використання дидактичних ігор при вивченні математики є невід'ємною складовою кращого засвоєння матеріалу. Ігри застосовуються, наприклад, при вивченні нового матеріалу, а також під час закріплення знань, умінь та навичок. Дидактичні ігри потрібно добирати відповідно до навчальної програми. Продумуючи ігрову ситуацію, вчитель повинен обов'язково поєднувати два основних елементи – пізнавальний та ігровий [4].

Готуючись до уроків, учитель має заздалегідь підготувати необхідний дидактичний матеріал, продумати послідовність ігрових дій, організацію учнів, тривалість гри, контроль, підведення підсумків і оцінювання.

Щоб ігрова діяльність на уроці проходила ефективно і давала бажані результати, необхідно нею керувати, забезпечивши виконання таких вимог:

- готовність учнів до гри (кожен учень повинен усвідомити та запам'ятати правила гри, мету та кінцевий результат гри, мати певний запас знань);
- забезпечення кожного школяра необхідними дидактичними матеріалами;
- чітке та зрозуміле пояснення змісту та завдань гри;
- якщо гра складна, то її потрібно проводити в декілька етапів, щоб учні змогли засвоїти окремі дії потім відтворити їх, або запропонувати свої варіанти гри;
- контроль з боку вчителя за діями учнів, для того щоб своєчасно виправити помилки, спрямувати правильність подальших дій;
- вчитель повинен обов'язково оцінити участь кожного учня;

Особливість дидактичної гри в тому, що вона має стійку структуру, яка відрізняє її від будь–якої іншої діяльності. Основними структурними компонентами дидактичної гри є:

- ігровий задум;
- правила;
- ігрові дії;
- пізнавальний зміст;
- обладнання;
- результат гри.

Ігровий задум часто виступає у ролі загадки або запитання. Цей компонент надає грі пізнавального характеру. Кожна дидактична гра має правила, які визначають певний порядок дій, поведінку учнів під час проведення гри. Вони сприяють створенню робочої обстановки під час проведення гри. Правила слугують виховним аспектом під час гри, тобто виховують уміння керувати своїми емоціями та поведінкою. Важливою складовою дидактичної гри є ігрові дії, які керуються правилами гри, сприяють навчально - пізнавальній активності учнів на уроці математики. Вони дають можливість кожному учневі проявити свої здібності, застосувати раніше отримані знання, вміння та навички. Учитель виступає керівником гри, активізує хід гри різноманітними прийомами. Основним елементом дидактичної гри є пізнавальний зміст. Характеризується засвоєнням знань умінь та навичок у процесі навчання з використанням дидактичної гри. Обладнання включає в себе технічні засоби навчання, наочності, різний роздатковий матеріал. Результатом є фінал гри, який є розв'язком поставленої мети.

Пропонуємо розглянути деякі приклади використання методу « дидактичної гри » під час вивчення математики учнів основної школи.

Гра « *Морський бій* ». Ця гра розвиває логічне мислення, спостережливість, цікавість, кмітливість. Дану гру можна використовувати під час вивчення теми *« Координати точки на площині »*. Під час гри школярі краще запам'ятовують поняття декартових координат, переконуються що точка на площині визначається двома координатами.

Гра *« Прикраси ялинку »* [5]. Дана гра може використовуватися під час вивчення теми *« Рівняння »*. вона полягає в тому, що на дошці прикріплюється вирізана з картону ялинка. До неї кріпляться прикраси на звороті, яких записані рівняння, різні кольори вказують на різний рівень складності рівнянь. Учень має право прикрасити ялинку іграшкою тоді і тільки тоді коли правильно розв'язане рівняння.

Гра « Політ у космос ». Ця дидактична гра може бути використана під час вивчення будь – якої теми з математики. Вона полягає в тому для того щоб здійснити політ до наступної планети треба виконати певне завдання, яке вчитель перевірить. Якщо завдання виконане вірно, то учень має право вирушити далі, якщо - ні, то робота над помилками. Дана гра навчає знаходити помилки. З кожним польотом завдання стають складнішими, тобто використання різнорівневих завдань, тому не кожен матиме змогу закінчити політ. Учитель звичайно повинен оцінити тих учнів, які перші закінчили політ.

Гра *"Склади 2 приклади"* [6].

Учитель демонструє картку з прикладом на додавання. Учня викликають до дошки він складає два приклади на віднімання

Наприклад:

17 + 2 = 19   9-2 = 7   9-7 = 2

15 + 4 = 19   9-4 = 5   9-5 = 4

Дана гра розвиває логіку, критичне мислення, логічність.

В багатьох іграх простежується принцип змагання між групами учнів. В таких іграх підвищується інтерес до гри, до пізнання чогось нового, цікавого. Це, наприклад, ігри *« Хто швидше », « Дивись не помились », « Математичний турнір », « Математичний брейринг », « Математичний КВК»* та інші. Найпоширенішим прикладом дидактичних ігор є математичні кросворди. Вони можуть використовуватися під час узагальнення та систематизації знань з певної теми.

Використання дидактичних під час формування вмінь та навичок дає змогу залучати учнів до групової, колективної, або самостійної роботи. Гра перш за все захоплює учнів ігровим задумом, стимулюючи прояв рис емоційно – вольової сфери. Розвиває уважність, спостережливість, наполегливість та кмітливість. Дидактична гра, як засіб стимулювання навчально – пізнавальної активності організовує, навчає, виховує, розширює їх пізнавальні можливості.

Список використаних джерел

1. Коваленко В. Г. Дидактические игры на уроках математики. – М.: Просвещение, 1990. – 91с.
2. Кларин М.Б. Инновации в мировой педагогике / М.Кларин – М., 1998. – 180с.
3. Воробйова С. Дидактична гра в процесі навчання / С. Воробйова // Рідна школа. 1. – 2002. – №10. – С.46-48.
4. Микитин О. В. Використання дидактичних ігор на уроках математики / О.В. Микитин // Математика. – 2004. – № 38. – С. 37–45.
5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
6. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-тє вид., перероб. і допов. – К.: Вища шк., 1989.

Анотація. Харченко О. Дидактична гра, як засіб стимулювання навчально - пізнавальної активності учнів основної школи при вивченні математики. *У статті розглянуто сутність поняття « дидактична гра ». Проаналізовано чи є ефективним використання дидактичних ігор на уроках математики. Наведено приклади ігор, які можуть бути використані під час вивчення деяких тем алгебри та геометрії.*

Ключові слова: *дидактична гра, пізнавальний зміст, ігрові дії, ігровий задум, особистість, результат гри.*

Abstract. Kharchenko O. Didactic game as a means of stimulating educational and cognitive activity of primary school pupils in the study of mathematics. *In the article the essence of the concept of "didactic game" is considered. It is analyzed whether the use of didactic games in mathematics classes is effective. Examples of games that can be used to study some topics of algebra and geometry are given.*

Keywords: *didactic game, cognitive content, game action, game plan, personality, result of the game.*

Беспалий Владислав
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Інформатика)»
agenpel4@gmail.com
Науковий керівник – Н.В. Дегтярьова

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ПІДХОДІВ ДО ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ПРИ РОБОТІ УЧНІВ З ГРАФІКОЮ

Наявність різноманітності підходів до здійснення навчання учнів можна пояснити багатозначністю цього поняття. Термін «підхід» уживається як світоглядна категорія, що відображає соціальні настанови суб'єктів навчання як носіїв суспільної свідомості; як глобальна й системна організація й самоорганізація освітнього процесу; як стратегія навчання, що поєднує в собі методи, форми та прийоми навчання

Сучасні педагоги й дидактики зазначають, що особистісно орієнтований і діяльнісний підходи знаменують перехід від педагогіки грамотності до педагогіки розвитку. Вихідні положення особистісно орієнтованого навчання визначає І. Якиманська:

1) усвідомлення особистості учня як суб'єкта пізнавальної й предметної діяльності;

2) забезпечення кожному учневі (з огляду на його здібності, нахили, інтереси, ціннісні орієнтації та суб'єктивний досвід) можливостей реалізувати себе в різних видах діяльності;

3) зміст освіти, її засоби й методи організовуються так, щоб учень міг вибирати предметний матеріал, його вид і форму;

4) освіченість як сукупність знань, умінь, індивідуальних здібностей є найважливішим засобом становлення духовних та інтелектуальних характеристик учня і має бути основною метою сучасної освіти;

5) освіченість формує індивідуальне сприйняття світу, можливості творчого вдосконалення його, широке використання суб'єктного досвіду в інтерпретації й оцінюванні фактів, явищ, подій навколишньої дійсності на основі особистісно значущих цінностей і внутрішніх настанов;

6) найважливішими чинниками особистісно орієнтованого навчального процесу є ті, що розвивають індивідуальність учня, створюють умови для його саморозвитку й самовираження;

7) особистісно орієнтоване навчання будується на принципі варіативності [1].

Особистісно орієнтований підхід – спрямований на забезпечення розвитку й саморозвитку особистості учня з урахуванням його рівня розвиту та набутих ним здібностей під час навчальної діяльності.

В даному підході потрібно активно вводити учнів у навчальний процес на кожному уроці, застосовувати психологічні прийоми та методи по типу актуалізації, заохочення, ігрових ситуацій тощо.

Сучасні методики чи технології являються ефективними якщо вони мають здатність підвищувати практичну складову над теоретичною і виводити практику на новий рівень, що дає змогу забезпечити цілісне розв'язання багатьох освітніх і життєвих проблем.

Навчальний матеріал в методиці особистісно орієнтованого підходу розглядають як поштовх для ціннісно-смислових пошуків особистості, із методів навчання вони перекваліфіковуються у методи пошуку, дослідження, а все це є елементом цілісного навчального процесу, що передбачає підчас пошуку інформації прояви особистісних функцій учня.

Метою застосування особистісно орієнтованого підходу під час вивчення графіки є створення комфортних умов для роботи учня, в яких він має змогу активно розвивати власні навички з даної теми. Також потрібно зорієнтувати учнів на самостійний пошук інформації для вирішення поставленої задачі. Невід'ємним етапом навчання буде залучення учнів до інноваційних методів навчання, наприклад, метод проектів.

Для усвідомлення діяльнісного підходу потрібно розібрати такі поняття, як «дія» та «діяльність» - і відношення між ними. Учені розмежовують дані поняття, припускаючи що людська діяльність повинна визначатися лише з позицій намірів та цілей.

Суть діяльнісного підходу можна визначити по-різному: як сукупність освітніх технологій чи методичних прийомів, як свого роду філософію, методологічну базу розвивального навчання, як освітню концепцію, що спирається на суб'єктну діяльність учня. Найбільш відповідним вважаємо розуміння його як спрямування навчально-виховного процесу на оволодіння різними видами діяльності, у процесі якої учні здобувають знання, набувають діяльнісного досвіду, формують навички взаємодії зі світом, суспільством, іншими людьми.

Узагальнюючи поняття діяльнісного підходу, можна сказати що він спрямований на забезпечення навчально-виховного процесу та оволодіння різними видами діяльності, у процесі якої учні мають змогу здобувати знання та набувати діяльнісного досвіду.

Метою використання такого підходу до вивчення графіки є ставлення мотивуючих цілей для виконання поставлених завдань, навчити володіти учнів широким спектром можливостей графіки та способом їх використання. Формувати у учнів перспектив на майбутню професію.

Відповідно учителеві потрібно усвідомити, на чому конкретно має бути зосереджена увага учнів на уроці. Загалом учені наголошують на актуальності регулятивних (ціле визначення, планування, прогнозування, контроль, корекція, оцінювання, саморегулювання), загально навчальних універсальних (пошук інформації, розмежування необхідної і зайвої (надлишкової) інформації, структурування знань, вибір способів розв'язання завдань, рефлексія способів і умов дії, визначення необхідної інформації, поділ інформації на основну й другорядну, вільне орієнтування в інформаційному полі.[5]

Діяльнісний підхід пов'язаний з забезпеченням самостійної творчої діяльності кожного учня, щоб навчити його розумових дій, потрібно рухатись від практичних дій до теоретичних. Упровадження діяльнісного підходу в сучасних умовах цілком умотивоване, адже діяльність є поштовхом до розвитку здібностей людини, у процесі діяльності здобуваються знання, зароджуються навички ефективної взаємодії людини зі світом, суспільством, іншими людьми.

В сучасному світі, суспільство повинно виховувати ініціативних, самостійних та відповідальних громадян, які спроможні ефективно виконувати соціальні, виробничі та економічні завдання. В даний час людина повинна бути всебічно розвинутою, мати творчі здібності, розв'язувати проблеми, та самостійно здобувати нові знання. Саме ці завдання лежать в основі реформ сучасної школи.

Поняття «компетентність» в освіті досить широко вживають і активно досліджують уже понад десяти років та вважають дієвим інструментом поліпшення якості освіти. Запровадження компетентнісного підходу в європейську освіту стартувало ще у 1996 р. [2, с. 214]. Теоретичні засади, які розкривають сутність понять "компетентність", визначають структуру компетентності, класифікацію компетентностей, їх ієрархію тощо, висвітлені у низці публікацій науковців Росії і України (Байбара Т. М., Бібік Н.М., Бондар С.П., Єрмаков І.Г., Зимня ІА-, Краєвський В.В., Локшина О.І., Овчарук О.В., Пометун О.І, Савченко О Л., Трубачева С.Е., Хуторський А.В. та ін.).

Компетентність — це здатність застосовувати набуті знання, вміння, навички, способи діяльності, власний досвід у нестандартних ситуаціях з метою розв'язання певних життєво важливих проблем [3].

Вважаємо, що у роботі з графікою користувачі мають набути таких компонентів інформатичних компетентностей:

– розуміння поняття графічного подання даних;

– вміння опрацьовувати графічні дані, готовність використання основних методів для їх опрацювання;

– володіння основним інструментарієм графічних редакторів.

В сучасному світі великою проблемою є те що, після закінчення навчального закладу, випускник не володіє повним апаратом знань з певних дисциплін. Комп'ютерна графіка в даний час набирає великих обертів в плані працевлаштування, наприклад, веб-дизайнер, аніматор, композер, спеціаліст зі спецефектів, та інші.

Порівняльний аналіз трьох підходів дає змогу зробити висновки про доцільність та оптимальність їх використання табл.1.

Таблиця 1

Підходи до навчання		
Особистісно орієнтований	Діяльнісний	Компетентнісний
Особистість постає - як суб'єкт діяльності; - як людина праці; - як людина культури	Діяльність розглядаємо - як пробу сил і гру; - як працю; - як творчу працю	Формуємо компетентності - уміння вчитися; - комунікативну; - інформаційно-комунікаційну; - громадянську; - загальнокультурну; - здоров'язбережувальну

Результатом поєднання й систематизованого впровадження трьох підходів учні як суб'єкти навчального процесу формують ціннісне сприйняття світу, набувають діяльнісного досвіду й демонструють готовність до освоєння майбутніх професій. Одним з важливих елементів підвищення ефективності процесу професійної підготовки майбутніх фахівців є постійне поліпшення методичного рівня. Вибір найбільш адекватного для даних розумів комплексу методів професійної підготовки, засобів, форм і змісту, дозволить підготувати високопрофесійних, компетентних фахівців, здатних діяти в нових соціально-економічних умовах.

Список використаних джерел

1. Якиманская И.С. Личностно ориентированное обучение в современной школе / Якиманская И.С. – М.: Сентябрь, 2000. – 176с.

2. Мироненко В. В. Компетентність в комп'ютерній графіці / В. В. Мироненко // Системи обробки інформації. - 2016. - № 9. - С. 213-216.

3. Наукова стаття: Реалізація компетентнісного підходу в навчанні молодших школярів [Електронний ресурс] // Режим доступу: http://bukvar.su/informatika_programmirovanie/173369-Vektornaya-i-rastrovaya-grafika.html

4. Наукова стаття: Дослідження питання про компоненти інформатичних компетентностей при роботі з графікою [Електронний ресурс] // Режим доступу: http://informatika.udpu.org.ua/?page_id=4326

5. Наукова стаття: Підходи до навчання української мови в основній школі [Електронний ресурс] // Режим доступу: http://lib.iitta.gov.ua/9509/1/%D0%93%D0%BE%D0%BB%D1%83%D0%B1%20_3_.pdf

Анотація. Беспалий В. Аналіз сучасних підходів до організаціїї навчального процесу та дослідження питання про компоненти інформатичних компетентностей при роботі з графікоюв*. У Статі було проаналізовано суть поняття «підхід в навчанні», виділено характерні ознаки особистісно-орієнтовного, діяльного та компетентнісного підходів. Дані матеріали дозволяють з'ясувати спільне та відмінне в підходах, орієнтуючи вчителів на підпір відповідних форм, методів та прийомів для навчання учнів графіці.*

Ключові слова: підхід до навчання, особистісно-орієнтований, діяльний, компетентнісний, інформатична компетентність, комп'ютерна графіка.

Abstract. Bespalyi V. Analysis of modern approaches to the organization of the educational process and the study of the components of the informational competencies when working with graphics. *In the article, the essence of the concept "approach in learning" was analyzed, characteristic features of personality-oriented, active and competent approaches were singled out. These materials allow us to find out common and excellent approaches, targeting teachers to support the appropriate forms, methods and techniques for teaching students graphic.*

Key words: approach to learning, person-oriented, active, competence, computer competence, computer graphics.

Краснокутська Ірина
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Інформатика)»
val42227@yandex.ru
Науковий керівник – Н.В. Дегтярьова

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ PYTHON В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ІНФОРМАТИКИ

На сьогоднішній день існує чимало мов програмування. Деякі з мов схожі між собою, але в той же час, кожна з них має свої особливості. Причина створення і існування великої кількості мов програмування - це завдання, тобто для чого потрібна саме ця мова.

Python — інтерпретована об'єктно-орієнтована мова програмування високого рівня зі строгою динамічною типізацією [1]. Ця мова, має достатньо простий синтаксис. Читати код на Python легко, бо в ній використовується мінімум допоміжних елементів.

Розпочав розробку Python, працівник голландського інституту CWI (Центр математики та інформатики, голл. Centrum Wiskunde & Informatica) Гвідо ван Россум (англ. Guido van Rossum) в 1980 році. [2]. У 1991 році офіційно вийшла перша версія програми Python 0.9.0. Версія 2, яку випустили в 2000 році зробила процес розробки більш прозорим і всеосяжним в порівнянні з попередніми версіями[5].

Розвиток мови відбувався за чітко регламентованим планом, який обговорювався та реалізувався за допомогою документів PEP(**P**ython **E**nhancement **P**roposal).

Після довготривалого тестування, в 2008 році з'являється версія 3.0 з новим функціоналом та частковою підтримкою попередніх версій програми, тобто 2.х.. На сьогодні підтримуються дві гілки версій програми 2.х. та 3.х, але оновлюватися буде лише остання[3].

Основні гілки розвитку зазначено в Таблиці 1.

Таблиця 1

Основні гілки розвитку мови Python

Гілка(дата виходу)	**Актуальність(дата виходу)**
Python 0.9.0 (1991-02)	-
Python 0.9.1 (1991-04)	-
Python 2.x (2000-10-16)	Python 2.7.11 (2015-12-05)
Python 3.x (2008-12-03)	Python 3.4.5 (2016-06-27)
	Python 3.5.2 (2016-06-27)
	Python 3.6.1 (2017-03-21)

Створювалась Python під впливом уже існуючих мов програмування, тому запозичила у них такі структурні елементи, як:

- PascalABC: відступи для групування операторів, високорівневі структури даних;
- Modula-3: пакети, модулі;
- C, C ++: деякі синтаксичні конструкції;
- Smalltalk: ООП;
- Java: обробка виключень та ін. [2].

Особливості ж, цієї мови програмування, проявляються у наступному:

1. Вона проста в засвоєнні.

Python – мова програмування, яка дає можливість зосередитися на вирішенні поставленого завдання, а не на самій мові.

2. Вільна і відкрита.

Python - вільне і відкрите програмне забезпечення (Free / Libré and Open Source Sotware - FLOSS) [1].

В основі вільного ПЗ лежить ідея спільноти, яка ділиться своїми знаннями та здобутками. Сам рух керується чотирма принципами свободи:

1) програму можна вільно використовувати з будь-якою метою («нульова свобода»);

2) можна вивчати, як програма працює, і адаптувати її для своїх цілей («перша свобода») - умовою цього є доступність вихідного тексту програми;

3) можна вільно поширювати копії програми - на допомогу товаришеві («друга свобода»).

4) програму можна вільно покращувати і публікувати свою поліпшену версію - з тим, щоб принести користь всьому співтовариству («третя свобода») - умовою третьої свободи є доступність вихідного тексту програми і можливість внесення в нього модифікацій і виправлень.

3. Має можливість розширюватись і вбудовуватись.

Python можна вбудовувати в програми на C / C ++, щоб надавати можливості написання сценаріїв їх користувачам або для прискорення роботи програми[1].

4. «Заряджена».

Python поставляється за принципом «все включно» (англ. Batteries Included), і має великі можливості в стандартній бібліотеці у доповнення до вбудованих можливостей мови[1].

Стандартна бібліотека дозволяє вирішувати різні завдання, пов'язані з використанням регулярних виразів, генерацією документації, перевіркою блоків коду, розпаралелюванням процесів, базами даних, мережею Інтернет, електронною поштою, криптографією, GUI (графічний інтерфейс користувача) та іншим системно-залежним функціоналом.

У разі, якщо стандартної бібліотеки недостатньо, існує безліч інших високоякісних бібліотек, які можна знайти в каталозі пакетів Python, за наступним посиланням: https://pypi.python.org/pypi.

Python відноситься до мов, що розділяє ідею методології структурного програмування, в основі якої лежить уявлення програми у вигляді ієрархічної структури блоків. Блоки в свою чергу можуть складатися з елементів або з таких же блоків. Блоки, які виділяються в Python представлені в Таблиці 2[3].

Таблиця 2

Елементи і блоки в Python

№	Назва блоку	Опис
1	Послідовність (інструкція)	Будь-яка атомарна дія, наприклад, присвоєння
2	Розгалуження (умова)	Виконання інструкцій в залежності від певної умови
3	Цикл	Багаторазове виконання набору інструкцій

4	Підпрограма (процедура / функція)	Частина комп'ютерної програми, яка містить опис певного набору інструкцій, яка може бути багаторазово викликана з різних частин програми. Може містити (1) - (3)
5	Клас	Абстрактний тип даних в об'єктно-орієнтованому програмуванні, що задає загальну поведінку для групи об'єктів; модель об'єкта. Може містити (1) - (4)
6	Модуль	Функціонально закінчений фрагмент програми, оформлений у вигляді окремого файлу з вихідним кодом або пойменованої безперервної її частини. Може містити (1) - (5)
7	Пакет	Логічно закінчена сукупність модулів як єдине ціле

Для роботи безпосередньо в самій програмі, з офіційного сайту треба скачати необхідну версію Python. Створення скриптів, відбувається в інтерактивні оболочці IDLE. Для цього, після запуску програми в меню слід вибрати команду File → New Window (Crtl + N), внаслідок чого відкриється нове вікно.

Після прописання коду, збережений файл повинен бути з розширенням .py. Щоб перевірити працездатність скрипту, слід натиснути на команду Run → Run Module (F5). Після цього в першому вікні з'явиться результат виконання коду. Якщо набирати код, не зберігши спочатку файл, то підсвічування синтаксису буде відсутнє.

Насправді, скрипти можна прописувати в будь-якому текстовому редакторі. Важливо, щоб він підтримував підсвічування синтаксису мови Python[1].

Мова Python має власний інтерпретатор. Він, в основному, виконує команди порядково: пишеш рядок, натискаєш Enter, інтерпретатор виконує її, спостерігаєш результат. Це дуже зручно, коли людина тільки вивчає програмування або тестує якусь невелику частину коду. Адже якщо працювати на компільованій мові, то довелося б спочатку написати код на вихідній мові програмування, потім скомпілювати і вже потім запустити виконуваний файл на виконання.

Незважаючи на зручності інтерактивного режиму роботи при написанні програм на Python, зазвичай потрібно зберігати вихідний програмний код для подальшого використання. У такому випадку підготовлюються файли, які передаються потім інтерпретатору на виконання.

Ще однією перевагою мови Python є те, що її можна використовувати як звичайний калькулятор, і працювати з ним, можуть люди які навіть не знають синтаксису Рис.1.

```
>>>2+5
7
>>>3*(5-8)
-9
>>>2.4+3.0/2
3.9
```

Рис.1

На 2017 рік за версією журналу IEEE Spectrum, який враховував 12 метрик, отриманих з 10 різних джерел, Python знаходиться на першому місці серед найпопулярніших мов, які використовуються[1]. Цю мову програмування використовують багато передових компаній при створенні свого продукту, а саме:

- Google, який використовує Python в своїй пошуковій системі;
- такі компанії, як Intel, Cisco, Hewlett-Packard, Seagate, Qualcomm і IBM, використовують Python для тестування апаратного забезпечення;
- YouTube в значній мірі реалізований на Python;
- NSA використовує Python для шифрування і аналізу розвідданих, і т.д. [4]

Отже, Python стабільна і популярна мова, яку використовують в різних проектах для різних цілей. Вона має простий і при цьому вишуканий синтаксис, який зручний для запам'ятовування і відтворення учнями загальноосвітніх шкіл.

Список використаних джерел

1. Столмен. Р. FLOSS и FOSS[Електронний ресурс] / Р. Столмен – 2012 – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.gnu.org/philosophy/floss-and-foss.ru.html
2.Програмування на мові Python(3.x) :[Електронний ресурс] / – 2012. – Режим доступу: https://sites.google.com/site/pythonukr/urok-2-znajomstvo-z-python-i-seredovisami-programuvanna
3. PEP 404 – Python 2.8 Un-release Schedule (почему Python 2.8 никогда не будет). URL [Електронний ресурс] / – 2012. – Режим доступу: https://www.python.org/dev/peps/pep-0404/
4. Python-Матеріал з Вікіпедії — вільної енциклопедії,:[Електронний ресурс] / – 2017. – – Режим доступу:https://ru.wikipedia.org/wiki/Python
5. Python2.x та Python3.x короткий пергляд: [Електронний ресурс] / – 2016. – Режим доступу:
https://www.8host.com/blog/python-2-vs-python-3-kratkij-obzor-i-prakticheskie-soobrazheniya/

Анотація. Краснокутська І. Про методичні особливості навчання мови програмування Python в курсі інформатики. *У тезах доповіді проаналізовано мову програмування Python,її версії.Розглянуто особливості мови та її складові елементи. Перераховано переваги для її вивчення. Наведено приклади використання Python в сучасному світі.*

Ключові слова: *Python, об'єктно-орієнтовна, синтаксис, структурні елементи.*

Abstract. . I. Krasnokutska. About the methodical features of Python study on the computer science at school. *The theses of the report analyzes the programming language Python, its version. The features of the language and its constituent elements are examined. Listed benefits for its study. Examples of using Python in the modern world are given.*

Keywords: *Python, object-orientation, syntax, structural elements.*

Савостян Марія
Магістра, спеціальності «Середня освіта (Інформатика)»
mvsavostyan@gmail.com
Науковий керівник – В. Г. Шамоня

ЗАСТОСУВАННЯ MS EXCEL ДЛЯ СТАТИСТИЧНИХ РОЗРАХУНКІВ

Метою наукового дослідження є встановлення причинно-наслідкового зв'язку між певними подіями чи явищами. Під час дослідження, через обмеженість дослідницьких ресурсів, ми не можемо виявити всі чинники, які впливають на формування кінцевого результату. Така ситуація призвела до розробки понять теорії ймовірності: «випадкова подія», «статистичний ансамбль», «вибірка», «параметри», «значення». Розрахунки за формулами теорії ймовірності в достатній мірі громіздкі, і в сучасних умовах вони виконуються засобами обчислювальної техніки.

Статистико-математичний аналіз результатів може бути реалізований через статистичні розподіли. Нормальний розподіл відіграє важливу роль в теорії ймовірності, а також займає особливе місце серед інших законів розподілу. Саме такий розподіл найчастіше зустрічається в практиці. Нормальний розподіл є граничним законом, до якого наближаються інші розподіли. Глобальність нормального розподілу пояснюється тим, що будь-яка випадкова величина, яка є сумою великої кількості окремих числових значень, кожне з яких підпорядковується різним законам розподілу і несуттєво впливає на суму, розподілена майже за нормальним законом. Підпорядкованість закону нормального розподілу проявляється тим точніше, чим більше випадкових величин діє разом. Більшість значень нормально розподіленої випадкової величини концентрується навколо середнього значення, тобто закон розподілу є симетричним [3, с.243].

В практиці нормальний розподіл застосовують:

1. Для визначення ймовірності конкретного значення ознаки. Це необхідно при перевірці гіпотез про відповідність того чи іншого емпіричного розподілу нормальному.
2. Для визначення ймовірності вибіркових середніх відносно генеральних середніх.
3. Для визначення довірчого інтервалу, в якому знаходиться наближене значення характеристик генеральної сукупності.

Розподіл хі-квадрат (χ^2-розподіл) з n ступенями вільності — неперервний розподіл, що визначається як розподіл суми квадратів n незалежних випадкових величин з стандартним нормальним розподілом. Розподіл хі-квадрат є одним з найважливіших у статистиці. Зокрема він використовується у критеріях хі-квадрат (наприклад критерії узгодженості Пірсона). Для оцінки розходжень між емпіричними і теоретичними частотами розроблено ряд критеріїв згоди, серед яких найбільш широке застосування отримав критерій Пірсона. На основі зіставлення фактичного і теоретичного (табличного) значення хі-критерію можна вияснити належність даного емпіричного розподілу деякому відомому теоретичному типу розподілу (наприклад, є або ні досліджуваний розподіл нормальним, біноміальним тощо) [3, с.247].

Для обробки результатів дослідження використовують такі числові характеристики статистичних розподілів:

- Математичне сподівання.
- Медіана.
- Мода.
- Дисперсія.
- Коефіцієнт ексцесу.
- Коефіцієнт асиметрії.

Поняття математичного сподівання було введено в науку в 17ст під назвою «справедлива ціна шансу». Це поняття широко застосовується в економіці для визначення середніх витрат, середнього прибутку, середніх цін і т.д. Математичне сподівання (середнє значення) це число, яке характеризує значення, навколо якого концентруються інші значення, при чому, воно може не бути рівним жодному значенню з вибірки.

Медіана — це величина ознаки, що розташована по середині ранжованого ряду вибірки, тобто — це величина, що розташована в середині ряду величин, розташованих у зростаючому або спадному порядку.

Мода — це значення елемента вибірки, який зустрічається найчастіше.

Дисперсія (розсіювання) характеризує концентрацію/розсіювання значень випадкової величини навколо математичного сподівання (середнього значення), що зветься центром розсіювання. Чим менша дисперсія, тим точнішим, надійнішим, вірогіднішим є математичне сподівання при достатньо великій кількості спостережень.

Коефіцієнт асиметрії — числова характеристика розподілу ймовірностей дійсної випадкової величини. Асиметрія додатна (Рис.1.а), якщо «довша частина» розподілу знаходиться праворуч від математичного сподівання; асиметрія від'ємна (Рис.1.б), якщо «довша частина» кривої знаходиться ліворуч від математичного сподівання. На практиці, знак асиметрії визначають за положенням кривої відносно моди: якщо «довша» частина кривої знаходиться правіше моди, то асиметрія додатна, якщо лівіше — від'ємна [4, с.175].

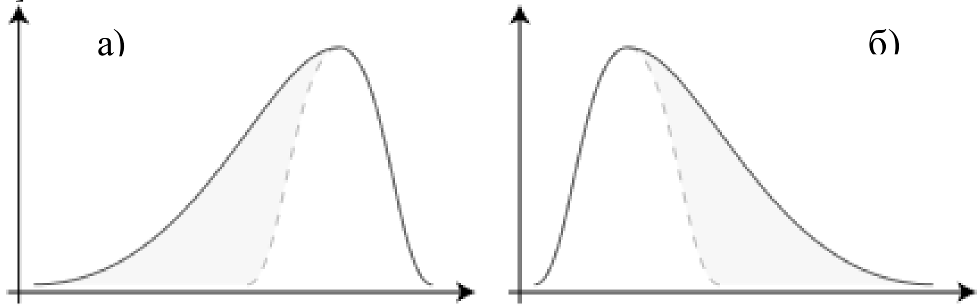


Рис. 1. Коефіцієнт асиметрії

Коефіцієнт ексцесу — числова характеристика розподілу ймовірностей дійсної випадкової величини. Коефіцієнт ексцесу характеризує «крутість», тобто, стрімкість підвищення кривої розподілу у порівнянні з нормальною кривою.

Ексцес нормального розподілу дорівнює нулю. Якщо ексцес деякого розподілу відмінний від нуля, то крива щільності цього розподілу відрізняється від кривої щільності нормального розподілу: якщо ексцес додатній (Рис. 2. а), то крива теоретичного має вищу та «гострішу» вершину ніж крива нормального; якщо ексцес від'ємний (Рис. 2. б), то крива теоретичного має нижчу та «плоскішу» вершину ніж крива нормального. При цьому вважається, що нормальний і теоретичний розподіли мають однакові математичні сподівання та дисперсії [4, с.177].

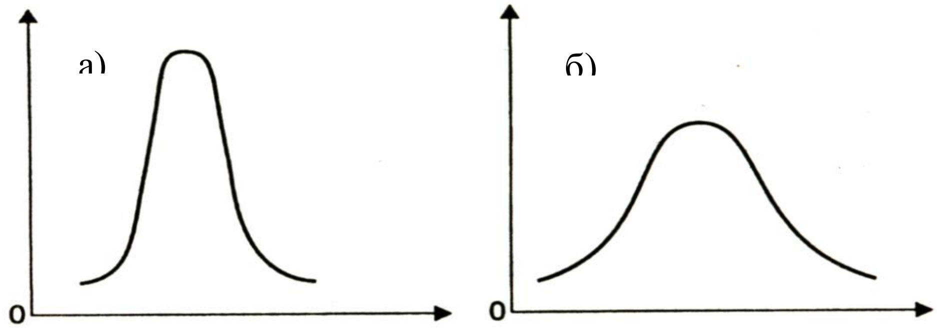


Рис. 2. Коефіцієнт ексцесу

Розроблена велика кількість програм для проведення статистичних розрахунків, проте вони або вузько спеціалізовані, або складні для освоєння. В той же час, загально відома офісна програма MS Excel, особливо з розширенням «пакет аналізу», надає науковцеві достатньо засобів для найпоширеніших статистичних розрахунків та їх візуалізації. Табличний процесор можна використати для підрахунків числових характеристик вибірок.

Математичному сподіванню в MS Excel відповідає формула «AVERAGE». Ця функція повертає середнє (арифметичне) аргументів (Рис. 3).

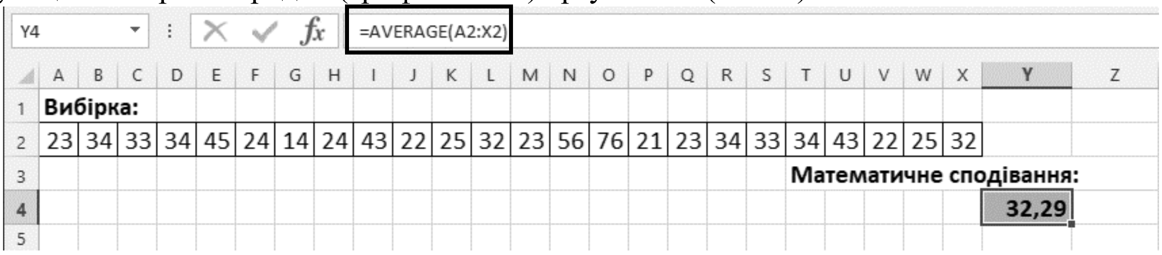


Рис. 3. Приклад розрахунку математичного сподівання в Excel

Для обчислення моди та медіани використовують функції «MODA» та «MEDIAN» відповідно. Формула «MODA» (Рис. 4) повертає моду (найчастіше повторюване значення) масиву або діапазону даних. Формула «MEDIAN» (Рис.5) повертає медіану вказаних чисел (тобто число яке міститься посередині списку).

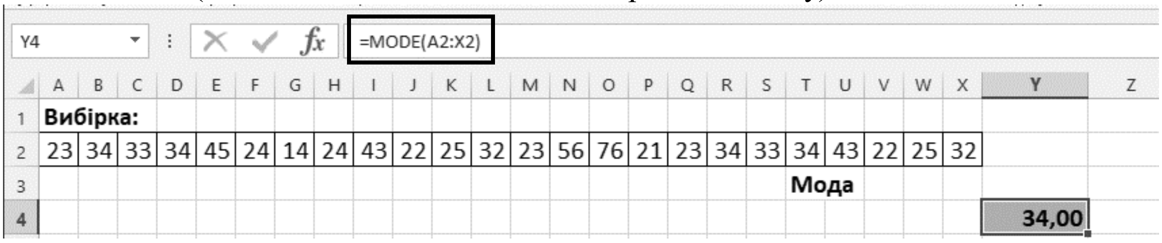


Рис. 4. Приклад розрахунку моди в Excel

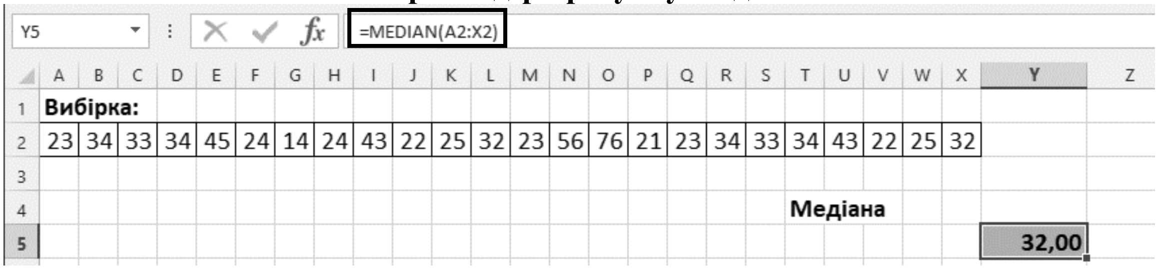


Рис. 5. Приклад розрахунку медіани в Excel

Дисперсія в MS Excel відповідає формула «VAR» (Рис. 6). Ця функція обчислює відхилення на основі вибірки (ігноруючи логічні значення та текст).

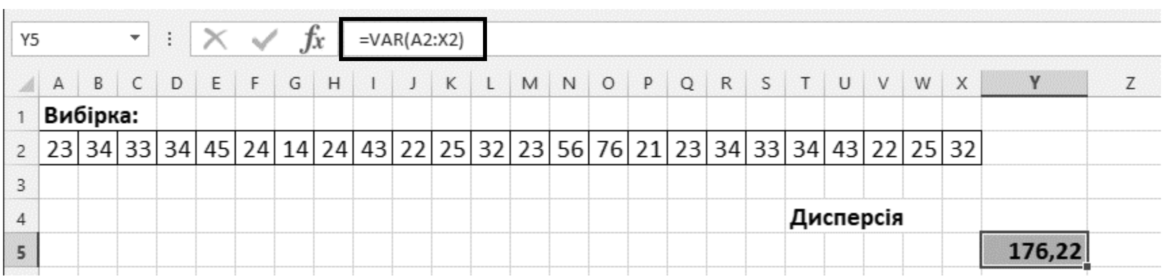


Рис. 6. Приклад розрахунку дисперсії в Excel

Коефіцієнт ексцесу можна розрахувати в MS Excel за допомогою формули «KURT» (Рис. 7). Ця функція повертає ексцес з масиву даних. Аргументами є як окремі числа так і діапазони.

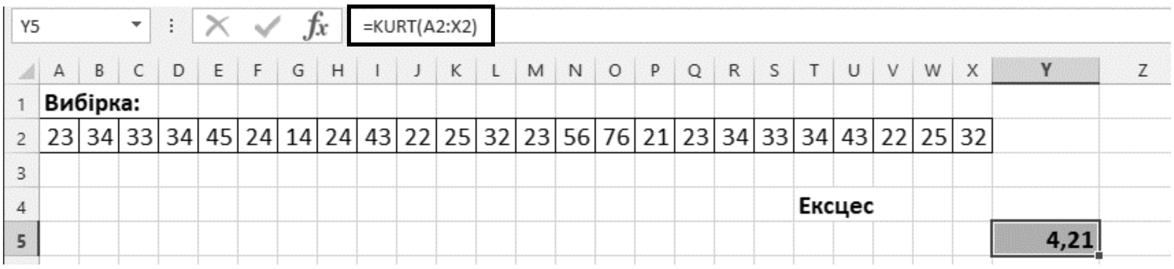


Рис. 7. Приклад розрахунку коефіцієнту ексцесу в Excel

Коефіцієнт асиметрії також можливо обчислити за допомогою MS Excel. Формула «SKEW» (Рис. 8) повертає асиметрію розподілу (характеристика ступеня асиметрії розподілу за середнім значенням).

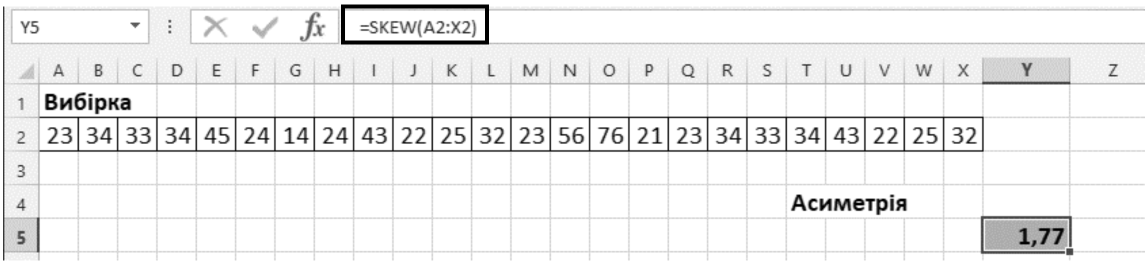


Рис. 8. Приклад розрахунку коефіцієнту асиметрії в Excel

Таким чином можна зробити висновок, що застосування табличного процесора MS Excel для статистичних розрахунків є зручним, а затрати часу на обчислення набагато меншими.

Список використаних джерел

1. Свердан М.М. Основи наукових досліджень/ М.М. Свердан, М.Р. Свердан. – Чернівці: Рута, 2006. – 325 с.
2. Лапач С.Н. Статистические методы в медико-биологических исследованиях с испоьзованием MS EXCEL/ С.Н. Лапач, А.В. Чубенко, П.Н. Бабич. – К.: МОРИОН, 2000. – 320 с.
3. Мармоза А.Т. Теорія статистики: Навчальний посібник. / А.Т. Мармоза – К.: Ельга, Ніка-Центр, 2003. – 392 с.
4. Руденко В.М. Математична статистика/ В.М. Руденко. – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 304 с.
5. Мазуренко В.П. Теорія статистики: Навчальний посібник./ В.П. Мазуренко. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006. – 232 с.

Анотація. Савостян М. Застосування MS Excel для статистичних розрахунків. *В статті розглянуто нормальний розподіл та розподіл χ^2, а також способи їх застосування. Розглянуто числові характеристики статистичних розподілів та їх властивості. Проаналізовані статистичні функції в MS Excel, які відповідають числовим характеристикам розподілів та наведені приклади їх розрахунку.*

Ключові слова: *статистичний розподіл, нормальний розподіл, розподіл χ^2, вибірка, випадкова величина, математичне сподівання, дисперсія, критерій асиметрії , критерій ексцесу, мода, медіана, MS Excel.*

Abstract. Savostyan M. Application of MS Excel for statistical calculations. *The article deals with the normal distribution and distribution χ^2, as well as the methods of their application. Numerical characteristics of statistical distributions and their properties are considered. The statistical functions in MS Excel are analyzed, which correspond to numerical characteristics of distributions, and examples of their calculation are given.*

Keywords: *statistical distribution, normal distribution, distribution χ^2, sample, random variable, mathematical expectation, variance, asymmetry criterion, excess criterion, mod, median, MS Excel.*

Стеценко Анастасія
студентка 5 курсу, спеціальність 014 Середня освіта (Інформатика)
nastusya_stetsenko@ukr.net
Науковий керівник – О. В. Семеніхіна

ІНФОГРАФІКА ТА ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ ДЛЯ ЇЇ СТВОРЕННЯ

Актуальність дослідження. В умовах сучасного розвитку освіти необхідним є використання нових підходів до навчання з метою забезпечення якісного засвоєння знань. Особливу увагу заслуговують наочні методи навчання. Ще Ян Амос Коменський виділив перший та основний дидактичний принцип – принцип наочності, та сформулював «золоте правило дидактики», за яким у процесі утворення психічного образу беруть участь усі органи чуття людини [1].

Сучасний розвиток освіти характеризується розширенням наочних технологій, методів і засобів навчання, що обумовило появу нових педагогічних феноменів: «візуалізація», «когнітивна візуалізація», «інфографіка» [2-5]. Використання педагогами таких технологій передбачає застосування різних методів подачі інформації, а відповідно вдосконалення навичок створення і обробки мультимедійного контенту. Нерідко вчителі, готуючись до уроку, стикаються з труднощами пов’язаними з недостатністю досвіду в області створення візуального матеріалу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Досліджувана тема не є новою, проте не втрачає своєї актуальності, оскільки підтверджується увагою сучасних науковців, методистів та викладачів. Питання наочності та візуалізації даних як провідної стратегії розвитку освітнього процесу вивчали Берсіров Б., Бузаров К., Буровкіна Л., Семеніхіна О., Черміт К. та інші. Застосування інфографіки для підвищення якості навчання досліджували Герасимова І., Єрмолаєва Ж., Лапухова О., Лашкевич В., Луцик І., Соловйова Т. та інші. Водночас аналіз праць науковців виявив недостатність розробок в галузі комп’ютерної інфографіки, хоча існує широкий вибір онлайн-сервісів, які спрощують цю роботу.

Мета статті: проаналізувати програмні засоби для створення інфографіки.

Виклад основного матеріалу. В умовах інформаційної перенасиченості людства з’явилася нагальна потреба максимально лаконічно і швидко викладати великий потік інформації. Сьогодні наочність сприймається людьми легше і краще, ніж звичайний друкований текст. На цій підставі фахівці помітили, що текст обсягом близько 6000 знаків вміщується лише в одному графічному зображенні [6]. Одним із способів представлення інформації в графічному вигляді є інфографіка.

Інфографіка (від лат. «informatio» – «пояснення» та «grafo» – «писати») – це візуалізація даних чи понять, мета якої представити аудиторії складну інформацію так, щоб вона була швидко сприйнята та зрозуміла [7]. Іншими словами інфографіка – це особливим чином ілюстрована інформація, яка представлена одночасно у вигляді текстів, а також діаграм, графіків та різноманітних рисунків (рис. 1). В сучасному комунікативному процесі застосування інфографіки підвищує якість викладеного матеріалу, а також збільшує його значимість та наочність [6].

Рис. 1. Приклад представлення інфографіки [8]

Зрозуміло, що створення елементів інфографіки зумовлює використання спеціалізованих програмних засобів. Нами було здійснено аналіз онлайн-сервісів для створення інфографіки (табл. 1) [9-10].

Таблиця 1

	Piktochart.com	**Easel.ly**	**Cacoo.com**	**Venngage**
Логотип	Piktochart make information beautiful	easelly Create and share visual ideas	Cacoo	VENNGAGE
Інтерфейс	англомовний; інтуїтивно зрозумілий	англомовний, зрозумілий	частково російськомовний, заплутаний	англомовний, зручний
Наявність безкоштовної версії	+	+	+, має обмеження	+
Платна версія	29 доларів щомісячно	3 долари на місяць	від 4,95 долари на місяць; 18 доларів на місяць для бізнесу	190 доларів на рік
Наявність шаблонів та тем оформлення	12 шаблонів в безкоштовній версії	багато шаблонів; 15 тем оформлення в безкоштовній версії	відсутність шаблонів під конкретний вид презентаційних матеріалів	24 безкоштовних шаблони із 80; шаблони відсортовані за категоріями
Кліпарт	велика кількість	обмежена кількість	багато, але мало якісного	є, зручно редагувати

Можливість збереження в безкоштовній версії	збереження у форматі PNG або JPG	збереження в оригінальному розмірі	збереження в PNG форматі без спотворень у великому розмірі	–
Можливість завантаження власних зображень	не більше 20 зображень	не більше 60 зображень	не більше 500 Кб кожне зображення	+
Онлайн-підтримка	+	+, консультант відповідає англійською	–	+, в тіло повідомлення можна прикріпити скріншот
Можливість поширення в соціальних мережах	+	+	+	+
Основні переваги	• великий функціонал безкоштовної версії; • можливість редагування готового шаблону; • завантажен-ня готового продуту.	• велика кількість шаблонів (більше 950000); • результат роботи зберігається в особистому кабінеті.	• можливість спільної роботи над діаграмами; • підтримка роботи з кирилицею.	• можливість додавання посилань; • не складний процес редагування графіків; • відсутність реклами.
Основні недоліки	наявність «водяного знаку» при завантаженні в безкоштовній версії	наявні 24 типи шрифтів, більшість із яких не підтримуються кирилицею	в безкоштовній версії можна зберігати не більше 25 блок-схем	• збереження 5 робіт в особистому кабінеті; • інструмент «Карта» доступний лише в платній версії.

Застосування зазначених програмних засобів на уроках має ряд переваг:

- в стислій і ненав'язливій формі дозволяє досить докладно передати великі обсяги навчального матеріалу;
- допомагає систематизувати та легко сприймати інформацію;
- дозволяє демонструвати співвідношення предметів і фактів у часі та просторі;
- демонструє динаміку та тенденції розвитку;
- виконує напрямляючу, збагачуючу, систематизуючу роль в розумовому розвитку учнів, що сприяє активному осмисленню знань і викликає якісні і кількісні зміни, які відбуваються в розумових процесах учнів різних вікових категорій;
- дає можливість інтегровано закріпити знання з предметів, що вивчаються, проявити свої здібності та творчий потенціал, перетворюючи навчальний процес на активну, мотивовану, вольову, емоційно-забарвлену пізнавальну діяльність;
- дає можливість поєднати індивідуальну та групову діяльність учнів, підвищуючи продуктивність, гнучкість, оригінальність та високий рівень засвоєння знань [6].

Висновок. Потреба фахової підготовки вчителя, який має врахувати реалії сьогодення, а саме розвиток інформаційних технологій, програмних засобів, появу віртуальних інструментів візуалізації тощо, є зрозумілою з огляду на сучасні освітні тренди. Детальний аналіз сервісів для створення інфографіки підтверджує великий вибір онлайн ресурсів. Наведені продукти різні, але мають одне призначення – створення інфографіки для наочного подання даних. Наведені сервіси надаються у використання як платно, так і безкоштовно. Також існує можливість поширювати результат своєї роботи у соціальних мережах, на сайті чи блозі.

Актуальними напрямами подальшої розробки окресленої проблеми є розробка авторських конспектів уроків інформатики у старшій школі з використанням когнітивної інфографіки.

Список використаних джерел

1. Пащенко М. І. Педагогіка [Електронний ресурс] / М. І. Пащенко, І. В. Красноштан – Режим доступу до ресурсу: http://pidruchniki.com/1795072663259/pedagogika/pedagogika
2. Семеніхіна О. В. Візуалізація як тренд інноваційного розвитку освіти в Україні / О. В. Семеніхіна, А. О. Юрченко, Д. С. Безуглий. // зб. тез IV Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих науковців. – К.: Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2017. – С. 227–229.
3. Семеніхіна О., Безуглий Д. Необхідність формування у вчителів умінь візуалізувати предметні знання як провідна стратегія розвитку освіти в Україні / О. Семеніхіна, Д. Безуглий // Гірська школа українських Карпат. 2017. № 16. С. 45-49
4. Семеніхіна О. В. Професійна готовність майбутнього вчителя математики до використання програм динамічної математики: теоретико-методичні аспекти: монографія / О. В. Семеніхіна. – Суми: Вид-во «Мрія», 2016. – 268 с.
5. Семеніхіна О. До питання про співвідношення понять наочність і візуалізація / О. Семеніхіна, О. Бабич // Фізико-математична освіта : наук. журн. – Суми: Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2014. – № 2(3). – С. 47 – 53.
6. Наумов П. В. Разработка элективного курса «Инфографика» для учащихся средней школы [Электронный ресурс] / П. В. Наумов – Режим доступа: http://elib.cspu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/1660/%D0%9D%D0%B0%D1%83%D0%BC%D0%BE%D0%B2_%D0%9F_%D0%92_%D0%B1%D0%B0%D0%BA.PDF?sequence=1&isAllowed=y
7. Смикиклас М. Инфографика. Коммуникация и влияние при помощи изображений / М. Смикиклас. – Изд-во «Питер», 2014. – с. 150.
8. Инфографика — мощный маркетинговый инструмент [Электронный ресурс] / Netrocket – Режим доступа: https://netrocket.com.ua/blog/chto-takoe-infografika/
9. Тертышный Р. Инфографика [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://www.bestfree.ru/review/services/infographics.php
10. 9 лучших сервисов по созданию картинок и инфографик для новичков [Электронный ресурс] / Netrocket – Режим доступа: https://netrocket.com.ua/blog/9-luchshix-servisov-po-sozdaniyu-kartinok-i-infografik-dlya-novichkov/

Анотація. Стеценко А. Інфографіка та програмні засоби для її створення. *У статті проаналізовано деякі онлайн-сервіси для створення інфографіки, зазначено про переваги їх використання у навчальному процесі.*

Ключові слова: *наочність, візуалізація, інфографіка, сервіси для інфографіки.*

Abstract. Stetsenko A. Infographics and software for its creation. *The article analyzes some online services for creating infographics, describes the advantages of their use in the learning process.*

Key words: *visibility, visualization, infographics, services for infographic.*

Тесленко Наталія
Магістрант спеціальності «Середня освіта (Інформатика)»
enot11cus@gmail.com
Науковий керівник – О.В. Семеніхіна

ПРО КОМП'ЮТЕРНУ ПРОГРАМУ 3D MAX ТА ЇЇ ВИВЧЕННЯ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ІНФОРМАТИКИ

Поява інформаційних технологій, їх розвиток і вдосконалення, проникнення в усі галузі людської діяльності визначають зміни в шкільних освітніх програмах з інформатики. Комп'ютерна графіка є однією з IT – технологій, що розвиваються найбільш стрімко. Із назви зрозуміло, що ця галузь пов'язана з використанням комп'ютерів для створення зображень, одним із основних аспектів якої є візуалізація, зокрема, 3D-графіка, яка сьогодні стала інструментом в галузі машинобудування, освіти, мистецтва, архітектури та ін. [4]

Для створення тривимірної графіки використовуються спеціальні програми, які називаються редактори тривимірної графіки або 3D-редактори. 3D Max є однією з таких програм. 3D Max - це ефективне рішення для 3D моделювання, анімації і рендерингу (накладання текстури на каркас), що застосовується в сфері комп'ютерних ігор, кіно, телебачення і цифрового друку.

3D Max - програмний пакет для роботи з 3D графікою і анімацією на ряду з Maya, Houdini, Blender і т.д. Але саме 3D Max є найбільш популярним, оскільки давно з'явився на ринку послуг візуалізації, легко доступний (компанія Autodesk надає як пробні версії програми, так і бескоштовне програмне забезпечення студентам) і простий у використанні. [2]

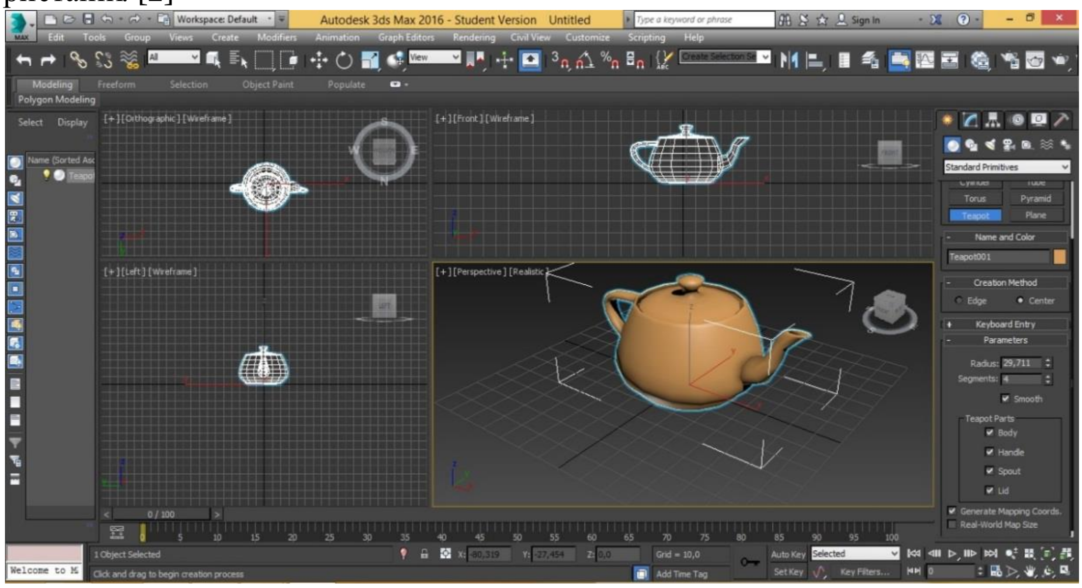


Рис. 1. Стандартний вбудований об'єкт для побудови 3D моделей - Чайник (Teapot)

Результатом роботи в будь-якому редакторі тривимірної графіки, в тому числі і в 3D Max, є анімаційний ролик або статичне зображення, прораховане програмою. Щоб отримати зображення тривимірного об'єкту, необхідно створити в програмі його об'ємну модель.

Модель об'єкта в 3D Max відображається в чотирьох вікнах проекцій. Таке відображення тривимірної моделі використовується в багатьох редакторах тривимірної графіки і дає найбільш повне уявлення про геометрію об'єкта. На відміну від статичного креслення на папері вигляд об'єкта в кожному вікні проекцій можна змінювати і спостерігати, як виглядає об'єкт знизу, праворуч, ліворуч. Крім цього, можна обертати весь віртуальний простір у вікнах проекцій разом зі створеними в ньому об'єктами.

Процес створення об'єктів називається моделюванням, яке здійснюється у вікнах перегляду проекцій, що займають основну частину екрану. За умовчанням на екрані є чотири однакових прямокутних вікна, відповідні проекціям: Top (Зверху), Front (Спереду), Left (Зліва) і Perspective (Перспектива) (рис. 1).

Для перегляду об'єктів найбільше підходить вікно Perspective (Перспектива). У реальності список проекцій набагато ширше і включає додатково проекції: User (для користувача), Right (Праворуч), Back (Позаду), Bottom (Знизу) і Camera (Камера). При бажанні можна змінити варіант відображення проекцій, відмовившись від якихось проекцій і (або) замінивши одні проекції на інші. У частині проекцій, таких як Top, Front, Left, Bottom, Back і Right, об'єкти відображаються у вигляді каркасів, а в проекціях Perspective і Camera - з розфарбованої поверхнею. Незалежно від набору проекцій і варіантів їх відображення активне вікно проекцій завжди виділяється білим кольором.

Усі об'єкти поділяються на категорії, вибір яких здійснюється на панелі за допомогою відповідних кнопок (рис. 2).

Рис. 2 Панель категорій об’єктів

Виділяють наступні категорії об'єктів:

- Geometry (Геометрія) - об'єднує об'єкти, що мають візуалізовані геометричні тіла;
- Shapes (Форми) - призначена для створення ліній, NURBS-кривих і двовимірних форм, які без спеціальних інструкцій не візуалізуються;
- Lights (Джерела світла) - дану категорію складають об'єкти, що висвітлюють сцену і поліпшують її реалізм;
- Cameras (Камери) - об'єднує об'єкти-камери, які є додатковими при створенні сцен;
- Helpers (Допоміжні об'єкти) - за допомогою об'єктів даної категорії значно спрощується конструювання складних сцен та налаштування анімації;
- Space Warps (Об'ємні деформації) - включає об'єкти, що відповідають за різні види спотворень навколишнього простору;
- Systems (Системи) - об'єднує об'єкти, контролери та ієрархії, призначені для створення геометричних тіл, об'єднаних певним видом поведінки. [1]

Програма 3D Max широко використовується при розробці інтер'єрів, для створення презентацій, рекламних роликів, комп'ютерних ігор і навіть повнометражних фільмів.

Спеціаліст у галузі 3D повинен володіти просторовим мисленням. Якщо потрібно змоделювати тривимірний об'єкт, то спочатку його треба уявити, розкласти на складові, в деяких випадках - до полігонів.

При вивченні 3D Max в школі необхідно з першого уроку зацікавити учнів, звернути їх увагу на можливості програми. Для виконання даної задачі найкраще підійде варіант, коли вчитель демонструє готову модель, зосереджуючи увагу на вікні

Perspective (Перспектива), де зображено, як представлена модель виглядає в 3-вимірному просторі. Разом з розглядом моделі потрібно знайомити учнів з іншими режимами перегляду (трьома іншими вікнами). Після цього необхідно покроково відтворити об'єкт, пояснюючи кожну дію.

Коли мета буде досягнута і учні будуть зацікавлені, можна запропонувати їм самостійно попрацювати з програмою.

Важливо постійно підтримувати інтерес, відкриваючи для учнів нові можливості 3D Max. Потрібно давати завдання творчого характеру з можливістю використання різних інструментів, оскільки є загроза втрати зацікавленості при виконанні завдань, пов'язаних лише з вбудованими примітивами. Так, стандартний вбудований об'єкт чайник (teapot) чудово підійде для першого знайомства, але для подальшого вивчення потрібні більш складні завдання.

Прикладом таких завдань є моделювання нескладного комп'ютерного стола. Зупинимося на цьому більш детально.

Спочатку змінимо системні налаштування. У 3D Max є своя міра довжини - unit. Можна самостійно встановити чому буде дорівнювати 1 unit (декільком метрам або міліметрам), а також вказати, в яких одиницях програма буде виводити розміри об'єктів.

1. Заходимо у вкладку Customize - Unit Setup ...
2. У розділі Display Unit Scale вибираємо Centimeters (сантиметри) з вкладки
3. Metric.Натискаємо System Unit Setup і задаємо що 1 Unit = 3,0 Centimeters.

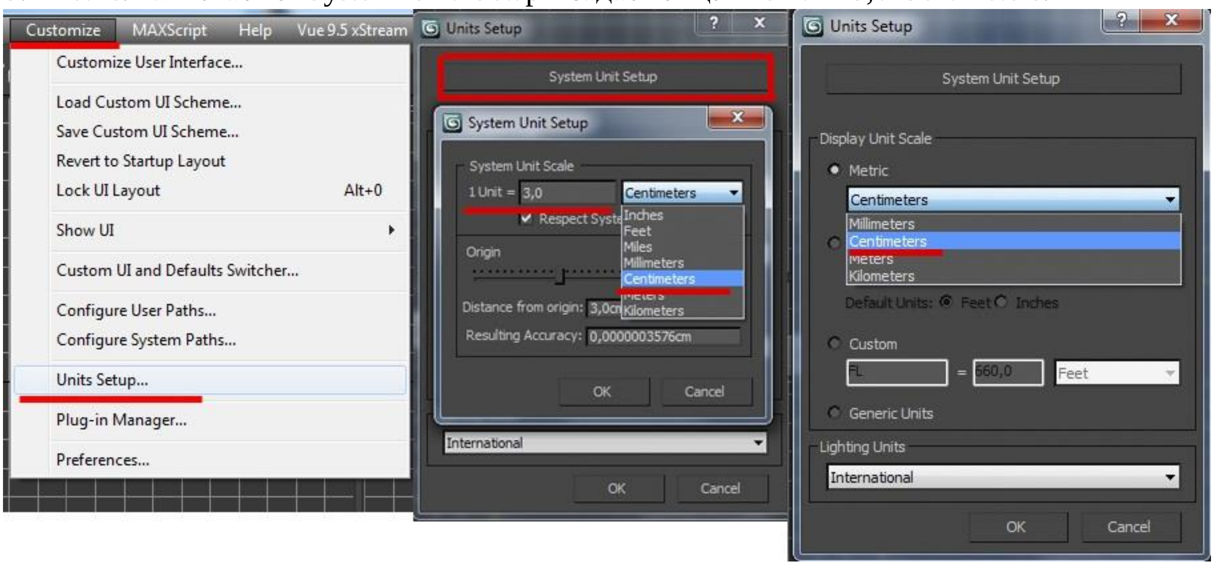


Рис. 3. Виконання кроків 1-3

4. Створюємо ChamferBox з потрібними параметрами: Тиснемо Create - Geometry, вибираємо Extended Primitives замість Standart Primitives далі тиснемо на ChamferBox і створюємо його у вікні перспективи. Задаємо параметри: Length 200cm; Width 100cm; Height 3cm; Fillet (фаска) 0,2cm. Колір вибираємо коричневий.
5. Копіюємо (зміщуємо вниз, утримуючи Shift), вказуємо потрібні розміри (переходимо у вкладку Modify), ставимо на місце ніжки.
6. Знову копіюємо (пересуваємо натиснувши клавішу Shift), зрушуючи ближче до центру столу.
7. Тепер потрібно повернути об'єкт рівно на 90 градусів. Вгорі натиснути на кнопку правою кнопкою миші (як зазначено на скріншоті), ви потрапляєте на Grid and Snap Settings. Навпаки Angle вписати 5, 10 або 15 градусів. Далі якщо кнопка буде натиснута, то повертаючи об'єкти вони будуть повертатися на градус кратний вказаною. Тобто якщо ви вказали 10 градусів, то повернути об'єкт ви зможете на 10-20-30-40-50-60-70-80-90-100 і так далі градусів.

8. Тепер, натиснувши клавішу Shift повертаємо box на 90 градусів, знову вказуємо потрібні розміри і ставимо між двома попередніми боксами, що б вийшла нижня полиця.
9. Копіюємо нашу полку вгору (переміщаємо з натиснутою клавішою Shift), в меню вказуємо кількість копій (Numbers of Copies) 3 або 4. Тип копіювання ставимо Instance. Після створення копій полиць з типом копіювання Instance, можна масштабувати одну з полиць, при цьому будуть однаково масштабуватися і інші копії. Зменшіть товщину полиць.
10. Копіюємо бічну ніжку стола на інший край.

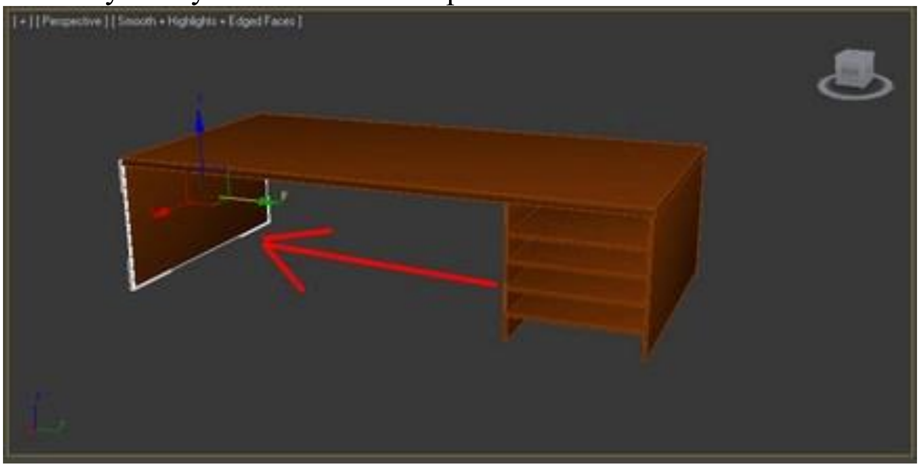


Рис. 4. Комп'ютерний стіл, створений в програмі 3D Max

Наш стіл готовий (рис. 4). [5]

Завдання може бути представлено у вигляді індивідуальних карток.

3D MAX вважаємо таким програмним забезпеченням, яке можна використовувати для вивчення 3D-моделювання в курсі інформатики основної школи. [3]

Список використаних джерел

1. 3D MAX Studio [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: http://ua-referat.com/3D_MAX_Studio.
2. 3ds Max: причины популярности [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: http://www.mir3d.ru/articles/915/.
3. Иллюстрированный самоучитель по 3ds max 7 [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: http://3d.demiart.ru/book/3D-Max-7/menu.html.
4. Ожга М. М. Методика навчання систем 3D проектування майбутніх інженерів-педагогів комп'ютерного профілю : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / Ожга Михайло Михайлович – Харків, 2015. – 284 с.
5. Урок 2. Моделирование из примитивов [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: http://3deasy.ru/3dmax_uroki/modelirovanie.php.

Анотація Тесленко Н. Про комп'ютерну програму 3D Max та її вивчення у шкільному курсі інформатики

У статті коротко розглянуто особливості роботи у програмі 3D Max. Наведено приклад її використання для побудови моделі комп'ютерного стола.

Ключові слова: *тривимірна графіка, 3D-моделювання, 3DMax.*

Abstract Teslenko N. About the computer program 3D Max and its study in the school course of computer science

The article briefly reviews the features of work in the 3D Max program. An example of its use for constructing a computer table model is given.

Key words: *three-dimensional graphics, 3D modeling, 3DMax.*

Алфавітний покажчик

Наукове видання

СТУДЕНТСЬКА ЗВІТНА КОНФЕРЕНЦІЯ

Збірник наукових праць

ВИПУСК 12
Том 1

Друкується в авторській редакції
Матеріали подані мовою оригіналу

Відповідальний за випуск
Ю.В. Хворостіна

Комп'ютерна верстка
Ю.В. Хворостіна

Фізико-математичний факультет
СумДПУ імені А.С. Макаренка
вул. Роменська, 87
м. Суми, 40002
тел. (0542) 68 59 10

http://fizmatsspu.sumy.ua