МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
Фізико-математичний факультет

Студентська звітна конференція 2016

Фізико-математичний факультет СумДПУ ім. А.С.Макаренка

Матеріали результатів досліджень молодих науковців

ВИПУСК 10

Том 1

Суми – 2016

Друкується згідно з рішенням вченої ради фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка

С45 Студентська звітна конференція: Матеріали результатів наукових досліджень молодих науковців. – Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2016. – Випуск 10. – Том 1. – 157 с.

До збірника увійшли результати курсових та дипломних досліджень студентів фізико-математичного факультету Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка, які обговорювалися на звітній науковій конференції у квітні 2016 року.

Матеріали подаються в авторській редакції з позитивною рецензією наукового керівника.

ЗМІСТ

Дмитро Безуглий
Магістрант, спеціальність «Математика»*
dimon.bez.93@mail.ru
Науковий керівник – М. Г. Друшляк

ТЕХНОЛОГІЯ СТВОРЕННЯ ЕЛЕКТРОННОГО ПІДРУЧНИКА ІЗ ВБУДОВАНИМИ ІНТЕРАКТИВНИМИ АПЛЕТАМИ

З розвитком інформаційних технологій та їх активним впровадженням в освітню сферу змінилися підходи до підручника як основного засобу представлення дидактичного матеріалу. Разом з друкованими підручниками активно стали використовуватися електронні, які за час своєї модернізації пройшли етапи від простого текстового документа до структурованої системи, що включає в себе різні способи подачі навчального матеріалу (текст, аудіо, відео, графіка, анімація, аплети).

Виходячи із науково-педагогічних досліджень, електронні підручники тримають курс на те, щоб значною мірою підвищити якість навчального матеріалу – він стає більш цікавішим в міру своєї яскравості, динамічності, інтерактивності, що стає додатковим стимулом для того, хто навчається.

Багато дослідників розуміють під електронним підручником просто електронну версію друкованого видання. Разом з тим наукові підходи у визначенні терміна «електронний підручник» говорять про нетотожність електронних версій друкованих видань підручників і ЕП як сучасного освітнього якісного продукту [1].

Так О. М. Баликіна вкладає в поняття електронний підручник наступний зміст. Електронний підручник (ЕП) – це електронна навчальна система комплексного призначення, що забезпечує безперервність і повноту дидактичного циклу процесу навчання і дає можливість у діалоговому режимі, як правило, самостійно освоїти навчальний курс або його розділ за допомогою комп’ютера та будується за модульним принципом із відкритою архітектурою [2].

Основною рисою ЕП повинна бути інтерактивність, яка дозволяє суттєво змінити способи управління навчальною діяльністю студентів, залучити їх до активної роботи, спрямувати на самостійне оволодіння знаннями. Так С. А. Раков [3] виділяє наступні класи ЕП: базового рівня, достатнього рівня, просунутого рівня, визначного рівня та перспективно-дослідницького рівня та виділяє вагові коефіцієнти, за допомогою яких можна визначити педагогічну потужність електронного підручника – умовні одиниці:

1. Гіпертекстовість (вага 1 у.о.) – можливість перегляду навчального матеріалу за гіперпосиланнями (за асоціативним зв’язком, змістом, індексним показником).

2. Мультимедійність (вага 2 у.о.) – можливість використання всіх засобів мультимедіа для більш ефективного подання навчального матеріалу (звук, графіка, мультиплікація, анімація, відео).

3. Інтегрованість (вага 4 у.о.) – електронний підручник може включати не тільки навчальні матеріали, а й запитання, тести для контролю та самоконтролю, гіперпосилання та іншу довідкову та навчальну літературу, при розміщенні в Інтернеті може включати ще вебографію предметної галузі.

4. Конструктивність (вага 8 у.о.) – тільки на основі ІКТ можна будувати навчальний курс за принципами конструктивізму у навчанні, згідно з якими навчання реалізується через конструювання когнітивних (уявних) моделей через експерименти з реальністю чи її комп'ютерними моделями, які краще за все будувати за допомогою фахових пакетів або спеціалізованих діяльнісних середовищ, які можна розглядати як інструментальні системи побудови та дослідження комп'ютерних моделей об'єктів предметної галузі, що вивчається у даному навчальному курсі.

5. Інтерактивність (вага 16 у.о.) – можливість організувати навігацію (послідовність пред'явлення навчального матеріалу) підручника в залежності від успішності, психофізіологічних або інших індивідуальних характеристик студента, тобто забезпечити електронний підручник засобами зворотного зв'язку, або можливість організації навчального експерименту в так званій «віртуальній лабораторії».

Отже, інтерактивний ЕП – це ЕП найвищого рівня.

На думку В.Вуль [4] інтерактивна взаємодія між студентом та елементами підручника є його головною перевагою. Рівні прояву інтерактивності змінюються від низького і помірного при пересуванні за посиланнями до високого при тестуванні або особистій участі студента у експерименті чи моделюванні процесів.

Аналіз діяльності провідних університетів показав, що вони активно використовують у своїй освітній діяльності сучасні електронні ресурси, серед яких ЕП, з метою організації дистанційного, електронного та інших видів навчання. Розробка авторських курсів ведеться в рамках роботи самих університетів, наприклад, на основі платформи MOODLE [5] або платформах з власними модернізаціями і нововведеннями [6].

Аналіз інтернет-ресурсів показав, що більшість ЕП, які розміщені в мережі – це електронні підручники створені самими учителями або викладачами з допомогою учнів чи студентів. При цьому вони побудовані на основі HTML-верстки з використанням таблиць стилів та різноманітних скриптів. Пояснюємо це бажанням сучасного педагога не замінити друкований підручник, а доповнити його, додавши елементів інтерактивності, що призводить до кращого засвоєння навчального матеріалу.

Задачею автора було створити ЕП на підтримку вивчення спецкурсу «Застосування комп'ютера при вивченні математики», який викладається для студентів 4 курсу спеціальності «Математика*» у Сумському державному педагогічному університеті імені А. С. Макаренка [7].

Загальна структура побудови ЕП наведена на рис. 1.

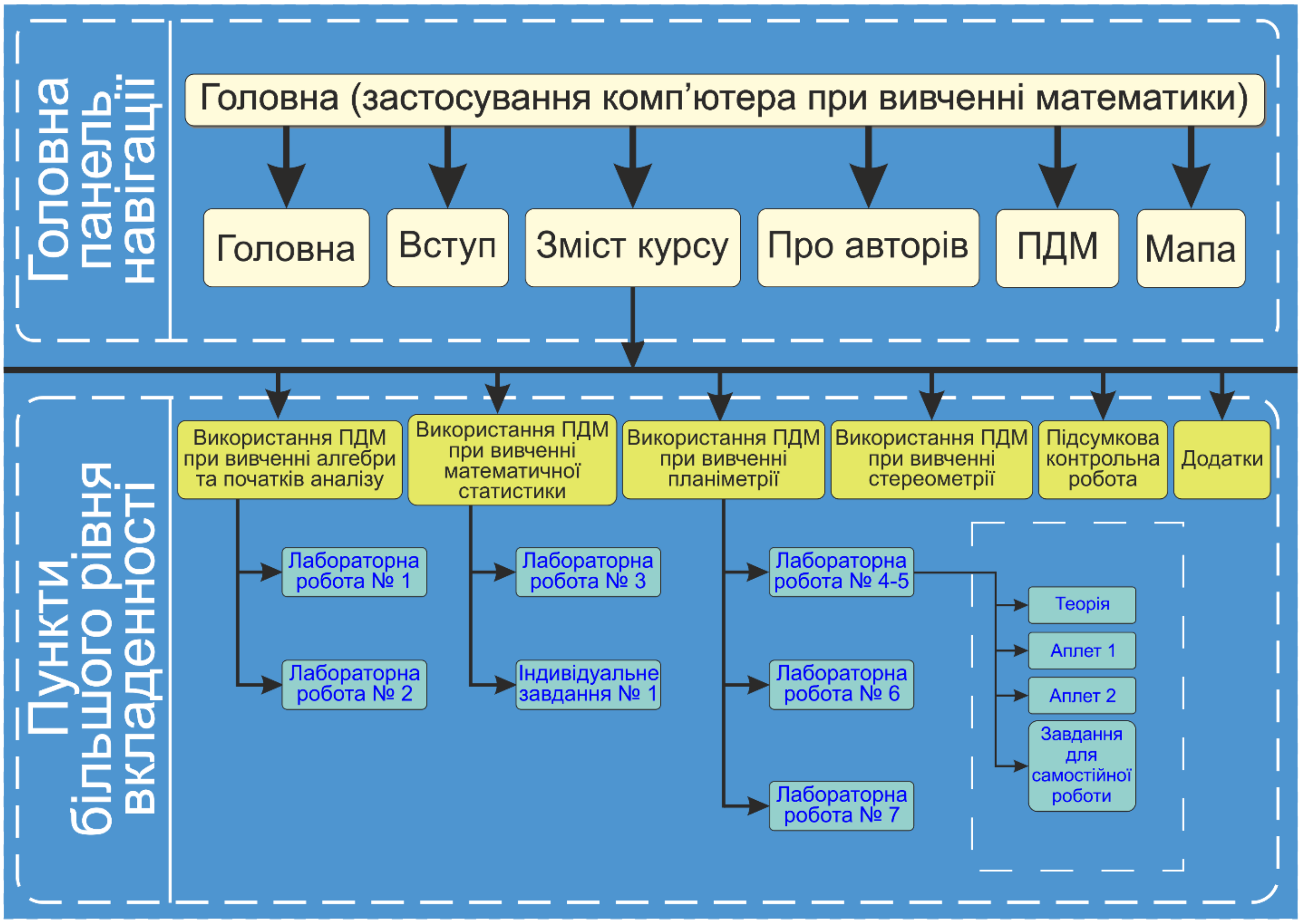


Рис. 1. Структура електронного підручника

Процес створення даного ЕП автор розділяє на три етапи.

1. Пошук шаблону веб-сторінки, який би задовольняв вимоги автора з точки зору естетики та дизайну та відповідав психологічним і дидактичним вимогам, що ставляться перед контентами такого типу.

2. Перетворення знайденого шаблону та «підгонка» його до вимог та вподобань авторів і розробника.

3. Наповнення шаблону змістом (текст, таблиці, рисунки, інтерактивні додатки, відео тощо).

Для розробки підручника автор зупинився на програмному забезпеченні *Adobe Dreamweaver* та на текстовому редакторі *Notepad++*. Продукт від *Adobe* зручний тим, що під час розробки HTML-розмітки можна «ріал-тайм» бачити зміни, які були внесені до документу (рис. 2).

Основні недоліки програмного забезпечення *Adobe Dreamweaver* полягають в наступному:

- даний програмний засіб є платним і для повноцінного користування всіма його можливостями необхідно придбати ліцензію;
- програма є дуже ресурсовимогливою;
- деякі незручності також трапляються під час редагування різних елементів підручника, таких як таблиці стилів та скрипти, окрім HTML-розмітки.

Текстовий редактор *Notepad++* буде актуальний для тих, хто має досвід розробки веб-сторінок, адже в такий спосіб видно тільки вихідний код майбутньої сторінки. Проте даний редактор має переваги через наявну опцію підсвічування синтаксису (можна легко бачити теги) (рис. 3).

Крім html-редактора або звичайного текстового, для створення підручника додатково використовувалися програми для роботи з растровою і векторною графікою, програми динамічної математики для створення аплетів і підтримки інтерактивності освітнього ресурсу.

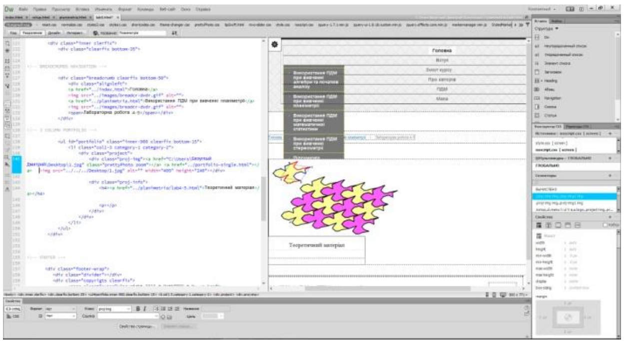


Рис. 2. Фрагмент розробки ЕП у *Adobe Dreamweaver*

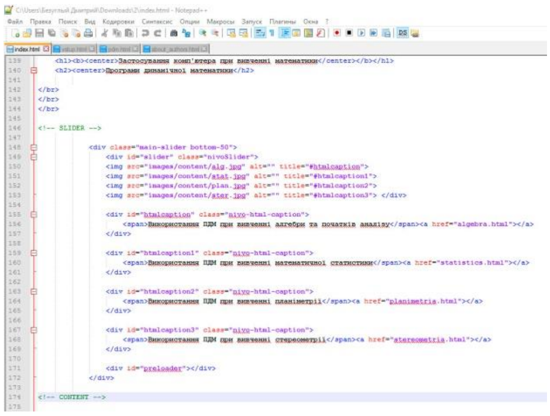


Рис. 3. Фрагмент розробки ЕП у текстовому редакторі *Notepad++*

Головна сторінка створеного ЕП представлена на рис. 4. Переміщення по розділам підручника можливе за допомогою горизонтального меню у верхній частини сторінки або за допомогою кнопок, які встановлені на його сторінках, а також пунктів меню, що розкриваються (рис. 5).

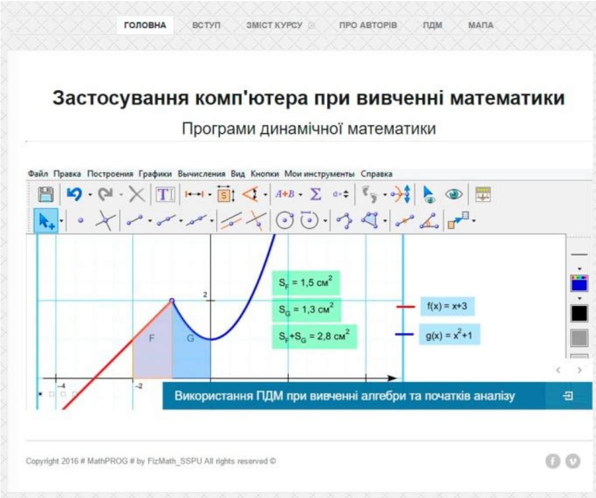


Рис. 4. Головна сторінка ЕП

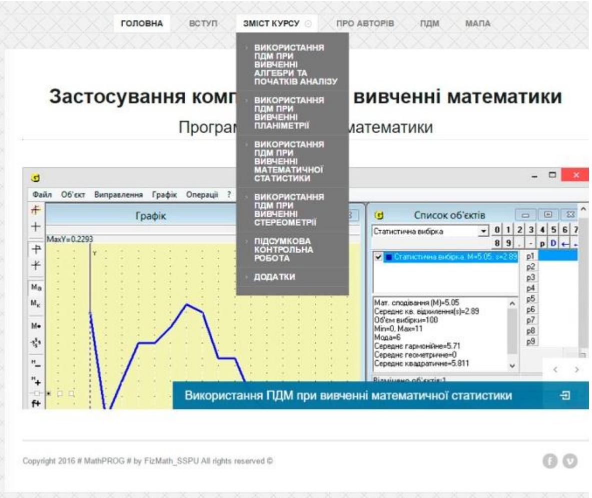


Рис. 5. Демонстрація переміщення по розділами ЕП

Створений підручник має зручний, простий та інтуїтивно зрозумілий інтерфейс (рис.6). Також він побудований за модульним принципом і вміщує у собі текстову частину, графіку та інтерактивний блок, який містить динамічні аплети, створені на базі програми динамічної математики *GeoGebra* [8] (рис.7). Зміст матеріалу ЕП не дублює матеріал, поданий у друкованому виданні – він його доповнює.

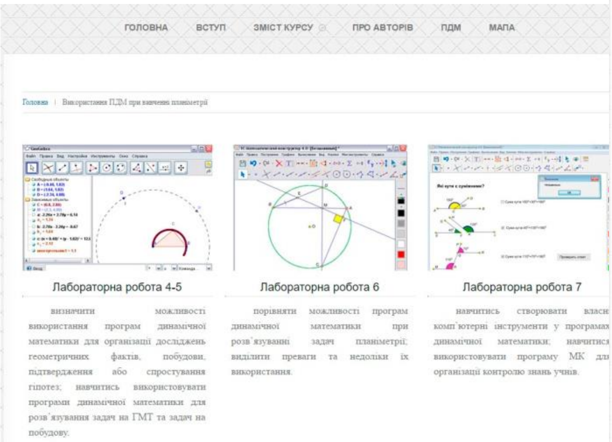
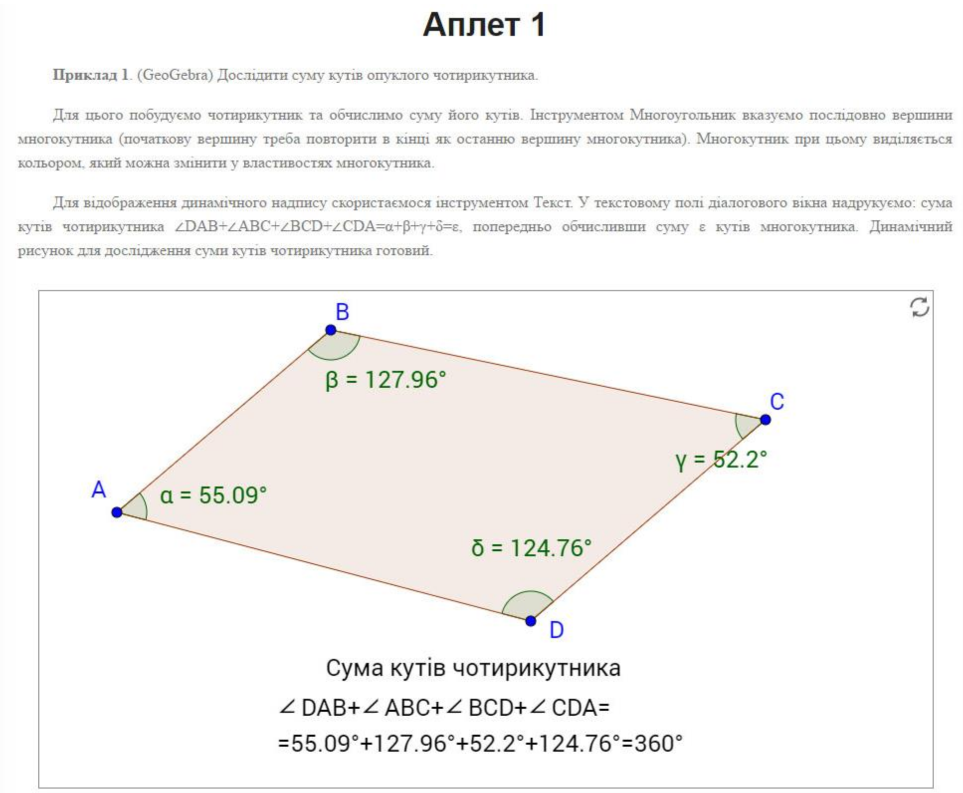


Рис. 6. Структура розділу ЕП

Рис. 7. Структура лабораторної роботи ЕП

Так кожен розділ містить по декілька лабораторних робіт, в яких передбачені теоретичний блок та практична частина. Теоретичний блок (де це можливо і доцільно) містить аплети із вказівками, що забезпечує високий рівень інтерактивності (рис. 8).



Аплет 1

Приклад 1. (GeoGebra) Дослідити суму кутів опуклого чотирикутника.

Для цього побудуємо чотирикутник та обчислимо суму його кутів. Інструментом Многоугольник вказуємо послідовно вершини многокутника (початкову вершину треба повторити в кінці як останню вершину многокутника). Многокутник при цьому виділяється кольором, який можна змінити у властивостях многокутника.

Для відображення динамічного надпису скористаємося інструментом Текст. У текстовому полі діалогового вікна надрукуємо: сума кутів чотирикутника ∠DAB+∠ABC+∠BCD+∠CDA=α+β+γ+δ=ε, попередньо обчисливши суму ε кутів многокутника. Динамічний рисунок для дослідження суми кутів чотирикутника готовий.

Рис. 8. Приклад сторінки ЕП з динамічним аплетом

Вставка інтерактивних аплетів в ЕП не представляє великої складності. Якщо веб-сторінку з аплетом вже згенеровано, то потрібно скопіювати її код (рис. 9) і вставити в код потрібної сторінки ЕП.

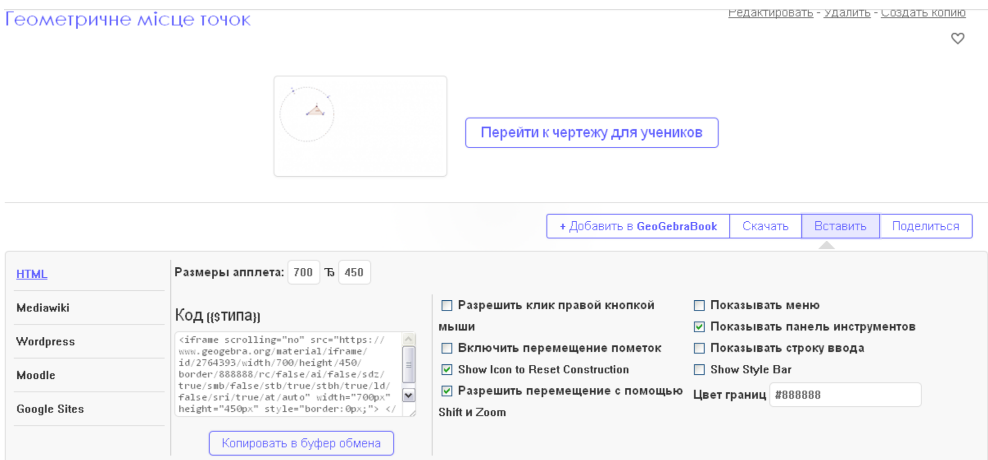


Рис. 9. Код сторінки згенерованого аплета

Практичні завдання кожної лабораторної роботи розроблені у кількості 12 варіантів. До того ж для виконання завдань із використанням тієї чи іншої програми динамічної математики ці програми підвантажуються через гіперпосилання (рис. 10).

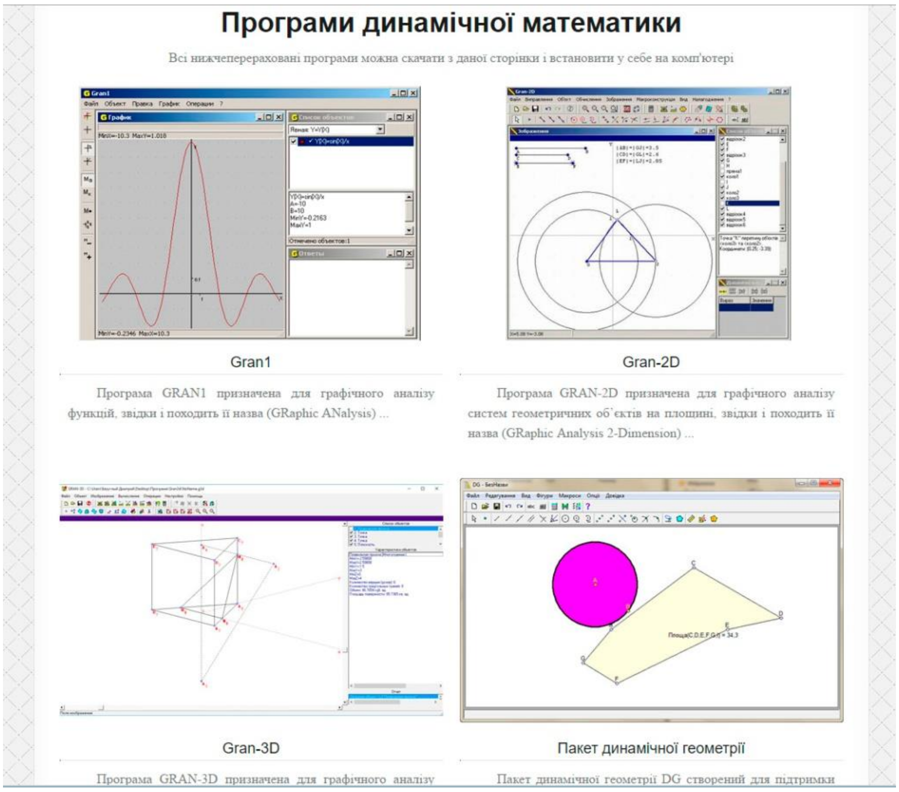


Рис. 10. Перехід до програм динамічної математики в ЕП

Специфіка спецкурсу «Застосування комп'ютера при вивченні математики» у вивченні програм динамічної математики. Ідея динамізації червоною стрічкою проходить через весь курс. Тому звичайного друкованого підручника недостатньо, наприклад, для самостійного вивчення деяких тем курсу. На допомогу в цьому питанні приходить ЕП, але обов'язково з високим рівнем інтерактивності для можливості організації навчального експерименту безпосередньо в рамках підручника. Такий рівень інтерактивності реалізується за рахунок вбудовування в нього динамічних аплетів, які сгенеровані на базі програм динамічної математики.

Варіант поєднання друкованого і електронного підручників є оптимальним для сучасного студентства. Але ЕП повинен обов'язково розроблятися з урахуванням умов його подальшого використання, сучасних досягнень методики, досвіду використання інформаційних технологій. Тільки в цьому разі використання ЕП буде ефективним.

Список використаних джерел

1. Удовиченко О. Н. Электронный учебник как современное средство обучения: анализ определений / О. Н. Удовиченко // Вестник ТулГУ. Серия. Современные образовательные технологии в преподавании естественнонаучных дисциплин. – 2013. – Вып. 12. – С. 197-202.

2. Зимина О. В. Печатные и электронные учебные издания в современном высшем образовании: теория, методика, практика / О. В. Зимина. – М.: МЭН, 2013. – 335с.

3. Раков С. А. Математична освіта: компетентісний підхід з використанням ІКТ: Монографія / С. А. Раков. – Х.: Факт, 2005. – 360 с.

4. Вуль В. А. Электронные издания / В. А. Вуль. – СПб.:ВХВ Петербург, 2013. – 308 с.

5. Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова: [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.npu.edu.ua/.

6. Сумський державний університет: [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://sumdu.edu.ua/.

7. Семеніхіна О. В. Застосування комп'ютерів при вивченні математики. Програми динамічної математики: навчальний посібник / О. В Семеніхіна, М. Г. Друшляк. – Суми: ВВП «Мрія», 2016. – 144с.

8. Семеніхіна О. В. Інтерактивні аплети як засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань та особливості їх розробки у GeoGebra / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк, Д. С. Безуглий // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2016. – № 1. – С. 27-30.

Анотація. Безуглий Д. Технологія створення електронного підручника із вбудованими інтерактивними аплетами. *В статті розглянуто технологію створення електронного підручника з високим рівнем інтерактивності, який реалізується за рахунок вбудовування інтерактивних аплетів, згенерованих на базі програм динамічної математики. Дана технологія ілюструється на прикладі створеного електронного підручника на підтримку вивчення спецкурсу «Застосування комп'ютера при вивченні математики».*

Ключові слова: *електронний підручник, інтерактивний аплет, програми динамічної математики, GeoGebra.*

Abstract. Bezugly D. Technology of creation of electronic textbook with embedded interactive applets. *The article describes the technology of creation of electronic textbook with a high level interactivity, which is implemented by embedding interactive applets based on dynamic mathematics software. This technology is illustrated by the example of the electronic textbook created to support the study of the course "Computer Applications in the Study of Mathematics".*

Keywords: *electronic textbook, interactive applet, dynamic mathematics software, GeoGebra.*

Віта Гризун
Магістрант, спеціальність «Математика»*
vitaliya.gryzun@mail.ru
Науковий керівник – О. О. Одінцова

ІСТОРІЯ ВИНИКНЕННЯ ОЛІМПІАДНОГО РУХУ

Актуальність. Останні роки в Україні відзначаються великою кількістю змагань для юних математиків, фізиків, інформатиків тощо. Серед таких заходів — державні й недержавні олімпіади, турніри математичних боїв, різноманітні збори й фестивалі. Для обслуговування змагань на державному рівні та допомоги учасникам залучаються студенти Київського національного університету та «Київського політехнічного інституту», які свого часу вдало виступали на шкільних олімпіадах, ставали призерами міських, обласних і всеукраїнських олімпіад, отримували відзнаки на міжнародних змаганнях. Активно беруть участь у діяльності олімпіадного руху чимало провідних викладачів та вчителів навчальних закладів Києва та України [8].

Виклад основного матеріалу. *Олімпіада* – це змагання в якій – небудь галузі, що має на меті з’ясування сил і підвищення рівня підготовки учнів. Метою предметних олімпіад є виявляти обдарованих школярів, удосконалювати методи їх навчання, обмінюватися передовим досвідом викладання [7].

Олімпіади виникли в Стародавній Греції в 776 році до н.е. Це були великі свята, що включали в себе не тільки різні спортивні змагання, а й конкурси мистецтв. Вони проіснували до 394 р н.е., оскільки християнство, що почало розвиватися, зробило їх проведення неможливим. Конкурси з розв’язування завдань також історично отримали назву олімпіад.

Математичні змагання в історії людства відомі з давніх давен. Ці змагання носили більш особистий характер, ніж сучасні олімпіади: так, наприклад, змагання, в яких брали участь Йоганн Палермский і Леонардо Пізанський або Нікколо Тарталья і Антон Фіор , можна було б назвати математичними дуелями. Необхідно зауважити, що освічена публіка жваво цікавилася змаганнями подібного роду. У XVIII столітті були популярні «Змагання по листуванню», в яких брали участь Бернуллі (1667 — 1748), Ейлер (1707 – 1783), Ньютон (1642 – 1727), Лейбніц (1646 – 1716) та інші.

У 1691 році Йоганн Бернуллі розіслав найбільш видатним математикам дві задачі, давши їм шість місяців для їх розв’язування. На свій подив, Бернуллі отримав розв’язок набагато раніше і, хоча він був не підписаний, здогадався, що автором міг бути тільки Ньютон(1642 – 1727) (відомі слова Й.Бернуллі, сказані з цього приводу: «Лева впізнають за пазурями»). До нашого часу дійшли свідчення і про інші конкурси такого роду, з якими пов'язані деякі з найбільш видатних відкриттів у галузі математики. Найбільш знаменитий конфлікт виник між двома гігантами: Ньютоном і Лейбніцем в період пошуків обчислення нескінченно малих. Крім того, в історії відома не менш знаменита суперечка між Гуком і Ньютоном і драматична колізея Ньютон - Флемстид. Ясно, що всі перераховані вище змагання переслідували набагато більш серйозні цілі, ніж шкільні математичні олімпіади.

Однією з перших предметних олімпіад - прообразу сучасних масових змагань школярів - можна вважати Етвешське змагання в Угорщині в 1896 р, що стало першою математичною олімпіадою. У Російській імперії дані конкурси отримали свій розвиток в кінці XIX століття.

Першою масовою олімпіадою в СРСР була математична олімпіада, проведена в 1934 р. у Ленінградському університеті з ініціативи члена-кореспондента АН СРСР Б.Н. Делоне (1890 – 1980) і професора В.А. Тартаковського (1932 р.н.).

У Москві математичні олімпіади почали проводитися з 1935 року. На першу московську олімпіаду зібралися старшокласники шкіл міста, робітфаківці, слухачі курсів з підготовки до вузу, учні шкіл для дорослих. Цю олімпіаду організувало Московське математичне товариство, а його президент - академік АН СРСР П.С. Александров (1896 – 1982) - був головою оргкомітету олімпіади.

У першому відбірковому турі цієї олімпіади брало участь 314 осіб, серед них - 227 школярів. Переважна більшість «олімпійців» були юнаками, середній вік учасників - 16-20 років.

До Великої Вітчизняної війни математичні олімпіади проводилися щорічно і дуже скоро завоювали загальне визнання. При багатьох університетах почали діяти математичні гуртки для школярів.

Поступово математичні олімпіади стали традицією у багатьох містах Радянського Союзу. Організовувалися ці олімпіади спільними зусиллями місцевих органів народної освіти, університетів і педагогічних інститутів. Багато вищих навчальних закладів стали приділяти роботі зі школярами велику увагу. З 1945 року математичні олімпіади стали проводитися в Києві, з 1947 року, регулярно, - у Вологді, Іванові, Іркутську, Смоленську, Куйбишеві, з 1949-го - в Саратові, Іванові, Львові, Смоленську та інших містах, а з 1950-го - в Україні, в Білорусії, і ряді інших республік країни. Однак на початку 50-х років у більшості областей і в багатьох великих містах олімпіади проводилися найчастіше епізодично і в них брала участь незначна частина школярів. Як і колись, зовсім не брали участь сільські школярі. Поступово олімпіади починають проводитися практично у всіх великих містах, що мають вищі навчальні заклади, вони отримують все більшого значення як форма позакласної роботи зі школярами.

Розвиток олімпіадного руху призвів до створення міжнародних олімпіад. Перша міжнародна олімпіада з математики відбулася в 1959 р, з фізики - в 1967 р, з хімії - в 1970 р. У 1956 році IV конгрес математиків Румунії висловив ідею проведення міжнародних математичних олімпіад серед учнів середніх шкіл. Безпосередню підготовку та проведення першої міжнародної олімпіади здійснювало товариство математиків і фізиків Румунії, чинне при Академії наук, спільно з Міністерством народної освіти Румунії. Оргкомітет та журі очолив академік Г. Мойсей, активну участь у підготовці та проведенні олімпіади приймали професори Т. Роман і Г. Сіміонеску.

Перша міжнародна математична олімпіада проходила з 22 по 30 липня 1959 року в м. Брашові. До участі були запрошені команди країн Болгарії, Угорщини, НДР, Польщі, Румунії, СРСР, Чехословаччини: у складі 8 учнів і двох керівників. Усі запрошені країни дали свою згоду на участь в олімпіаді і направили команди в Румунію [4].

Учнівські математичні олімпіади в Україні мають давні традиції. Ще в 1935 році з ініціативи академіка Михайла Пилиповича Кравчука (1892-1942) за участі викладачів фізико-математичного факультету Київського університету були започатковані Київські міські математичні олімпіади [3].

Тим самим уперше в Україні була реалізована ідея наукової олімпіади для школярів, яка пізніше знайшла підтримку та втілення в інших регіонах нашої країни, і олімпіади майже з усіх навчальних предметів захопили багатьох учнів та вчителів. Після війни до відновлення Київських олімпіад з математики значних зусиль доклав академік Микола Миколайович Боголюбов (1909 – 1992). Слід згадати тут вагомий внесок у становлення олімпіадного руху юних математиків відомого українського педагога та історика математики Любові Миколаївни Граціанської. Історія Київських міських олімпіад нерозривно пов'язана з іменами визначних учених та викладачів механіко-математичного факультету Київського університету, його найталановитіших аспірантів та студентів, для багатьох з яких ці олімпіади буди справжньою школою педагогічної майстерності, першим кроком до вершин викладацького мистецтва.

Київські міські олімпіади стали витоком Всеукраїнських олімпіад юних математиків, які до 1991 року мали назву Республіканських [1].

Перша Республіканська математична олімпіада, на якій були представлені всі регіони України, відбулася з 21 по 23 березня 1961 року в місті Києві. Олімпіада була проведена Міністерством освіти спільно з Київським державним університетом імені Т.Г. Шевченка, Київським державним педагогічним інститутом імені О.М. Горького та Українським науково- дослідним інститутом педагогіки. Таким чином, відлік часу для Всеукраїнських математичних олімпіад як освітянських подій загальнодержавного масштабу починається саме з 1961 року. Перші шість олімпіад відбулися в Києві, а в наступні роки Всеукраїнські олімпіади проводилися вже в різних регіонах України. У вдячній пам'яті учасників та організаторів перших Всеукраїнських математичних олімпіад назавжди залишаться заступник міністра освіти, математик, професор Сергій Трохимович Завало (1919 - 1989) та методист Міністерства Антон Павлович Шатківський, які зробили дуже багато для налагодження нової на той час справи.

Серед видатних осіб, що доклали великих зусиль до створення і розвитку олімпіадного руху в Україні слід відзначити Ядренка М. Й. та Вишенського В. А.

Ядренко Михайло Йосипович (1932 – 2004) - радянський і український вчений-математик, доктор фізико-математичних наук, професор, член - кореспондент Національної Академії Наук України. Ця людина віддала багато сил і енергії розвитку шкільної математичної освіти, організації математичних олімпіад для школярів, виданню навчальних посібників з елементарної математики і комбінаториці, збірників олімпіадних завдань [10].

Володимир Андрійович Вишенський (1934 р.н.) - радянський та український математик. Кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри та математичної логіки механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Він написав досить велику кількість наукових праць, які стосуються математичних олімпіад, а саме: «Збірник задач для учасників олімпіад юних математиків»(1963), «Сборник задач Киевских математических олимпиад»(1984), «Українські математичні олімпіади»(1993) та інші [2].

У 1991 році Україна стала незалежною державою, і учнівські математичні олімпіади почали набувати власного забарвлення. Сьогодні можна з упевненістю стверджувати, що зусиллями багатьох ентузіастів, серед яких чимало досвідчених учителів, відомих науковців, аспірантів, студентів, українські математичні олімпіади посіли чільне місце у світовій мережі змагань для обдарованої молоді.

Починаючи з 1993 року збірні команди України офіційно беруть участь у Міжнародних математичних олімпіадах (зауважимо, що в 1992 році команда нашої країни також виступала на ММО, але згідно з регламентом мала статус команди-спостерігача). Саме тоді виникла потреба в створенні власної потужної системи відбору та підготовки команд України до участі в Міжнародних математичних олімпіадах. Сьогодні можна впевнено стверджувати, що з цим складним завданням вітчизняні фахівці - математики та методичні працівники Інституту інноваційних технологій та змісту освіти Міністерства освіти і науки України впоралися ефективно.

Команда України щороку складається з 6 учнів (це є максимальне дозволене представництво від однієї країни). За 14 років (1993-2006 рр.) українські школярі на ММО вибороли 72 медалі (18 золотих, 33 срібні, 21 бронзову) та 6 Почесних грамот, що є вагомим свідченням високого рівня математичних змагань, котрі проводяться для обдарованих юних математиків України, відповідного міжнародним стандартам рівня складності завдань, високої професійності й об'єктивності в оцінюванні учнівських робіт. На Міжнародній математичній олімпіаді 2007 р. у В'єтнамі команда України виборола ще три золоті, одну срібну та дві бронзові медалі, набрала 154 бали з 252 можливих (61 %) і розділила високе VI командне місце. Цей результат відноситься до числа найкращих у спортивному відношенні досягнень збірної України і продовжує традицію успішних виступів наших юних математиків на міжнародній арені.

В останні роки команди України виступають на Міжнародних математичних олімпіадах стабільно успішно, тобто щороку практично всі учасники повертаються на Батьківщину з нагородами. У 1997, 2001, 2004 рр. усі члени команди України вибороли медалі найвищої проби - золоті та срібні. Окремо слід відзначити результат нашої команди на ММО 2003 року (Японія) [5].

Як вже зазначалося, олімпіада як один з видів математичних змагань має широку популярність у нашій країні. Є такі види олімпіад: шкільна олімпіада, районна олімпіада, міська олімпіада, всеукраїнська олімпіада, міжнародна олімпіада, он-лайн олімпіади, Інтернет-олімпіади [12].

Існує сайт matholymp.org.ua [8], який створено Рубльовим Б. В. (1964 р.н.) з учасниками міжнародних змагань з метою висвітлення подій та інформування про заходи, що проводяться математичним олімпіадним рухом Києва та України, та задля розширення спілкування між учасниками руху — учнями, студентами й викладачами — на електронний інформаційний простір.

П’ятдесят шоста Всеукраїнська олімпіада з математики цього року (2016) проходить в Запоріжжі з 21-го по 25-те березня.

Попри нестачу фінансування, організаторам вдалось знайти кошти на проведення олімпіади для учнів усіх паралелей з 8-ї по 11-ту.

Інтузіастів олімпіадного руху в Україні на сьогодні багато, на приклад, вже вище згаданий Рубльов Б. В. та заслужений вчитель України - Ясінський В. А.

Рубльов Богдан Владиславович (1964 р. н.)- український математик, доктор фізико-математичних наук (2005), професор кафедри обчислювальної математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка(2011) [9].

В’ячеслав Андрійович Ясінський (1957-2015)- доцент кафедри алгебри і методики навчання математики, надзвичайно талановитий педагог, Заслужений учитель України, член журі міських, обласних та всеукраїнських учнівських олімпіад із математики, член редколегії журналу «У світі математики», автор задач Міжнародних математичних олімпіад [13].

Олімпіадна задача з математики – це задача підвищеної складності, нестандартна як за формулюванням, так і за методами розв'язання. Практично в кожній олімпіадній роботі зустрічається, як мінімум, одна задача з геометрії. Саме геометричні олімпіадні задачі викликають найбільші труднощі в учнів, і це не тому, що учні погано знають геометрію, а тому, що найбільше штучних прийомів, додаткових побудов використовується саме при розв'язуванні геометричних задач[11].

Наведемо олімпіадну задачу з геометрії, яка була запропонована в 1 турі п'ятдесят шостої Всеукраїнської олімпіади з математики і знаходиться на сайті matholymp.org.ua [6].

Задача. У гострокутному трикутнику ABC з кутом $\angle ACB = 60^{\circ}$ проведені бісектриса BL та висота BH. З точки L на сторону BC опущений перпендикуляр LD. Знайдіть кути ΔABC, якщо виявилося $AB \| HD$.

Розв'зання. Розглянемо спочатку випадок, коли точка L розташована на відрізку AH (рис. 1). Оскільки $\angle LHB = \angle LDB == 90^{\circ}$, то чотирикутник $BLHD$ є вписаним. Тоді, $\angle LBD + \angle LHD == 180^{\circ}$, $\angle DHC + \angle LHD = 180^{\circ}$, звідси $\angle LBD = \angle DHC$. З іншого боку $\angle LBD = \angle LBA$, оскільки BL бісектриса трикутника, а $\angle DHC = \angle BAC$, оскільки $AB \| HD$. Таким чином, $\angle ABC = 2\angle BAC$ та $\angle ABC + \angle BAC = 180^{\circ}$-$60^{\circ} = 120^{\circ}$. Звідси знаходимо, що $\angle BAC = 40^{\circ}$ та $\angle ABC = 80^{\circ}$.

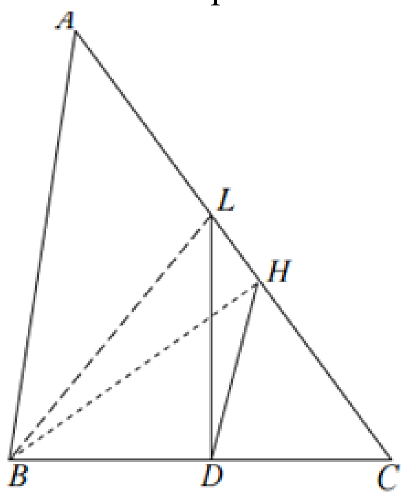


Рис. 1

Припустимо тепер, що точка H розташована на відрізку AL (рис. 2). Тоді чотирикутник $BLHD$ також є вписаним (оскільки $\angle LHB = \angle LDB = 90^{\circ}$). $\angle LDB = \frac{1}{2}\overset{\frown}{LD}$, $\angle DHL = \frac{1}{2}\overset{\frown}{LD}$, помітимо, що $\angle LBD = \angle DHL$ і знову $\angle LBD = \angle LBA$, оскільки BL бісектриса трикутника, а $\angle DHL = \angle ABC$, оскільки $AB \| HD$. Знову, як і в попередньому випадку, отримуємо $\angle BAC = 40^{\circ}$ та $\angle ABC = 80^{\circ}$. Але тоді випадок який ми розглядаємо не можливий. Дійсно, якщо $\angle ACB = 60^{\circ} > \angle BAC = 40^{\circ}$, то точка H не може належати відрізку AL.

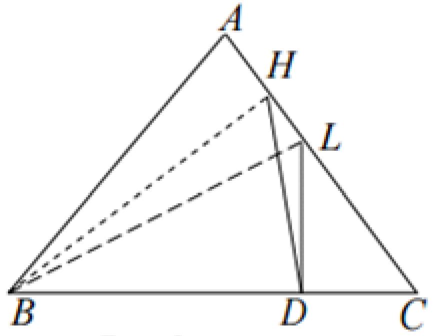


Рис. 2

Відповідь. $\angle BAC = 40^{\circ}$, $\angle ABC = 80^{\circ}$

Висновок. На сьогодні олімпіади мають широку популярність у нашій країні. Існують такі види олімпіад: шкільна олімпіада, районна олімпіада, міська олімпіада, всеукраїнська олімпіада, міжнародна олімпіада, он-лайн олімпіади, інтернет-олімпіади.

Розпочинати роботу по підготовці учасника математичної олімпіади необхідно з самого маленького віку. Коли учні приходять в школу, то з початкових класів слід готувати майбутнього переможця. Задачі на розрізання, склеювання, заміщення, ігрові задачі, задачі на складання таблиць істинності, все це під силу учням початкових класів. Продовжити роботу повинен учитель середніх та старших класів. Деякі вчителі не прислуховуються до даних вище порад і починають готувати учасника олімпіади зовсім незадовго до початку проведення олімпіади. Тому, мабуть, це і є найбільшою прогалиною вчителів у підготовці учасників олімпіади.

Список використаних джерел

1. Вишенський В. А., Ганюшкін О. Г., Ядренко М. Й., Українські математичні олімпіади. - К: Вища школа, 1993. - 415 с.
2. Володимир Андрійович Вишенський [Електронний ресурс] - Режим доступу:http://metodportal.net/system/files/mp/2015/06/55449/volodymyr_andriyovych_vyshenskyy.doc
3. Вышенский В. А., Карташов Н. В., Ядренко М. Й., Сборник задач Киевских математических олимпиад. - К.: Вища школа, 1984. - 240 с.
4. Из истории олимпиадного движения в школах [Електронний ресурс] - Режим доступу: http://www.mousosh49-nn.edusite.ru/DswMedia/izistoriiolimpiadnogodvijeniyavshkolax.doc
5. Лейфура В. М., Мітельман І. М., Радченко В. М., Ясінський В. А., Задачі міжнародних математичних олімпіад та методи їх розв'язування. - Львів: Євросвіт, 1999. - 128 с.
6. Математичний олімпіадний рух України [Електронний ресурс] - Режим доступу: http://matholymp.org.ua/
7. Методине об’єднання викладачів математики ВНЗ м. Києва[Електронний ресурс] - Режим доступу: http://metodrada.jimdo.com/міська-олімпіада/
8. Про математичний олімпіадний рух [Електронний ресурс] - Режим доступу: http://matholymp.org.ua/about/
9. Рубльов Богдан Владиславович [Електронний ресурс] - Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Рубльов_Богдан_Владиславович
10. Шаран О., Хлопан О., Використання олімпіадних математичних завдань у процесі роботи з обдарованими учнями початкових класів [Електронний ресурс] - Режим доступу: http://drohobych.net/youngsc/AQGS/2014_8/pedagogy/305-310.pdf

11. Шкільна олімпіада з математики [Електронний ресурс] - Режим доступу:https://docs.google.com/document/d/1EYnTU6VtsTn7Kha50z_7ysFBWzXfkbhwqRI4mWPtmJA/edit?pref=2&pli=1
12. Ядренко Михайло Йосипович [Електронний ресурс] - Режим доступу: http://wikitwiki.in.ua/index.php?newsid=459138
13. Ясінський В'ячислав Андрійович [Електронний ресурс] - Режим доступу: http://matholymp.com.ua/2015/11/06/9823/

Анотація. Гризун В. О. Історія виникнення олімпіадного руху. *У статті розглянуто історію виникнення олімпіадного руху з математики в Україні з часів Радянського союзу до сьогодення. Розглянуто зародження олімпіадного руху в СРСР і його розвиток. Зроблено перехід до виникнення та розвитку олімпіадного руху з математики в Україні. Подано інформацію про участь учнів незалежної України в міжнародних змаганнях. Наведено прізвища вчених, що зробили великий внесок у розвиток олімпіадного руху в Україні.*

Розглянуто розв'язок одінеї з геометричних задач, що пропонувалася на 1 турі Всеукраїнської олімпіади з математики в 2016 році.

Ключові слова: *олімпіадний рух, міська олімпіада, Всеукраїнська олімпіада, міжнародна олімпіада.*

Summary. Hryzun V. A. The History of Olympiad movement. *It's describes the history of Olympiad movement in mathematics in Ukraine from the times of the Russian Empire up to the present time in this article. There is considered the birth of the Olympiad movement in the USSR and its development. Made the transition to the emergence and development of Olympiad movement in mathematics in Ukraine. There is given information about the participation pupils of independent Ukraine in international competitions. It's given the names of scientists who made great contribution to development of Olympic movement in Ukraine.*

Considered a solution to a geometric task that was offered on the 1 round of Ukrainian Olympiad in mathematics in 2016.

Keywords: *Olympic movement, Olympiad, all-Russian Olympiad, international Olympiad.*

Анастасія Заточна
Студентка 6 курсу, спеціальність «Математика»*
nastasia-sa@mail.ru
Науковий керівник – А.О. Розуменко

ФОРУВАННЯ КОНТРОЛЬНО-ОЦЮНЮВАЛЬНИХ УМІНЬ У ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Постановка проблеми. Сучасний період розвитку суспільства характеризується зміною пріоритетних та соціальних цінностей, що привело до зміни цілей в освіті. Сьогодні для розбудови держави суспільство потребує інтелектуально розвинених особистостей, самостійних і творчих, які готові до вирішення складних проблем.

Отже, особлива відповідальність, що лягає на вчителя сучасної школи зумовлює актуальність проблеми якісної підготовки майбутнього вчителя, зокрема, вчителя математики. Концепція професійної підготовки вчителів математики в умовах модернізації педагогічної освіти передбачає: визнання головним ціннісним орієнтиром педагогічного університету - особистість студента, її конкретні зрушення в процесі інтелектуальної діяльності по розвитку і формуванню власного потенціалу; визнання основними принципами професійної підготовки майбутніх учителів гуманізацію, демократизацію та інформатизацію; розробку і впровадження методичної системи, яка ґрунтується на введенні сучасних педагогічних технологій і врахуванні вимоги безперервності освіти протягом усього життя; спрямованість професійної підготовки майбутніх учителів математики на перспективу.

Процес підготовки майбутнього учителя математики до викладання в сучасній школі є складним, динамічним і багатогранним, кінцевий результат якого - досконалий рівень сформованості професійних умінь і навичок, зокрема уміння контролювати та оцінювати знання учнів.

Аналіз актуальних досліджень. Сучасний процес підготовки майбутнього фахівця відбувається в умовах компетентнісного підходу до навчання.

Основна ідея компетентнісного підходу до навчання полягає у тому, що головним результатом освіти мають стати не окремі знання, навички й уміння, а здатність і готовність людини до ефективної і продуктивної діяльності в різних соціально-значущих ситуаціях. У зв'язку з цим, у рамках компетентнісного підходу провідним є не стільки нарощування обсягу знань, скільки надбання різностороннього досвіду певної діяльності [1]. Компетентнісний підхід передбачає об'єднання в єдине ціле освітнього процесу і його осмислення, у ході якого відбувається становлення особистісної позиції студента, його ставлення до предмета своєї діяльності.

Педагогіка, зокрема й професійна освіта, активно оперують поняттями «компетентність» і «компетенція», але не існує єдності в розумінні їх сутності. В англійській мові терміни «competence», «competency» використовуються як синоніми, що створює певну плутанину через непослідовне їх використання.

У словнику іншомовних слів ці поняття трактуються так.

Компетентність - 1) авторитетність, обізнаність; 2) володіння компетенцією.

Компетенція - 1) коло повноважень певної установи або посадової особи; 2) коло питань, в яких дана особа добре поінформована, має знання, досвід, що дає їй змогу розв'язувати проблеми [3].

С. Уіддет та С. Холліфорд визначають *компетентність* як «здатність, необхідну для вирішення робочих завдань і для отримання необхідних результатів роботи», а *компетенцію*, як «здатність, що відображає необхідні стандарти поведінки» [2].

А. В. Хуторський розмежовує ці поняття, використовуючи їх одночасно й вкладаючи в них різний зміст. На його думку *компетенція* - це сукупність взаємопов'язаних якостей особистості (знань, умінь, навичок, способів діяльності), які є заданими щодо відповідного кола предметів і процесів, і необхідними для якісної продуктивної дії стосовно них. *Компетентність* - це володіння людиною відповідною компетенцією, що характеризує її особистісне ставлення до предмета діяльності.

Н. І. Алмазова стверджує, що *компетенції* – знання і уміння в певній сфері людської діяльності; *компетентність* – це якісне використання компетенцій.

І. Льохіна, С. Локшина, Л. Петрова *компетенцію* розуміють як коло повноважень будь-якої організації, установи або особи, коло питань, у яких дана особа має повноваження, знання, досвід. А *компетентність* – це володіння знаннями, які дозволяють судити про що-небудь, висловлювати вагому, авторитетну думку.

Отже, що безперечно, існує певна термінологічна та концептуальна неузгодженість навколо цих понять.

Ми поділяємо думку, відповідно до якої: компетенції вчителя – це коло його повноважень і відповідальність у сфері педагогічної діяльності, здійснення якої забезпечується рівнем компетентності; професійні компетентності вчителя утворені комплексом його педагогічних здібностей і можливостей, наявністю вмотивованої спрямованості на навчально-виховний процес, системою необхідних знань, навичок, умінь і досвіду, які постійно вдосконалюються і реалізуються на практиці.

Проблемам професійної підготовки вчителя математики присвячені роботи І. Акуленко, В. Бевз, Г. Бевз, М. Бурди, С. Гончаренка, О. Дубинчук, В. Клочка, А. Кузьмінського, Н. Лосєвої, Ю. Мальованого, О. Матяш, В. Моторіної, Г.Михаліна, О. Скафи, С.Скворцової, З.Слєпкань, Н.Тарасенкової, В.Швеця та інших науковців. Ми поділяємо позицію дослідників, які вважають необхідним і можливим формувати методичні компетентності майбутніх учителів математики в процесі їх навчання у вищих навчальних закладах.

Мета статті: проаналізувати місце і роль контрольно-оцінювальних умінь як складової методичних компетентностей майбутніх учителів математики та розкрити шляхи їх формування при вивченні курсу методики навчання математики.

Виклад основного матеріалу. Існують різні підходи до трактування понять «професійна компетентність учителя», «методична компетентність учителя»; різні трактування їх складових та взаємозв'язків між їх компонентами. Науковці розглядають різні класифікації компетентностей учителя математики та шляхи їх формування у майбутніх учителів математики.

Ми поділяємо думку С. Скворцової [4], яка методичну компетентність вчителя математики розглядає як теоретичну і практичну готовність до проведення занять з математики за різними навчальними комплектами, що виявляється у сформованості системи дидактико-методичних знань і умінь з окремих розділів та тем курсу, окремих етапів навчання й досвіду їх застосування (дидактико-методичних компетенцій), спроможність ефективно розв'язувати стандартні та проблемні методичні задачі. С. Скворцова виділяє аналітичні, прогностичні та проектні вміння, що складають зміст теоретичної готовності до навчання учнів математики і базуються на знаннях цілей і завдань навчання математики; особливостей побудови курсу математики; нормативних документів; способу побудови календарного планування; вимог до математичної підготовки учнів; критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів; основних засобів, методів і форм організації навчального процесу; можливих структур уроку математики; методичних систем, що реалізовані у чинних підручниках; відмінностей цих методичних систем; передового педагогічного досвіду вчителів-практиків з проблем організації сучасного уроку математики та вивчення окремих його тем; загальних особливостей використання сучасних навчальних технологій під час навчання математики; порядку вивчення окремих тем курсу математики; результатів опанування цими темами; традиційної методики вивчення окремих тем; інноваційних підходів їх опанування.

Під практичною готовністю майбутнього педагога до проведення уроків математики науковець розуміє набуття ним досвіду застосування складових теоретичної готовності на практиці: через імітацію майбутньої педагогічної діяльності під час рольових ігор, через проектну діяльність з розв'язування методичних проблем, і під час педагогічної практики. Погоджуємося з висновком про те, що для набуття студентами досвіду майбутньої професійної діяльності вже в аудиторних умовах необхідно і можливо створювати ситуації, які вимагають аналізу діяльності вчителя та учня на окремих етапах уроку, імітації реального уроку або його фрагменту.

Предметом нашого дослідження є формування в майбутніх учителів математики контрольно – оцінювальних умінь, які ми розглядаємо як складову методичної компетентності вчителя математики.

Курс «Методика навчання математики» складається з двох основних частин, а саме загальної методики навчання математики та методики навчання окремих розділів та тем шкільного курсу математики. Питання організації контролю та оцінювання знань учнів є одним з питань загальної методики навчання математики. У процесі вивчення методики навчання окремих розділів шкільного курсу математики студентам пропонуються завдання на застосування теоретичних знань щодо розробки форм та засобів контролю знань учнів із заданих тем. У процесі розробки змісту лекцій та практичних занять ми виходили з того, що контрольно-оцінювальна діяльність учителя математики ґрунтується на знаннях про критерії оцінювання навчальних досягнень учнів за окремі види робіт, з окремих тем курсу, умінні їх реалізовувати під час оцінювання учнів та досвід цієї діяльності; знаннях про особливості проведення моніторингу, умінні здійснювати моніторинг знань учнів та досвід такої діяльності.

Аналіз літератури з проблеми підготовки майбутніх вчителів математики до проведення контролю навчальних досягнень учнів показав, що методисти [5] пропонують такий орієнтовний алгоритм дій учителя математики:

− передбачення місця і виду контролю під час календарно-тематичного планування (вхідний, поточний, періодичний, підсумковий та інші);

− виділення рівня засвоєння кожного елементу знань (знання, розуміння; застосування знань до розв'язування практичних завдань);

− виділення рівня сформованості кожного вміння (виконання діяльності: за зразком під керівництвом вчителя, за зразком самостійно, перенесення вмінь на відоме завдання, перенесення вмінь на незнайоме завдання);

− визначення форм контролю, які будуть застосовані на конкретному уроці (усне опитування, математичний диктант, тестування, контрольна робота, самостійна робота тощо);

− підбір або розробка діагностичних завдань для перевірки навчальних досягнень учнів;

− продумування процедури оцінювання навчальних досягнень учнів.

Все вищезазначене було враховано нами при розробці шляхів формування контрольно – оцінювальних умінь майбутніх учителів математики.

Нами було розроблено зміст лекції з теми «Контроль знань учнів», в якій розглядаються такі питання:

1. Контроль як один з основних етапів засвоєння знань учнями.
2. Функції контролю.
3. Форми контролю.
4. Види контролю.
5. Тестові технології контролю знань учнів.
6. Використання спеціальних комп'ютерних програм, що використовуються в процесі контролю знань учнів.
7. Оцінювання знань учнів в умовах особистісно орієнтованого навчання.
8. Проблема досягнення основних результатів навчання.

Практичне заняття з відповідної теми має таку структуру:

1. Обговорення основних теоретичних питань теми.
2. Виконання індивідуальних завдань професійного спрямування.
3. Розв'язування та обговорення запропонованих студентами завдань.

Ми пропонуємо індивідуальні завдання професійного спрямування, які можуть можуть складатися з наступних завдань.

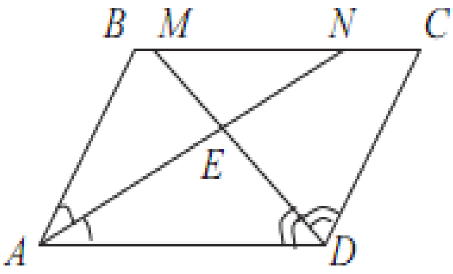
Завдання стосуються теми «Чотирикутники».

1. Проаналізуйте запропоновану тему «Чотирикутники» (основний зміст, вимоги щодо засвоєння знань учнями, кількість годин на вивчення).
2. За одним із діючих підручників опрацюйте дану тему та встановіть взаємозв'язки між поняттями даної теми. Запропонуйте завдання з пропусками, які дозволять перевірити усвідомлення учнями системи понять даної теми.
3. Для одного з основних понять теми виділити його суттєві ознаки. Запропонуйте тести відкритої форми, які дозволять перевірити засвоєння учнями суттєвих ознак поняття.
4. Розробіть різні форми контролю (математичний диктант, самостійна робота, контрольна робота) з даної теми та з`ясуйте її місце за навчальним планом. Обґрунтуйте спосіб оцінювання запропонованих завдань. Завдання повинні бути диференційованими.

5. В середовищі однієї з програм реалізувати 10 тестових завдань різного типу, що найбільш повно задовольняють всім вимогам до змісту і виконання тестів.

6. Розгляньте задачу та виконайте наступні завдання.

Задача. В паралелограмі *ABCD* бісектриси кутів при стороні *AD* ділять сторону *BC* точками *M* і *N* так, що *BM:MN*=1:5. Знайдіть *BC*, якщо *AB=3*.



Дано: *ABCD* – паралелограм, *BM:MN*=1:5, *AB=3*

Знайти: BC

Розв`язання

Нехай *E* – точка перетину бісектрис.
Позначимо *BM=x*, *MN*=y, *NC=z*.

Оскільки $\frac{x}{y}=\frac{1}{5}<1$, то точка M лежить між точками B і N. Можливі два випадки:

1. Точка *E* – всередині паралелограма (рис. 1).Так як ΔABN і ΔDMC - рівнобедрені, то $x+y=3=y+z$.

Тому, $x=z<y$, $\frac{x}{y}=\frac{1}{5}<1$ і $z=x=\frac{1}{2}$, $BC=2x+y=\frac{7}{2}$

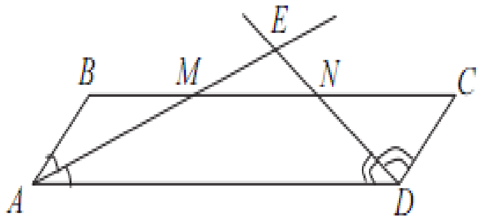


Рис. 2

2. Точка *E* – знаходиться поза паралелограмом (рис. 2). Тоді $x=z=3$, $\frac{x}{y}=\frac{1}{5}$. Звідси випливає $y=15$, $BC=2x+y=21$.

Відповідь: 3,5 або 21.

1) Проаналізуйте умову задачі та її розв`язок.
2) Перерахуйте опорні знання, необхідні учням для розв`язання даного завдання.
3) Визначте, наскільки дана задача є проблемною для учнів. У чому полягає проблема?
4) Оцініть розв`язок даної задачі за даними нище критеріями (табл. 1).
5) Запропонуйте систему запитань, які підводять до розв`язання даної задачі.
6) Розробіть систему задач, які допомагають при розв`язанні даної задачі.
7) Якщо можливо, запропонуйте інший розв`язок задачі.

Таблиця 1

Критерії оцінювання розв`язку задачі

Зміст критерію	Бали
Розглянуто всі різноманітні геометричні конфігурації і отримано правильну відповідь	4
Розглянуто хоча б одна можлива конфігурація, для якої отримано правильне значення шуканої величини	3
Розглянуто хоча б одна можлива геометрична конфігурація, для якої отримано значення шуканої величини, неправильне через арифметичної помилки	2
Розв`язання не відповідає жодному з критеріїв, перерахованих вище	1

На нашу думку, виконання таких завдань сприяє формуванню контрольно-оцінювальних умінь майбутніх учителів математики, що є складовою методичної компетентності.

Отже, вдосконалення методичної освіченості майбутнього вчителя має починатися з перших днів його навчання у вузі. Питання контрольно-оцінювальної діяльності можна вважати важливим видом діяльності вчителя, включаючи в неї усвідомлення і прийняття широких і вузьких цілей навчання, виховання і розвиток учнів, особливо в умовах особистісно орієнтованої системи освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Введенский В.Н. Компетентность педагога как важное условие успешности его профессиональной деятельности // Инновации в образовании. – 2003. – №4. – С.21-31.
2. Онаць О. Практика формування професійної компетентності молодого вчителя /О. Онаць// Шляхи освіти. – 2005. – №3. – С.35-39. (37)
3. Петров А. Профессиональная компетентность: понятийно-терминологические проблемы/А. Петров // Alma mater. – 2004. – №10. – С.6-10.
4. Скворцова С. О. Формування професійної компетентності в майбутнього вчителя математики [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

http: // www. Intellect-invest.org.ua /ukr/ pedagog_editions_e-magazine_ pedagogical _science _autors _skvortzova_so/ .

5. Фролов Ю.В. Компетентностная модель как оценка качества подготовки специалистов / Ю.В. Фролов, Д.А. Махотин // Высшее образование. - 2004. - №8. - С.34-41.

Анотація. Заточна А. Формування контрольно-оцінювальних умінь в процесі підготовки майбутнього вчителя математики. *У статті розглянуто різні трактування понять «компетентність» та «компетенція». Розглянуто контрольно-оцінювальні вміння вчителя математики, як складову методичної компетентності; виділено зміст контрольно-оцінювальних дій майбутнього вчителя математики. Запропоновано зміст лекції та практичного заняття з теми «Контроль знань учнів» та структуру індивідуальних завдань професійного спрямування, виконання яких сприяє формуванню у майбутніх учителів математики контрольно-оцінювальних умінь.*

Ключові слова: *компетентність, професійна компетентність, методична компетентність, контрольно-оцінювальні вміння, майбутній вчитель математики.*

Abstract. Zatochna A. Formation Control and Evaluation skills in preparing future teachers of mathematics. *The article deals with different interpretations of the concepts of "competence" The structure of professional competence of future teachers of mathematics. We consider the ability to control estimates mathematics teacher as part of methodical competence; highlighted content control actions Evaluation of future teacher of mathematics. A content of lectures and workshops on the theme "Control of knowledge of students' individual tasks and structure of vocational guidance, the implementation of which contributes to the formation of future teachers of Mathematics control and appraisal skills.*

Keywords: *competence, professional competence, methodical competence, the ability to control estimates, future math teacher.*

Вікторія Зубко
Студентка 6 курсу, спеціальність «Математика»*
vikazubko601@gmail.com
Науковий керівник – О.О. Одінцова

ОСОБЛИВОСТІ ДРОБОВО-ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Постановка проблеми. В різних областях людської діяльності люди зустрічаються із задачами, які характеризуються такими властивостями:

1) на змінні величини накладається велика кількість обмежень;

2) задача має велику кількість розв'язків, із яких потрібно вибрати найкращий (оптимальний).

Наявність великого числа обмежень і варіантів розв'язків створює значні труднощі при розв'язанні таких задач. Розроблено математичні методи, які дозволяють шляхом відповідних розрахунків знаходити оптимальний варіант із всіх можливих.

Розділ математики, який вивчає оптимальні задачі називається математичним програмуванням. Початок розвитку математичного програмування покладено в 1939 році радянським математиком Л.В.Канторовичем в роботі «Математичні методи організації і планування підприємства».

Для розв'язання конкретної економічної задачі спочатку слід побудувати математичну модель. Математична модель – це досить точний опис задачі за допомогою математичного апарату (різного роду функцій, рівнянь, систем рівнянь, нерівностей тощо). З одного боку бажано, щоб модель була досить простою, тобто в ній повинні бути враховані всі істотні фактори, які задані в умові задачі.

Побудова математичних моделей включає наступні два етапи:

1. Формулюються умови, які повинні бути накладені на невідомі величини (змінні). Вони витікають із наявності ресурсів, із необхідності задоволення потреб, із умов технології та інших економічних та технічних факторів. Ці умови представляють собою нерівності або рівняння.

2. Представляється у вигляді деякої залежності від невідомих величин переслідувана мета (прибуток від реалізації виробленої продукції, сумарні витрати на перевезення вантажів тощо). Отриманий вираз називається цільовою функцією, функцією цілі, функціоналом або критерієм ефективності даної задачі.

Якщо критерій ефективності та функції обмежень лінійні, то це задача лінійного програмування,

Із названих вище методів математичного програмування найбільш поширеним є лінійне програмування. Серед задач лінійного програмування слід виділити такі основні:

1) Задачі цілочислового програмування у випадку, коли змінні приймають цілі значення.

2) Задачі дробово-лінійного програмування, якщо цільова функція є відношенням двох многочленів.

3) До задач параметричного програмування відносяться такі, в яких дані в задачі вважаються не сталими величинами, а функціями, що залежать від деякого параметра.

Більш детально зупинимось на дробово-лінійному програмуванні.

Аналіз досліджень і публікацій. Періодом найінтенсивнішого розвитку математичного програмування є пятдесяті роки. У цей час зявляються розробки нових алгоритмів, теоретичні дослідження з різних напрямків зокрема працях Г. Куна і А. Таккера, Чарнес, Лемке, Р. Белмана.У період найбурхливішого розвитку математичного програмування за кордоном у Радянському Союзі не спостерігалося значних досягнень через штучні ідеологічні обмеження. Відродження досліджень з математичного моделювання економіки почалося в 60-80-тих роках. Серед радянських вчених того періоду слід виокремити праці В.С. Немчинова, В.В. Новожилова, Н.П. Федоренка, С.С. Шаталіна, В.М. Глушкова, В.С. Михалевича, Ю.М. Єрмольєва та ін.

Мета статті: розкрити особливості дробово-лінійного програмування.

Виклад основного матеріалу. При розв'язуванні економічних задач часто за критерій оптимальності беруть показники рентабельності, продуктивності праці тощо, які математично подаються дробово-лінійними функціями.

Загальна задача дробово-лінійного програмування полягає в знаходженні максимального значення функції

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_j x_j}{\sum_{i=1}^{n} d_j x_j} = \frac{F_1}{F_2} \qquad (1)$$

при умовах

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \;\; (i = \overline{1,m}) \qquad (2)$$

$$x_j \geq 0 \; (j = \overline{1,n}) \qquad (3)$$

де $c_j,\ d_j, b_j,$ та a_{ij} – деякі сталі числа, $\sum_{i=1}^{n} d_{ij} x_j \geq 0 \; (j = \overline{1,n})$ і $\sum_{i=1}^{n} d_{ij} x_j \neq 0$ в області невід'ємних розв'язків системи лінійних рівнянь (2). При цьому будемо припускати, що $\sum_{i=1}^{n} d_{ij} x_j > 0$ (така умова не порушує загальності задачі, оскільки у випадку, коли ця величина від'ємна, то знак мінус можна віднести до чисельника) [3, с. 46].

Як і у випадку основної задачі лінійного програмування, своє максимальне значення цільова функція задачі (1) – (3) приймає в одній із вершин многокутника розв'язків, який визначається системою обмежень (2) і (3) (звісно за умови, що ця задача має оптимальний план). Якщо максимальне значення цільова функція задачі (1) приймає більше ніж в одній вершині многокутника розв'язків, то вона також досягає його у будь-якій точці, яка є опуклою комбінацією даних вершин.

Розглянемо двовимірну задачу, яка є знаходженням максимального значення функції

$$F = \frac{c_1x_1 + c_2x_2}{d_1x_1 + d_2x_2} \quad (4)$$

при умовах

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \le b_i \;\; (i = \overline{1,m}) \quad (5)$$

$$x_1, x_2 \;\ge 0. \quad (6)$$

Будемо вважати, що $d_1x_1 + d_2x_2 \neq 0$.

Щоб знайти розв'язок задачі (4) – (6) спочатку знаходимо многокутник розв'язків, який визначається обмеженнями (5) – (6). Припускаємо, що цей многокутник не порожній, і припускаємо, що значення функції рівне деякому числу h, та що пряма

$$\frac{c_1x_1 + c_2x_2}{d_1x_1 + d_2x_2} = h \quad (7)$$

$$(c_1 - hd_1)x_1 + (c_2 - hd_2)x_2 = 0$$

яка проходить через початок координат, має з многокутником розв'язків спільні точки. Обертаючи побудовану пряму (7) відносно початку координат, або знаходиться вершина (вершини), в яких функція (4) приймає максимальне значення, або встановлюється необмеженість функції на множині планів задачі [2, с. 17].

Отже, процес знаходження розв'язку задачі (4) – (6) складається з наступних етапів:

1. У системі обмежень обмежень задачі змінюють знаки нерівності на знаки точних рівностей і будують прямі, які визначені цими рівностями.

2. Знаходять напівопуклості, які визначені кожною нерівністю системи обмежень.

3. Знаходять многокутник розв'язків задачі.

4. Будують пряму (7), рівняння якої отримують, якщо надати цільовій функції (4) деякого сталого значення (числа).

5. Визначають точку максимуму або встановлюють нерозв'язність задачі.

6. Знаходять значення цільової функції в точці максимуму [1, с. 216].

При розв'язанні конкретних задач дробово-лінійного програмування графічним способом можуть бути різні випадки.

1. Многокутник розв'язків обмежений, максимум і мінімум досягається в кутових точках (рис. 1).

2. Многокутник розв'язків не обмежений, але існують кутові точки в яких цільова функція задачі приймає відповідно максимальне і мінімальне значення (рис. 2).

3. Многокутник розв'язків не обмежений, і в один з екстремумів досягається. Наприклад, мінімум досягається в одній із вершин многокутника розв'язків і функція F має так званий асимптотичний максимум (рис. 3).

4. Многокутник розв'язків необмежений, як максимум, так і мінімум є асимптотичними (рис 4) [1, с. 219].

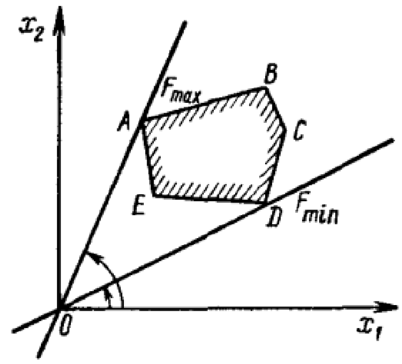


Рис. 1. Обмежений многокутник розв'язків

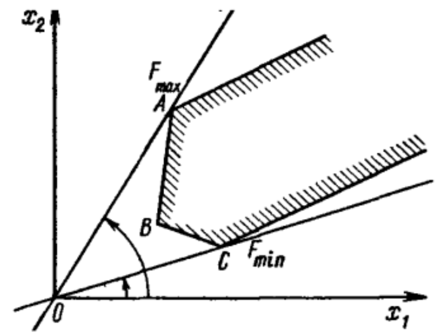


Рис. 2. Необмежений многокутник розв'язків (випадок 1)

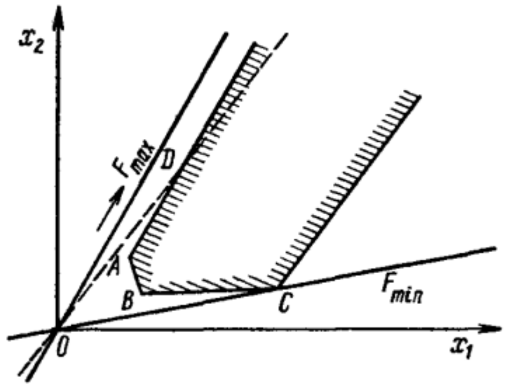


Рис. 3. Необмежений многокутник розв'язків (випадок 2)

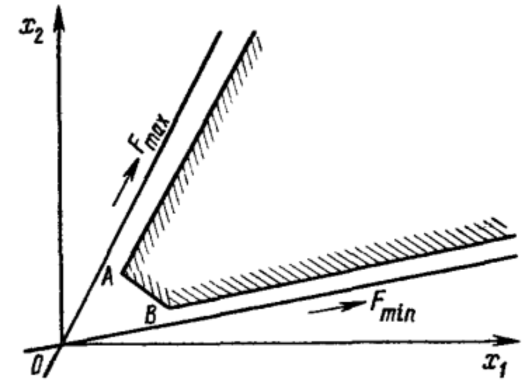


Рис. 4. Необмежений многокутник розв'язків (випадок 3)

<u>Приклад 1:</u>

Для виробництва двох видів виробів A і B підприємство використовує три типи технологічного обладнання. Кожен з видів виробів повинно пройти обробку на кожному із типів обладнання. Час обробки кожного із виробів на обладнанні даного типи наведені в таблиці 2. У ній також вказані витрати, пов'язані з виготовленням одного виробу кожного виду.

Таблиця 1

Тип обладнання	Витрати часу (год) на обробку одного виробу	
	A	B
I	2	8
II	1	1
III	12	3
Затрати на виготовлення одного виробу (гр. од)	2	3

Обладнання I і II типу підприємство може використовувати не більше ніж 26 і 39 годин. При цьому обладнання II типу доцільно використовувати не менше 4 годин.

Потрібно встановити, скільки виробів кожного виду слід виготовити підприємству щоб собівартість виробу була мінімальною.

Розв'язання

Нехай, підприємство виготовить x_1 виробів виду А та x_2 виробів виду В. тоді загальні витрати на їх виробництво рівні $2x_1 + 3x_2$ гр.од., а собівартість одного виробу в грошових одиницях становить

$$F = \frac{2x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \qquad (8)$$

Витрати часу на обробку вказаної кількості виробів кожного з типів обладнання відповідно складуть $2x_1 + 8x_2$ годин і $12x_1 + 3x_2$ годин. Так як обладнання I і III типів можуть займатись обробкою виробів виду А і В не більше 26 і 39 годин, а обладнання II типу – не менше 4 годин, то повинні виконуватись наступні нерівності:

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 \le 26 \\ x_1 + x_2 \ge 4 \\ 12x_1 + 3x_2 \le 39 \end{cases} \qquad (9)$$

Оскільки економічний зміст змінних x_1і x_2 можуть приймати лише невід'ємні значення:

$$x_1, x_2 \ge 0. \quad (10)$$

Будують многокутник розв'язків.

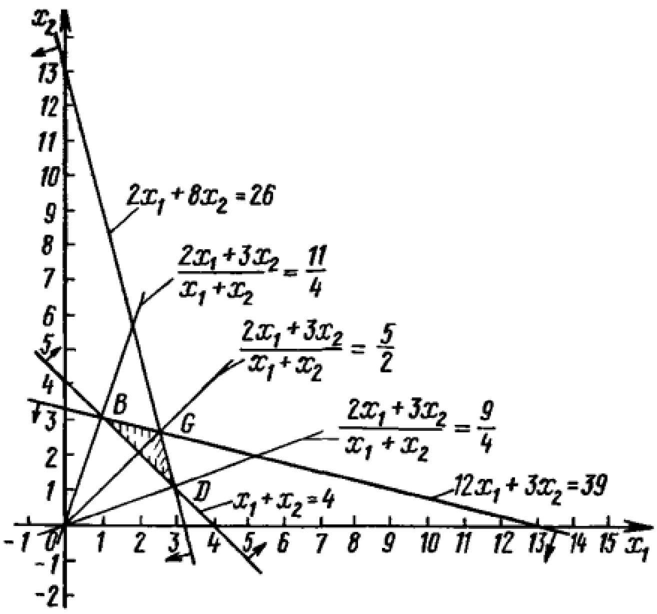


Рис. 5 Многокутник розв'язків

Як видно з рисунку 5 ним є трикутник BCD. Отже, функція (8) приймає мінімальне значення в одній з точок B, C і D. Щоб визначити, в якій саме, покладають значення функції F рівним деякому числу, наприклад $\frac{11}{4}$. Тоді:

$$\frac{2x_1+3x_2}{x_1+x_2}=\frac{11}{4}, \text{ або } -3x_1+x_2=0 \quad (11)$$

Рівняння (11) визначає пряму, яка проходить через початок координат. Координати точок, які належать цій прямій і многокутнику розв'язків, являються планами задачі, при яких значення функції (8) рівне $\frac{11}{4}$. В даному випадку до вказаних точок відносяться лише одна точка B $(1; 3)$. Її координати визначають план задачі, при якому значення функції рівне $\frac{11}{4}$.

Візьмемо тепер $h=\frac{5}{2}$, тобто покладемо

$$\frac{2x_1+3x_2}{x_1+x_2}=\frac{5}{2},$$

або

$$-x_1+x_2=0. \quad (12)$$

Рівняння (12), так як і (11), визначає пряму, яка проходить через початок координат. Її можна розглядати як пряму, отриману в результаті обертання за часовою стрілкою навколо початку координат пряму (11). При цьому координати точок, які належать прямій (12) і многокутнику розв'язків, є планами задачі, при яких значення функції (8), рівне $\frac{5}{2}$, менше чим в точках прямої (11). Як наслідок, якщо покласти значення функції (8) рівним деякому числу h_0:

$$F=\frac{2x_1+3x_2}{x_1+x_2}=h_0, \quad (13)$$

а пряму (13), яка проходить через початок координат, обертати у напрямку руху годинникової стрілки навколо початку координат, то отримаємо прямі

$$F=\frac{2x_1+3x_2}{x_1+x_2}=h, \qquad \text{где} \quad h<h_0$$

Знайдемо останню спільну точку прямої, яка обертається і многокутника розв'язків. Ця точка D (1; 3) малюнок 5, в якій досягається мінімум функції (8).

Таким чином, оптимальний планом виробництва продукції є план, згідно якого виготовляється три вироби виду А і один виріб виду В. При такому плані собівартість одного виробу є мінімальною і рівна

$$F_{min}=\frac{2\cdot 3+3\cdot 1}{1+3}=\frac{9}{4}.$$

При знаходженні кутової точки многокутника розв'язків, в якій цільова функція задачі приймає найменше значення, покладали значення функції рівним деяким двом сталим числам і встановлюють напрямок обертання прямої, яка визначає зменшення значення функції. Це можна було зробити і по-іншому. А саме: покладають значення функції F рівним деякому числу h, тобто

$$\frac{2x_1+3x_2}{x_1+x_2}=h, \quad (14)$$

$$(2-h)x_1+(5-h)x_2=0$$

і отримаємо деяку пряму, яка проходить через початок координат і яка має кутовий коефіцієнт, який залежить від h $k=\frac{h-3}{2-h}$, можна використати похідну, встановить напрямок обертання прямої (14) при зростанні h.

На практиці все простіше. Знайшовши точки B (1; 3) і D (3; 1) (мал. 5), в яких функція (8) може приймати мінімальне значення, обчислимо її значення в цих точках: $F\,(B)=\frac{11}{4}$, $F\,(D)=\frac{9}{4}$. Так як $F\,(B)>F\,(D)$, то можна стверджувати, що в точці D цільова функція приймає мінімальне значення. Одночасно з цим зазначимо, що в точці B функція F приймає максимальне значення [4, с. 18].

Сформульована вище задача (4) – (6) може бути зведена до задачі лінійного програмування. Для цього потрібно позначити

$$y_0=\left\{\sum_{j=1}^{n}d_jx_j\right\}^{-1} \qquad (15)$$

і ввести нові змінні

$$y_j=y_0x_j\ (j=\overline{1,n}) \qquad (16)$$

Використовуючи введенні позначення, вихідну задачу (4) – (6) зведемо до такої: знайти максимум функції

$$F^*=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j \qquad (17)$$

при умові

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}y_j-b_iy_0=0,\ \ i=\overline{1,m} \qquad (18)$$

$$\sum_{j=1}^{n}d_jy_j=1, \qquad (19)$$

$$y_j\geq 0\ (j=\overline{1,n})\ \text{ і } y_0\geq 0. \qquad (20)$$

Задача (17) – (20) є задачею лінійного програмування, а отже її розв'язок можна знайти графічним або симплекс-методом [1, с. 32]. Знаючи оптимальний план цієї задачі, на основі відношення (16) отримуємо оптимальний план вихідної задачі (4) – (6).

Таким чином, процес знаходження розв'язків задачі дробово-лінійного програмування включає в себе наступні етапи:

1. Звести задачу (4) – (6) до задачі лінійного програмування (17) – (20).
2. Знаходять розв'язок задачі (17) – (20).
3. Використовуючи відношення (16), визначають оптимальний план задачі (4) – (6) і знаходять максимальне значення функції (4).

Розглянемо реалізацію цієї схеми до розв'язування конкретної задачі.

Приклад:

Знайти максимальне значення функції

$$F = \frac{2x_1 + 3x_2}{x_1 + x_2} \qquad (21)$$

при умовах

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 8 \\ -x_1 + 3x_2 + x_5 = 9 \end{cases} \qquad (22)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_5 \geq 0. \quad (23)$$

Розв'язання. Зведемо дану задачу до задачі лінійного програмування. Для цього позначимо $(x_1 + x_2)^{-1}$ через y_0 і введемо нові змінні $y_j = y_0 x_j$ $(j = \overline{1,5})$. В результаті прийдемо до наступної задачі: знайти максимум функції

$$F = 2y_1 + y_2 \qquad (24)$$

при умовах

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 - y_3 - 11y_0 = 0 \\ y_1 - y_2 + y_4 - 8y_0 = 0 \\ -y_1 + 3y_2 + y_5 - 9y_0 = 0 \end{cases} \qquad (25)$$

$$y_1 + y_2 = 1$$

$$y_0, y_1, \dots, y_5 \geq 0. \quad (26)$$

Задача (24) – (26) є задачею лінійного програмування. Її розв'язок знаходимо методом штучного базису. Остання симплекс-таблиця має вигляд:

i	Базис	$C_б$	P_0	2	1	0	0	0	– M	– M	0
				P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_0
1	y_2	1	$\frac{1}{10}$	0	1	$-\frac{8}{30}$	$-\frac{11}{30}$	0			0
2	y_1	2	$\frac{9}{10}$	1	0	$\frac{8}{30}$	$\frac{11}{30}$	0			0
3	y_5	0	$\frac{15}{10}$	0	0	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{6}$	1			0
4	y_0	0	$\frac{1}{10}$	0	0	$\frac{2}{30}$	$-\frac{1}{30}$	0			1
5			$\frac{19}{10}$	0	0	$\frac{8}{30}$	$\frac{11}{30}$	0			0

З таблиці 1. 2 зрозуміло, що оптимальним планом задачі (24) – (26) є $y_1^* = \frac{9}{10}$; $y_2^* = \frac{1}{10}$; $y_3^* = y_4^* = 0$; $y_5^* = \frac{15}{10}$; $y_0^* = \frac{1}{10}$.

Враховуючи, що $y_j = y_0 x_j$, знаходимо оптимальний план задачі (21) – (23): $X^* = (9; 1; 0; 15)$. При цьому плані $F_{max} = \frac{19}{10}$ [1, с. 219].

Висновки та перспективи подальших наукових досліджень.

Упродовж останніх років все більше уваги вчені приділяють розробці ефективних методів розв'язання математичних задач оптимізації на ЕОМ для широких класів множини X і функцій *F(x).* Знання математичного програмування значною мірою може підвищити якість планування прибутку підприємства або цеху, розкрою матеріалів для виробництва продукції, рентабельності фермерського господарства, перевезення вантажів або пасажирів тощо.

Список використаних джерел

1. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и заданих / И. Л. Акулич. – М.: Высшая школа, 1986 – 319 с.
2. Лусте І. П. Математичне програмування: навчально-методичний посібник. Частина 2 / І. П. Лусте, І. Д. Пукальський. – Чернівці: Рута, 2005. – 79 с.
3. Демиденко М. А. Математичне програмування: навч. посібник. / М. А. Демиденко. – Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2005. – 110 с.
4. Іє О. М. Дослідження операцій: навч. посібник. / О. М. Іє. – Луганськ: Вид-во Д. З. «ЛНУ ім. Т. Г. Шевченка», 2011. – 128 с.

Анотація. Зубко В. Особливості дробово-лінійного програмування. *У статті подано загальну характеристику методів розв'язування задач дробово-лінійного програмування, більш детально проаналізовано графічний метод розв'язування та симплекс-метод. Наведені приклади на використання цих методів.*

Ключові слова: *математична модель, дробово-лінійне програмування, графічний та симплекс методи.*

Abstract. Zubko V. Features fractional linear programming. *There are general characterization methods for solving linear fractional programming in this aticle. The geometric and simplex methods are more detailed. There are examples of the use of these methods in aticle.*

Keywords: *mathematical model, fractional-linear programming, graphic and simplex modes.*

Максим Каща
Студент 6 курсу, спеціальність «Математика»*
maxim.kascha@yandex.ru
Науковий керівник – Ф.М.Лиман

СИСТЕМА РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ТА ЇЇ РОЗШИРЕННЯ

Розвиток теорії чисел складається з перетину двох тенденцій. Перша з них – це створення загальних концепцій і теорій, таких, наприклад, як теорія ідеалів або теорія скінченних полів. Друга тенденція складається в зверненні до конкретних числових фактів. Її вплив можна побачити в великій кількості теоретико – числових результатів, які були підсказані і стимульовані емпіричними спостереженнями. Саме сполучення двох таких різновидних точок погляду визначає роль, яку теорія чисел відіграє в математиці: «світ чисел» поряд з фізичним світом з'явився тим підґрунтям, на якій виникло більшість математичних теорій. [1, с.34]

Дана стаття присвячена системі раціональних чисел та її розширенням, а саме у ній будуть розглянуті алгебраїчні розширення та розширення за допомогою p-адичних чисел.

Поле P називається ***підполем*** поля K, а поле K – ***розширенням*** *поля P*, якщо будь-який елемент поля P належить полю K. Будь-яке числове поле є підполем поля комплексних чисел.

Число α називається ***алгебраїчним*** над полем P, якщо воно є коренем деякого (не рівного тотожно нулю) многочлена з коефіцієнтами із поля P. Будь-який елемент поля P, очевидно, алгебраїчний над цим полем якщо вірне і обернене твердження, тобто якщо будь-яке алгебраїчне над полем P число належить цьому полю, то P називається ***алгебраїчно замкненим*** полем.

1. Алгебраїчні розширення полів

Розглядається декілька розширень полів:

1. скінченні розширення;
2. алгебраїчно породжені розширення;
3. складені алгебраїчні розширення;
4. прості алгебраїчні розширення;
5. алгебраїчні розширення.

З кожним із них ми детальніше ознайомимося.

Розширення K поля P називається ***скінченним***, якщо в полі K існують такі елементи $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$, що будь-який елемент β є K єдиним чином записується у вигляді лінійної комбінації цих елементів з коефіцієнтами із поля P: $\beta=b_1\alpha_1+\ldots+b_n\alpha_n,\ b_1,\ldots,b_n \in P.$ Володіюча цією властивістю система елементів $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ називається базисоми поля K над полем P. [2, с.68]

До поняття скінченного розширення можна підійти і з іншої сторони, помітивши, що будь-яке розширення L поля P можна розглядати як лінійний простір над полем Р. Справді, елементи поля К можна додавати і множити на елементи поля Р, причому обидві операції (додавання і множення на елементи поля Р),очевидно, володіють всіма необхідними властивостями. З цієї точки зору розширення К тоді і тільки тоді скінченне, коли воно має скінченну розмірність (як лінійний простір над полем Р), а система елементів тоді і тільки тоді є його базисом (в тільки що визначеному сенсі),коли вона є його базисом в сенсі теорії лінійних просторів. Так як всі базиси скінченновимірного лінійного простору складаються із одного і того ж числа векторів, то в частинному випадку, всі базиси поля К над полем Р складаються із одного і того ж числа елементів. Це число називається степенем поля К над полем Р і позначається через [К:Р] (з точки зору теорії лінійних просторів степінь поля К – це його розмірність як лінійного простору над полем Р).

Нехай Р – довільне поле (числове) і $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ – довільні числа (тобто елементи поля С). Розглянемо всі можливі поля, які є розширеннями поля Р і які містять числа $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$. Такі поля існують, бо наприклад, до їх числа належить поле С всіх комплексних чисел. Легко побачити, що перетин всіх цих полів також є полем (взагалі без проблем доводиться, що перетин будь-якої системи полів саме є полем). Цей перетин є, очевидно, мінімальним розширенням поля Р, яке містить числа $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ (мінімальність означає, що цей перетин є підполем будь-якого іншого, яке містить числа $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$, розширення поля Р). Це мінімальне розширення позначається через $P(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)$ і називається розширенням, породженими числами $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$. Очевидно, що $P(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)=P$ тоді і тільки тоді, коли $\alpha_1,\ldots,\alpha_n \in P$. [3, с.122]

Розширення К поля Р називається ***алгебраїчно породженим***, якщо воно породжується деякою скінченною системою алгебраїчним над полем Р чисел, тобто якщо існують такі алгебраїчні над полем Р числа $\alpha_1,\ldots,\alpha_s$, що $K=P(\alpha_1,\ldots,\alpha_n)$. Якщо, у випадку $s=1$, то поле $K=P(\alpha_1)$ називається ***простим алгебраїчним розширенням*** поля Р.

Розширення К поля Р називається ***складеним алгебраїчним розширенням***, якщо існує такий ланцюг підполів: $P=L_0\subset L_1\subset_{\ldots}\subset L_{s-1}\subset L_s=K$, яка починається з поля Р і закінчується полем К, що для будь-якого i=1,…,s поле L_i є простим алгебраїчним розширенням поля L_{i-1}. Якщо $L_i= L_{i-1}(\alpha_1), i=1,\ldots s$,то поле К позначається через $P(\alpha_1)(\alpha_2)\ldots(\alpha_s)$. Підкреслимо, що алгебраїчність чисел $\alpha_2,\ldots,\alpha_s$ над полем Р в цьому визначенні не передбачається.

Нарешті, розширення К поля Р називається ***алгебраїчним,*** якщо будь-який його елемент є числом алгебраїчним над полем Р.

Для прикладу, розглянемо побудову простого алгебраїчного розширення.

Нехай P – довільне поле і α – алгебраїчне над полем P число. За визначенням, число α є коренем деякого відмінного від нуля многочлена над полем P (тобто многочлена з коефіцієнтами із поля P). [1, с.35]

Многочлен, який має найменшу степінь серед всіх многочленів з цією властивістю, називається ***мінімальним многочленом*** алгебраїчного числа α. Цей многочлен незвідний, бо в протилежному випадку число α було б коренем хоча б одного його дільника меншого степеня, що за умовою неможливо. Будь-який многочлен, коренем якого є число α, не взаємно простий з мінімальним многочленом і, відповідно, ділиться на цей многочлен. В частинному випадку, незвідний многочлен з коренем α визначений однозначно (з точністю до постійного множника). Степінь *n* цього многочлена називається ***степенем алгебраїчного числа*** α над полем P. Степінь *n* дорівнює одиниці тоді і тільки тоді, коли $\alpha \in P$.

Многочлен α – алгебраїчний над полем P, число, *f(x)* – його мінімальний многочлен і *n* – його степінь. Розглянемо множину K всіх чисел β, для кожного із яких існує такий многочлен g(x) над полем P, що $\beta=g(\alpha)$. Очевидно, що $K\subset P(\alpha)$.

Доведемо, що K є полем. Так як сума, різниця і добуток будь-яких елементів із K, очевидно, знову належить K, то потрібно тільки довести, що для будь-якого відмінного від нуля числа $\beta \in K$ число β^{-1} також належить K. За визначенням $\beta= g(\alpha)$, де g(x) – деякий многочлен над полем P. Оскільки $g(\alpha)\neq 0$, то многочлен g(x) не ділиться на многочлен *f(x)* і, звідси за умови незвідності многочлена *f(x)),* многочлени g(x) і *f(x)* взаємно прості. Тому, над полем P існують такі многочлени *u(x)* і *v(x)*, що $f(x)\, u(x)+ g(x)\, v(x)=1$.

Покладаючи в цій рівності $x=\alpha$, ми отримаємо $\beta v(\alpha)=1$, тобто $\beta^{-1}= v(\alpha)$, так що $\beta^{-1}\in K$.

Таким чином, множина K дійсно є полем. Так як, за визначенням, $P\subset K$ і $\alpha \in K$, то K є розширенням поля P, яке містить число α. Тому в силу мінімальності поля P(α): $P(\alpha) \subset K$.

Співставляючи ці включення з включенням $K\subset P(\alpha)$, ми отримаємо, що $K=P(\alpha)$.

Тим самим ми довели, що для будь-якого елемента β поля P(α) знайдеться такий многочлен g(x) над полем P, що $\beta= g(\alpha)$.

Цей многочлен визначений неоднозначно, бо до нього можно додати будь-який многочлен, який ділиться на многочлен *f(x)*. Іншими словами, якщо різниця $g(x)- g_1(x)$ ділиться на многочлен *f(x)*,то $g(\alpha)= g_1(\alpha)$. Навпаки, якщо $g(\alpha)= g_1(\alpha)$, то многочлен $g(x)- g_1(x)$ і *f(x)* не взаємно прості (бо вони мають загальний корінь α), і звідси, многочлени $g(x)- g_1(x)$ діляться на многочлен *f(x)*. Таким чином, $g(\alpha)=g_1(\alpha)$ тоді і тільки тоді, коли різниця $g(x)- g_1(x)$ ділиться на многочлен *f(x)*.

У випадку, якщо r(x) – остача від ділення многочлена g(x) на многочлен *f(x)*, то g(α)= r(α). Звідси, будь-який елемент поля P(α) можна подати у вигляді r(α), де степінь многочлена r(x) менше *n* (тобто менше степеня многочлена *f(x)*). Іншими словами, для будь-якого елемента β *є* P(α) існують такі елементи $b_0,b_1,\ldots,b_{n-1}$ *є P* (коефіцієнти многочлена r(x)), що β= $b_0+b_1\alpha+\ldots+b_{n-1}\alpha^{n-1}$ (*).

Так як різниця r(x)- $r_1(x)$, де r(x) і $r_1(x)$ – многочлени степеня, менше *n*, ділиться на многочлен *f(x)* степеня *n* тоді тільки, коли r(x)=$r_1(x)$, то це подання однозначне. Таким чином, будь-який елемент β поля P(α) однозначно записується у вигляді (*). Іншими словами, елементи $1,\alpha,\ldots,\alpha^{n-1}$ утворюють базис поля P(α) над полем P.

Звідси, просте алгебраїчне розширення P(α) є скінченним розширенням і його степінь [P(α):P] дорівнює степеню числа α.

Таким чином, клас розширень типу 4 міститься в класі розширень типу 1.[4, .68]

Приклад 1. Довести, що розширення Q(α) поля Q є алгебраїчним, знайти степінь розширення [Q(α) : Q] та мінімальний многочлен $m_\alpha(x)$ елемента α для $\alpha = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

Для того, щоб пересвідчитись, що α — алгебраїчний над Q, побудуємо многочлен f(x) ∈ Q[x], який анулює α. Після піднесення рівності $\alpha-1 = \sqrt{2}+\sqrt{3}$ до квадрату, отримаємо $(\alpha-1)^2 -5 = 2\sqrt{6}$, звідки після повторного піднесення до квадрату $((\alpha - 1)^2 - 5)^2 = 24$. Таким чином, f(α) = 0 для $f(x) = ((x - 1)^2 - 5)^2 - 24 = x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 16x - 8$.

Далі можна міркувати так: покажемо, що побудований многочлен f(x) є не- звідним над Q. Стандартний спосіб доведення незвідності многочлена над Q – застосування ознаки Ейзенштейна — для многочлена f(x) не працює. Незвідність многочлена f(x) встановимо в наступний спосіб. Помічаємо спочатку, що

$f(x) = (x-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}) \cdot (x-1-\sqrt{2}+\sqrt{3}) \cdot (x-1+ \sqrt{2}+\sqrt{3}) \cdot (x-1\sqrt{2}++\sqrt{3})$. Цей розклад і однозначність розкладу на незвідні множинки над R тя- гнуть відсутність у f(x) раціональних коренів. Якщо б попри відсутності раціональних коренів f(x) був звідним над Q, то він би мав дільник степеня 2 над Q. Внаслідок однозначності розкладу на незвідні множники цей дільник був би добутком якихось двох із вказаних в многочлені лінійних множників. Перебір шести випадків показує, що жоден із таких многочленів не є многочленом над Q.

Таким чином, f(x) є незвідним над Q, а тому $m_\alpha(x) = f(x)$. Оскільки [Q(α) : Q] = deg $m_\alpha(x)$, то [Q(α) : Q] = 4.

2. *p*-адичні числа

Також, можна розглянути інший напрямок розширення системи раціональних чисел за допомогою, *p*-адичних чисел.

Нехай p – деяке просте число. Послідовність цілих чисел $\{x_n\}=\{x_0,x_1,\ldots,x_n,\ldots\}$, яке володіє тією властивістю, що $x_n\equiv x_{n-1}(mod\ p^n)$ (4) для всіх $n\geq1$, визначає новий об'єкт, який називають **цілим *p*-адичним числом.** Дві послідовності $\{x_n\}$ і $\{x'_n\}$ тоді і тільки тоді визначають одне і те ж ціле p-адичне число, коли $x_n\equiv x'_n(mod\ p^{n+1})$ для всіх $n\geq0$.

Те, що послідовність $\{x_n\}$ визначає ціле p-адичне число α, буде записуватися так: $\{x_n\}\rightarrow\alpha$.

Множину всіх цілих p-адичних чисел ми будемо позначати через O_p. На відміну від цілих p-адичних чисел звичайні цілі числа будуть **називатися цілими раціональними.**

Сумою і добутком цілих p-адичних чисел α і β, які визначаються послідовностями $\{x_n\}$ і $\{y_n\}$, називаються **цілими *p*-адичними числами,** які визначаються відповідно послідовностями $\{x_n+y_n\}$ і $\{x_ny_n\}$.

Подільність цілих p-адичних чисел так само, як і в будь-якому кільці: α ділиться на β, якщо існує таке ціле p-адичне число γ, що α=βγ. Для дослідження властивостей подільності важливо знати, які це цілі p-адичні числа, для яких існують обернені цілі p-адичні числа. Такі числа називатимуться дільниками одиниці або одиницями.

Теорема. Ціле p-адичне число α, яке визначається послідовністю $\{x_0,x_1,\ldots,x_n,\ldots\}$, тоді і тільки тоді є одиницею, коли $x_0\not\equiv0(mod\ p)$.

Ціле раціональне число a, яке розглянуто як елемент кільця O_p, тоді ітільки тоді є одиницею, коли $a\not\equiv0(mod\ p)$. Якщо ця умова виконується, то a^{-1} міститься в O_p. Звідси слідує, що будь-яке ціле раціональне b ділиться на таке a в O_p, тобто що будь-яке раціональне число виду b/a, де a і b цілі і $a\not\equiv0(mod\ p)$, знаходяться в O_p. Раціональні числа такого виду називаються p-цілими. Вони утворюють очевидним чином кільце.

Наслідок: Кільце O_p цілих p-адичних чисел містить підкільце, ізоморфне кільцю p-цілих раціональних чисел.

Твердження 1: Кільце O_p не має дільників нуля.

Дійсно, якщо α≠0 і β≠0, то для них є зображення $\alpha=p^m\varepsilon$, $\beta=p^\kappa\eta$, в яких ε і η – одиниці.(Для ε і η в кільці O_p існує, відповідно, обернені елементи ε^{-1} і η^{-1}.) Якщо б αβ=0, то, помноживши рівність $p^{m+\kappa}\varepsilon\eta=0$ на $\varepsilon^{-1}\eta^{-1}$, ми отримали б $p^{m+\kappa}=0$, а це неможливо.

Число m в зображенні $\alpha=p^m\varepsilon$ відмінного від нуля p-адичного числа α називається ***p*-показником** α і позначається через $\nu_p(\alpha)$.

Так як кільце O_p не має дільників нуля, то його можна включити в поле, використовуючи конструкцію поля відношення області цілісності. В застосуванні до нашого випадку ця конструкція зводиться до розгляду дробів виду $\frac{\alpha}{p^k}$, де α – деяке ціле p-адичне число, $\kappa \geq 0$. Дріб розглядається тут просто як зручний запис пари *(α,* p^k*)*.

Означення 2: Дріб виду $\frac{\alpha}{p^k}$, α є O_p, $\kappa \geq 0$, визначає ***дробове p-адичне число*** або просто p-адичне число. Два дроби, $\frac{\alpha}{p^k}$ та $\frac{\beta}{p^m}$, визначають одне і те ж p-адичне число, якщо $\alpha p^m = \beta p^k$ в O_p.

Сукупність всіх p-адичних чисел буде позначатися через R_p.

Ціле p-адичне число визначає елемент $\frac{\alpha}{1} = \frac{\alpha}{p^0}$ із R_p. Очевидно, що різні p-адичні числа визначають різні елементи із R_p. Ввиду того ми будемо вважати O_p підмножиною множини R_p.

Дії в R_p визначаються правилами: $\frac{\alpha}{p^k}+\frac{\beta}{p^m} = \frac{\alpha p^m+\beta p^k}{p^{k+m}}$, $\frac{\alpha}{p^k} \cdot \frac{\beta}{p^m} = \frac{\alpha\beta}{p^{k+m}}$.

Очевидна перевірка показує, що результат дій не залежить від вибору тих дробів, котрі визначають елементи із R_p, і що відносно цих дій R_p утворює поле – поле всіх p-адичних чисел. Очевидно, що поле R_p має характеристику нуль і, відповідно, містить поле раціональних чисел.

Задача 1: Доведіть, що будь-яке нунельове 3-адичне число m є або x^2, або $2x^2$, або $3x^2$, або $6x^2$ для якогось 3-адичного числа x.

Доведення: Зауважимо, що для будь-якого p довільне p-адичне число представляється у вигляді $p^i \cdot a \cdot y$, де a – ціле число від 1 до p-1, p^i – степінь p, а y – ціле p-адичне число, порівняне з одиницею по модулю p. Тоді, представляючи p=3,отримаємо, що в залежності від парності числа i число p^i – або квадрат, або потроєний квадрат, $a \in \{1,2\}$, y – точний квадрат. Тому їх добуток є одним із представлених варіантів.

Задача 2:Нехай p – непарне просте число, а $x_1,\dots,x_5$ – ненульові p-адичні числа. Доведіть, що x_i/x_j є повний квадрат в p-адичних числах для якихось i,j (1≤ i≤ j≤5).

Доведення: Аналогічно розв'язанню попередньої задачі будь-яке число представляється у вигляді $p^i a y$. Розіб'ємо числа на 2 групи. В першій групі і парне, в другій – непарне. Після чого розіб'ємо кожну на 2 підгрупи: в першій підгрупі a є квадратичним «вычетом», а в другому – ні. Помітимо, що за принципом Діріхле хоча б 2 із взятих нами числа потрапляє в одну групу. Їх відношення має вигляд: p^j $a_к$ y_1/y_2, де j ділиться на 2, $a_к$ є квадратним лишком (як відношення двох лишків або двох нелишків),а y_1/y_2 є p-адичним числом, яке починається з одиниці. Тепер очевидно, що це число є квадратом, як добуток трьох квадратів.

Список використаних джерел

1. Боревич З.И. Теория чисел/ З.И.Боревич, И.Г.Шафаревич.- К: Москва: изд-тво «Наука», 1972. – 496 с.
2. Бухштаб А.А. теорія чисел. – М.: Учпедгиз, 1960. – 375 с.
3. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Наука, 1976. – 648 с.
4. Постников М.М. Теория Галуа. – М.: Наука, 1980. – 287с.

Анотація. Кащa М. Система раціональних чисел та її розширення. *У статті розглянуто деякі питання стосовно алгебраїчних розширень раціональних чисел, виділено основні типи простих розширень полів, наведено приклади алгебраїчних чисел над полем раціональних чисел, та розширень поля раціональних чисел. Також розглянуто розширення раціональних чисел за допомогою p-адичних чисел, наведено основні означення та теореми, які стосуються даних чисел.*

Ключові слова: *алгебраїчні числа, розширення поля, p-адичні числа, метрика, метричне поле.*

Анотация. Каща М. Система рациольных чисел и их расширения. *В статье расмотрено некоторые вопросы касательно алгебраических расширений рациональных чисел, выделено основные типы простых алгебраических расширений полей, неведено примеры алгебраических чисел над полем рациональных чисел, та расширений поля рациональных чисел. Также расмотрено расширения рациональных чисел при помощи p-адических чисел, наведено основные определения и теоремы, которые касаются даных чисел.*

Ключевые слова: *алгебраические числа, расширения поля, p-адические числа, метрика, метрические поля.*

Abstract. Kascha M. The System of rational numbers and its extension. *The article considers the main issues relating algebraic extensions of the rational numbers, the basic types of simple extensions of fields, examples of algebraic numbers over the field of rational numbers, and extensions of the field of rational numbers. It also considers the extension of the rational numbers with g-adineh numbers, basic definitions and theorems concerning these numbers.*
Keywords: *algebraic numbers, the expansion of the field of p-edicin number, metric, metric field.*

Ярослав Кулик
Студента 6 курсу, спеціальність «Математика»*
yarlan888@gmail.com
Науковий керівник – С. В.Петренко

ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В УЧНІВ СТАРШИХ КЛАСІВ

Постановка проблеми. Пріоритетним завданням базової освіти є виховання відповідальної особистості – яка здатна до самоосвіти і розвитку, вміє використовувати набуті знання та вміння для творчого вирішення проблем, критично мислити, опрацьовувати різноманітну інформацію, прагне змінити на краще своє життя і життя своєї країни. Перед сучасною освітою на передній план виступає завдання інтелектуального розвитку. Для реалізації даної мети особистість повинна мати достатній рівень розвитку всіх видів пам'яті, уваги, уяви, мислення та мовлення, а також здібність до аналізу та синтезу, абстрагування й узагальнення, вміння приймати рішення, доводити твердження і спростовувати їх. Проблема формування логічного мислення, як умови успішного навчання учнів школи, завжди була і сьогодні є актуальною.

Аналіз досліджень і публікацій. Вивчаючи літературні джерела ми встановили, що розвитку логічного мислення учнів на уроках математики присвячена велика кількість наукових праць психологів, педагогів, вчених-методистів вищої школи. Аналіз наукових праць показав, що незаперечним є той факт, який підтверджує гіпотезу щодо мислення дитини. Вчені доводять, що логічне мислення дитини розвивається і набуває значних змін саме у початкових класах і має послідовне продовження у старшій школі.

С. Рубінштейн, В. Давидов, А. Люблінська та інші в своїх дослідженнях вивчають питання наочно-дійового мислення учнів, розвиток образного та початкові форми абстрактного і творчого мислення. Теорію поетапного формування розумових дій винайшли та розробили П. Гатьперін і А. Тализіна

Метою даної роботи є аналіз методів виховання культури логічного мислення учнів та розкриття особливостей організації навчальної діяльності, які необхідні для формування логічного мислення учнів на уроках математики.

Виклад основного матеріалу. Виховання культури логічного мислення учнів є важливим завдання сучасної школи. Правильна організація навчального процесу, доцільний вибір методів і форм навчання на уроках математики створює всі необхідні умови для повного розвитку логічного мислення учнів. Особливо це важливо для учнів старшої школи, які повинні вміти використовувати міжпредметні зв’язки у нестандартних задачах. Розуміючи пряму залежність між розвитком логічного мислення та змістом і організацією навчання математиці, вчитель повинен створити такі умови навчання, які сприятимуть підвищенню ефективності засвоєння учнями математичних знань.

Вихованню культури логічного мислення учнів на уроках математики сприяє вивчення елементів математичної логіки. Введення в шкільний курс математики найпростіших елементів математичної логіки дає можливість учневі усвідомити структуру шкільного курсу математики її фундаментальні поняття: аксіома, доведення, теорема. Правильне розуміння учнями цих понять допомагає їм зрозуміти та правильно вибрати методи доведення теорем.

При вивченні шкільного курсу математики учні набувають навичок розв'язувати завдання будь-якої складності, проявляючи кмітливість та нестандартність свого мислення.. Мета кожного уроку математики – розвиток уміння міркувати й робити правильні висновки. При розв'язуванні математичних завдань учні мають можливість подумати над умовою і розв'язати дане завдання раціональним способом. Це викликає інтерес до математики. Обмірковуючи результат розв'язаного завдання, учень робить спроби сконструювати його логічно та обгрунтувати правильність розв'язаня [2, с. 50].

У процесі навчання математики в школі удосконалюється і здатність учнів формулювати думки і робити висновки. Уміння міркувати, обґрунтовувати, доводити те або інше положення більш менш упевнено і правильно теж проходить поступово і в результаті спеціальної організації навчальної діяльності. Розвиток мислення, вдосконалення розумових операцій, здібностей міркувати залежить від методів навчання [2, с. 74].

Одним із важливих завдань, яке стоїть перед вчителем математики- навчити учнів мислити логічно, тобто мислити послідовно, що є важливоим для їхнього подальшого успішного навчання та життя.

Для розвитку та формування логічного мислення вчителі використовують практичні, наочні, словесні, ігрові, проблемні та дослідницькі методи навчання.

Аналіз досліджуваних джерел показав, що при виборі методу навчання враховується:

- програмні завдання, що вирішуються на даному етапі;
- вікові та індивідуальні особливості дітей;
- вибір необхідних дидактичних засобів та ін.

Слід зазначити, що науковці приділяють велику увагу вибору методів і прийомів навчання та їх раціональному використанню у кожному конкретному випадку [4].

Як зазначають науковці, розвиток логічного мислення в учнів старшої школи, відбувається при розв'язуванні задач. Як показує власний досвід, в учнів старших класів одним з ефективних способів розвитку логічного мислення є розв'язання ними нестандартних завдань.

Поняття «нестандартне завдання» використовується багатьма методистами. Так, Ю. М. Колягін розкриває це поняття наступним чином: «Під нестандартним розуміється завдання, при розв’язанні якої учні не знають заздалегідь ні способу його рішення, ні того, на який навчальний матеріал спирається розв’язання» [5].

Нестандартні завдання є певним інструментом для формування та розвитку логічного мислення учнів на уроках математики. Такі завдання вимагають від учня уміння аналізувати, проводити доказові міркування, використовувати не лише готові алгоритми, але й самостійно знаходити нові способи розв’язання.   Розглянемо приклади нестандартиних задач для учнів старшої школи.

1. На поверхні невеликого ставка плаває один листок латаття, він постійно ділиться і займає все більшу площу. Таким чином, кожен день площа, яку займають ці водорості, збільшується в два рази. Через місяць вкритою виявляється вся поверхня ставка. За скільки часу покриється лататтям вся поверхню ставка, якщо спочатку на поверхні плаватимуть два листи латаття?

2. У качки є дві лапки. У качки, яка підігнула одну лапку, видно тільки одну лапку. У сидячої качки не видно жодної лапки. Коли Роман прийшов на берег озера, там було 33 качки. Він порахував усі лапки, які було видно. У нього вийшло 32 лапки. Скільки було качок, з підігнутою однією лапкою, якщо сидячих качок було вдвічі менше кількості «одно» і «двоногих» качок, узятих разом?

3. З 61 монети за 4 зважування відокремити фальшиву (вона тяжча, ніж інші).

4. Плитка шоколаду складається з 35 квадратиків (7×5). Шоколадку ламають по прямих, які ділять квадратики до тих пір, поки не одержать окремі 35 квадратиків. Скільки разів потрібно поділити шоколадку?

5. Серед трьох монет одна фальшива (вона легше, ніж дві інші однакової ваги). За допомогою одного зважування на терезах (без гир) знайти фальшиву монету.

6. Вчитель перевірив роботи трьох учнів – Олексієва, Василенка і Сергієнка, але не приніс у клас. Учням він сказав: «Один із вас отримав «3», другий – «4», а третій – «5». У Сергієнка не «5», у Василенка не «4», а у Олексієва, здається, «4». Коли принесли зошити, то виявилось, що вчитель тільки одному учневі сказав правильну оцінку, двом іншим – неправильну. Які оцінки отримали учні?

7. Яку найбільшу кількість слонів можна розташувати на шаховій дошці, щоб ані один із слонів не був під подвійною бійкою [5]?

Спираючись на аналіз теорії та практики використання нестандартних задач у навчанні математики, встановлена їх загальна та специфічна роль. Так. нестандартні завдання:

- вчать учнів використовувати не тільки готові алгоритми, а й самостійно знаходити нові способи розв'язування задач, тобто сприяють умінню знаходити оригінальні способи їх вирішення:
- впливають на розвиток кмітливості учнів: руйнують неправильні асоціації в знаннях і уміннях учнів, передбачають не стільки засвоєння алгоритмічних прийомів, скільки знаходження нових зв'язків у знаннях, перенесення знань у нові умови, оволодіння різноманітними прийомами розумової діяльності;
- створюють сприятливі умови для підвищення міцності та глибини знань учнів, забезпечують свідоме засвоєння математичних понять.

Для успішного навчання учнів розв'язувати нестандартні задачі вчителю необхідно виконувати низку умов:

- систематичне розв'язування завдань підвищеної складності на уроках математики;
- проведення позаурочної роботи з математики;
- забезпечення регулярності проведення всіх етапів математичних і евристичних олімпіад;
- системна та змістова підготовча робота перед проведенням олімпіад [1,3].

Проведення зазначених заходів є ефективним засобом не лише для учнів, але й для підвищення рівня професійної кваліфікації вчителів, оскільки під час підготовки учителю необхідно проводити велику підготовчу роботу: добирати та розв'язувати нестандартні завдання та задачі підвищеної складності: детально знайомити з різноманітними питаннями математики, з новинками математичної літератури для розширення кругозору учнів.

Висновки. В процесі вивчення математики у старшій школі удосконалюється здатність учнів формулювати думки і робити логічно завершені висновки. Уміння міркувати, обґрунтовувати, доводити те або інше положення більш менш упевнено і правильно формується поступово. У результаті спеціальної організації навчальної діяльності, яка передбачає використання сучасних інноваційних методів навчання, відбувається вдосконалення розумових операцій та закріплення математичних здібностей, подальший розвиток логічного мислення.

Ким би не мріяв стати учень, йому потрібно правильно і швидко міркувати, діяти організовано, ураховуючи обставини і наявні ресурси. Саме вміння самостійно і творчо мислити допоможе йому в цьому.

Під час розв'язування нестандартних задач учні оволодівають новими методами та прийомами, засвоюють нові математичні факти, які вони можуть використати під час розв'язування інших задач. Нестандартні задачі корисні тим, що не містять алгоритмічних підходів, потребують проведення аналізу, систематизації, висування гіпотез, стимулюють пізнавальні інтереси учнів, формують навички самостійної роботи, допомагають оволодіти дедуктивним методом.

.

Список використаних джерел

1. Липина И. О. Развитие логического мышления на уроках математики / И. О. Липина // Начальная школа. – 1999. – № 8. С. 37-39.
2. Петров Ю. А. Азбука логического мышления / Ю. А. Петров // М. : Изд- во МГУ, 1991. – 103 с.
3. Попова Т. Г. Развитие комбинаторно-логического мышления старшеклассников в условиях профильного обучения : автореф. дис. на соискание науч. степени канд. пед. наук : спец. 13.00.01 «Общая педагогика, история педагогики и образования» / Т. Г. Попова. // Улан-Удэ, 2011. – 24 с.
4. Терезин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. / Терезин Н.А. // М.: Просвещение, 1990. – 96 с.
5. Колягин Ю. М., Оганесян В. А. Учись решать задачи: Пособие для учащихся 7— 8 кл. — М.: Просвещение, 1980 — 96 с.

Анотація. Кулик Я. Розвиток логічного мислення старшокласників на уроках математики. *У роботі проаналізовано поняття «логічне мислення», наведені приклади нестандартних задач для учнів старших класів.*

Ключові слова: *логічне мислення, розвиток логічного мислення, формування логічного мислення, нестандартні задачі.*

Abstract. J. Kulik development of logical thinking of senior pupils in mathematics. *The paper analyzes the concept of "logical thinking", considered non-standard task as a tool of logical thinking classroom, are examples of non-standard tasks.*

Keywords: *logical thinking, develop logical thinking, the formation of logical thinking, innovative problem.*

Євгенія Кобзенко
Студентка 6 курсу, спеціальність «Математика»*
evgeniyakobzenko@gmail.com
Науковий керівник – В. Д. Погребний

ОСНОВНІ МЕТОДИ ДОВЕДЕННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

Розглянемо основні методи доведення алгебраїчних нерівностей. Треба мати на увазі, що ці методи не ізольовані і часто застосовуються у сукупності, на різних етапах доведення. Буває і так, що дана нерівність може бути доведена різними наборами методів. Методи доведення ми будемо ілюструвати на простих прикладах, щоб показати сутність методу.

- Використання означення нерівності.

Нехай треба довести, що A > B. Згадаємо, як вводиться поняття нерівності у школі: A > B означає, що A – B є величина додатна. Звідси і метод: складаємо різницю A – B, перетворюємо її і доводимо, що вона додатна, це і показує що A > B. Аналогічно для інших знаків нерівності.

<u>Приклади</u>:

1) $a, b, c \in R$. Довести, що $a^2+b^2+c^2+3 \geq 2(a+b+c)$.

Складаємо різницю A – B і перетворюємо її:

$$a^2+b^2+c^2+3-2(a+b+c)=(a^2-2a+1)+(b^2-2b+1)+$$
$$+(c^2-2c+1)=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 \geq 0.$$

Це і доводить нерівність.

2) $a, b \in R, a > 1, b < 1.$ Довести, що $(ab+1) < a+b$. Маємо:

$$(a+b)-(ab+1)=(a+b-ab-1)=(a-1)-b(a-1)=$$
$=(a-1)(1-b)$. Оскільки $a > 1$, то $a-1 > 1$; $b < 1,$то $1-b > 0$. Тоді $(a-1)(1-b) > 0$, що і вимагалось довести.

Звичайно, перетворення A – B і доведення її додатності може бути технічно складним. Але метод той же самий.

Треба звернути увагу учнів і студентів на одну логічну помилку. Пропонується перетворити шукану нерівність – перенести щось з однієї частини в іншу, помножити обидві частини нерівності на щось і т.д. Це груба логічна помилка. Нерівності A > B ще немає. Реально є два вирази A, B і гіпотеза, що A > B. Перетворювати те, чого немає, не можна. А складання різниці A – B – це реальна річ, і її перетворення теж.

$a^2+b^2 \geq 2ab$. Дійсно, $a^{2+}b^2-2ab=$Згадаємо, ще одну очевидну нерівність, яка часто використовується як допоміжна.

Нехай $a, b \in R$. Тоді

$$=(a-b)^2 \geq 0$$

Метод підсилення.

Він використовує транзитивність відношення порядку. Якщо треба довести, що A > B, то можна довести окремо, що A > C і C > B. Тоді отримуємо, що A > B. Цей метод використовується як допоміжний у «пакеті» методів для даної задачі. Приклад використання цього методу розглянемо на такій нерівності:

$a \in R, a \geq 0$. Довести, що $a^3 + 3a^2 + 15 > 13a$.

Розглянемо різницю і перетворимо її.

$$a^3 + 3a^2 - 13a + 15 = a^3 + 2a^2 + a + 5a^2 - 14a + 15 =$$
$$= a(a^2 - 2a + 1) + (5a^2 - 14a + 15) =$$
$$= a(a-1)^2 + (5a^2 - 14a + 15) \geq 5a^2 - 14a + 15,$$

Оскільки $a \geq 0, (a-1)^2 \geq 0$. Покажемо, що $5a^2 - 14a + 15 > 0$. Маємо квадратний тричлен, старший коефіцієнт якого $5 > 0$, дискримінант $D = (-14)^2 - 4 \cdot 15 \cdot 5 = 196 - 300 < 0$, тому $5a^2 - 14a + 15 > 0$ для всіх $a \geq 0$. В результаті отримуємо $a^3 + 3a^2 - 13a + 15 > 0$, отже $a^3 + 3a^2 + 15 > 13a$ для всіх $a \geq 0$.

- Метод математичної індукції.

Цей метод широковідомий і не потребує особливих понять. Застосовується, звичайно, там, де фігурує $n \in N$.

Приклад: $n \in N, n > 1$. Довести: $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}$.

1. Перевіримо при $n = 2$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} > \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Нерівність вірна при $n = 2$.

2. Припускаємо, що нерівність вірна при $n = k$:

$$s_k = \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \dots + \frac{1}{2k} > \frac{1}{2}.$$

3. Покажемо, що нерівність вірна при $n = k + 1$, тобто

$$s_{k+1} = \frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \dots + \frac{1}{2k+2} > \frac{1}{2}.$$

Розглянемо

$$s_{k+1} = s_k + \frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} - \frac{1}{k+1}.$$

За припущенням індукції $s_k > \frac{1}{2}$. Покажемо, що $\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} - \frac{1}{k+1} > 0$.

Дійсно,

$$\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} - \frac{2}{2k+2} = \frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+2} = \frac{2k+2-2k-1}{(2k+1)(2k+2)} = \frac{1}{(2k+1)(2k+2)} > 0.$$

Тому $s_k > \frac{1}{2}$, і, в силу припущення повної індукції, нерівність вірна для всіх $n \in N, n > 1$.

- Оцінка доданків в сумах і множників в добутках.

Доданки в сумах і множники в добутках оцінюються в потрібний бік так, щоб при додаванні (множенні) відбулись значні спрощення і можна було одержати потрібну нерівність.

Приклади:

1) Розглянемо ту ж нерівність:

$n \in N, n > 1$. Довести: $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} > \frac{1}{2}$.

В сумі $s_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$ найменшим доданком є $\frac{1}{2n}$. Замінивши всі доданки на $\frac{1}{2n}$, ми зменшимо суму. $S_n > \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n} + \cdots + \frac{1}{2n} = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$, $S_n > \frac{1}{2}$.

2) Довести, що $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots \cdot \frac{9999}{10000} < 0{,}01$..

Позначимо, $\mathrm{A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ldots \cdot \frac{9999}{10000}$. Оцінимо множники: $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}, \frac{3}{4} < \frac{4}{5}, \ldots, \frac{9997}{9998} < \frac{9998}{9999}, \frac{9999}{10000} < 1$. Позначимо $\mathrm{B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \ldots \cdot 1$. Очевидно, $\mathrm{A} < \mathrm{B}$, тоді $\mathrm{A}^2 < \mathrm{AB} = \frac{1}{10000}$. Оскільки, $\mathrm{A} > 0$, то $\mathrm{A} < \frac{1}{100.}$

- Перетворення і оцінка доданків у сумах і множників у добутках.

Цей метод є розвитком попереднього. Перед оцінкою роблять перетворення. Наприклад, доданки оцінюються за допомогою різниць, так щоб при додаванні залишились лише перший і останній доданки, або одержалась сума, яку легко обчислити чи оцінити.

Приклад.

$n \in N, n > 1$. Довести, що $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 1$.

Розглянемо в сумі $S_n = \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$, загальний доданок a_k і оцінимо його після перетворення.

$$a_k = \frac{1}{k^2} = \frac{1}{k \cdot k} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$$

Надаючи k значень 2,3,4,…,n одержуємо:

$$\frac{1}{2^2} < 1 - \frac{1}{2}$$
$$\frac{1}{3^2} < 1 - \frac{1}{3}$$
$$\frac{1}{n^2} < 1 - \frac{1}{n}$$

Тоді $S_n < \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) = 1 - \frac{1}{n} < 1$.

- Комбінація завідомо вірних нерівностей.

Вірні нерівності додають чи перемножають і одержують потрібну нерівність.

Приклад. $a, b, c \in R, a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$. Довести, що

$$(a+b)(a+c)(b+c) \geq 8abc.$$

Оскільки при таких значеннях a, b, c буде

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}, a + c \geq 2\sqrt{ac}, b + c \geq 2\sqrt{bc},$$

бо $a + b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \geq 0$ і т.д., перемножуючи ці нерівності, маємо: $(a + b)(a + c)(b + c) \geq 2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{ac} \cdot 2\sqrt{bc} = 8abc$.

- Метод спеціальної підстановки значень.

В завідомо вірній нерівності надають змінних деяких допустимих значень і одержують шукану нерівність, або ту, що потрібна для подальших міркувань.

<u>Приклад</u>.

Відомо, що при $a, b \in R, a \geq 0, b \geq 0$, буде $a + b \geq \sqrt{ab}$. Покладемо $a = \frac{\alpha}{\beta}, b = \frac{\beta}{\alpha}$, де $\alpha, \beta \in R, \alpha, \beta$ одного знаку.

Маємо: $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \geq 2\sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\beta}{\alpha}}$, тобто $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \geq 2$ при $\alpha\beta > 0$.

- Розгляд нерівності на різних проміжках значень змінних з окремим дослідженням.

<u>Приклад.</u>

$a \in R$. Довести, що $a^{12} - a^9 + a^4 - a + 1 > 0$

Розглянемо окремі проміжки значень a.

1. $a \geq 1$. Тоді $a^{12} \geq a^9, a^4 \geq a$, отже $(a^{12} - a^9) + (a^4 - a) + 1 > 0$.
2. $a \leq 0$. Тоді $-a^9 \geq 0, -a \geq 0$, отже $a^{12} + (-a^9) + a^4 + (-a) + 1 > 0$.
3. $0 < a < 1$. Маємо: $a^{12} + a^4(1 - a^5) + (1 - a)$, $1 - a^5 > 0$, $1 - a > 0$.

Тоді $a^{12} - a^9 + a^4 - a + 1 > 0$.

- Використання монотонності і локальних екстремумів функцій.

<u>Приклад.</u>

$a \in R$. Довести, що $2a^2 - a^4 \leq 1$.

Розглянемо функцію $f(x) = 2x^2 - x^4$ і дослідимо її на екстремум,

$f'(x) = 4x - 4x^3, f'(x) = 0, 4x(1 - x^2), x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1,$

f"(x)=4-12x^2, f"(0)=4>0, f"$(\pm 1) = -8 < 0$. В точці $x = \pm 1 -$ локальний максимум. $f_{max} = f(\pm 1) = 2 - 1 = 1$.

$f'(x) = 4x(1 - x)(1 + x) = -4x(x + 1)(x - 1)$. Вияснимо характер монотонності функції. Розв'яжемо нерівність $-x(x + 1)(x - 1) > 0$

Проміжок	$(-\infty; -1)$	(-1;0)	(0;1)	(1;+ ∞)
Знак $f(x)$	+	-	+	-

Функція зростає при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$, спадає при $x \in (-1; 0) \cup (1; +\infty)$, $f(\pm 1) = 1$. Отже, $f(x) \leq 1, x \in R$ і вказану нерівність доведено.

- Порівняння степенів лівої і правої частин нерівності.

В деяких випадках зручніше порівнювати не A та B, а A^nта B^n. Тоді розглядається $A^n - B^n$ замість $A - B$. Цей метод використовує властивість нерівностей, що $A > B \geq 0$ тоді і тільки тоді, коли $A^n > B^n, n \in N$. Особливо це зручно в ірраціональних нерівностях.

Приклад.

$a, b \in R, a > b > 0, n \in N, n > 1.$ Довести, що $\sqrt[n]{a-b} > \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}.$

Оскільки $a > b,$ то $a = b + c > 0.$ Треба довести, що $\sqrt[n]{c} > \sqrt[n]{b+c} - \sqrt[n]{b},$ тобто $\sqrt[n]{b+\mathrm{c}} > \sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}.$ Порівнюємо n-степені виразів $\left(\sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}\right)^n - \sqrt[n]{b+\mathrm{c}} = \left(\sqrt[n]{b}\right)^n + n\left(\sqrt[n]{b}\right)^n + \sqrt[n]{c} + \cdots + (\sqrt[n]{c})^n - (\sqrt[n]{b+\mathrm{c}})^n = (b+c) + \alpha - (b+c) = \alpha > 0, \alpha -$сума деякіх доданків у розкладі бінома Ньютона, які додатні. Отже, нерівність доведено.

- Метод зрівнювання показників.

Приклад.

Яке число більше:3^{30}чи 2^{45}?

$30 = 2 \cdot 15, 45 = 3 \cdot 15.$ Маємо $3^{30} = 3^{2^{15}} = 9^{15}, 2^{45} = 2^{3^{15}} = 8^{15}.$

Оскільки $9^{15} > 8^{15},$ то $3^{30} > 2^{45}.$

Далі ми розглянемо нерівності, які важливі самі по собі, а також є окремими при доведенні інших нерівностей.

1. Сума додатних взаємо-обернених величин.

Нехай $a \in R, a > 0.$ Тоді $a + \frac{1}{a} \geq 2.$ Дійсно, застосуємо метод використання означення нерівності. Розглянемо різницю

$(a + \frac{1}{a}) - 2 = \frac{a^2 - 2a + 1}{a} = \frac{(a-1)^2}{a} \geq 0.$

Отже, $a + \frac{1}{a} \geq 2.$ Зрозуміло, що $a + \frac{1}{a} = 2$ тоді і тільки тоді, коли $a = 1,$ тобто $a = \frac{1}{a}.$ Аналогічно, при $a < 0,$ $a + \frac{1}{a} \leq -2.$

2. Нерівність Якоба Бернуллі.

Нехай $n \in N_0, \lambda \in R, \lambda \geq -1,$ тоді $(1 + \lambda)^n \geq 1 + n\lambda.$

Застосуємо метод метод математичної індукції.

1.$n = 0, (1 + \lambda)^0 = 1, 1 + 0\lambda = 1, 1 \geq 1.$ Твердження вірне.

2. Припустимо,що нерівність вірна при $n = k$: $(1 + \lambda)^k \geq 1 + k\lambda.$

3. Покажемо, що нерівність вірна при $n = k + 1,$ тобто $(1 + \lambda)^{k+1} \geq 1 + (k + 1)\lambda.$ Використаємо припущення індукції. Вірну нерівність $(1 + \lambda)^k \geq 1 + k\lambda$ помножимо на $1 + \lambda \geq 0.$ Одержимо вірну нерівність$(1 + \lambda)^{k+1} \geq (1 + k\lambda)(1 + \lambda).$ Як допоміжний, застосуємо метод посилення. Покажемо, що $(1 + k\lambda)(1 + \lambda) \geq 1 + (k + 1)\lambda.$ Розглянемо

різницю $(1+k\lambda)(1+\lambda)-(1+(k+1)\lambda)=1+\lambda+k\lambda+k\lambda^2-1-k\lambda-\lambda=k\lambda^2\geq 0$. Отже, $(1+\lambda)^{k+1}\geq 1+(k+1)\lambda$, нерівність вірна при $n=k+1$, що й вимагалось довести.

Ця нерівність часто застосовується у звуженому варіанті: $n\in N, n>1, \lambda\in R, \lambda>0$. Тоді $(1+\lambda)^n\geq 1+n\lambda$.

3. Нерівність для факторіалів

$n\in N, n>2$. Тоді $n!=2\cdot 3\cdot \dots n, 2^{n-1}=2\cdot 2\cdot \dots\cdot 2.2\geq 2$, $3>2,\dots,n>2$. Перемножимо ці нерівності (комбінація вірних нерівностей), отримуємо потрібну нерівність. Можна було б застосувати і метод математичної індукції.

4. Нерівність для величин, обернених до факторіалів.

$n\in N_0$. *Тоді* $\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}=\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\dots+\frac{1}{n!}<3$.

При $n=1, n=2$ нерівність, очевидно, виконується. При $n>2$ застосуємо нерівність для факторіалів. З неї маємо: $\frac{1}{k!}<\frac{1}{2^{k-1}}$ при $k>2$.

Тоді

$$\frac{1}{0!}+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\dots+\frac{1}{n!}<2+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\dots+\frac{1}{2^{n-1}}=2+\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^{n-1}})}{1-\frac{1}{2}}=3-\frac{1}{2^{n-1}}<3.$$

5. Біноміальна нерівність.

$n\in N$. Тоді $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<3$

При $n=1, n=2$ нерівність вірна. Нехай $n>2$. Застосуємо формулу бінома Ньютона. $(1+\frac{1}{n})^n=1+n\cdot\frac{1}{n}+\dots+C_n^k\frac{1}{n^k}+\dots+\frac{1}{n^n}$.

$$C_n^k=\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-(k-1))}{k!}<\frac{n^k}{k!}$$

По пункту 3: $\frac{1}{k!}<\frac{1}{2^{k-1}}$. Тоді $C_n^k\cdot\frac{1}{n^k}<\frac{n^k}{k!}$. Отримуємо:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n<1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2^{n-1}}=2+\frac{\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^{n-1}})}{1-\frac{1}{2}}=3-\frac{1}{2^{n-1}}<3.$$

6. Середні величини.

Оскільки далі ми встановимо деякі нерівності для середніх величин, то нагадаємо про деякі середні для даних величин. Середніх величин у сучасній математиці відомо багато. Розглянемо лише деякі.

1) Середнє арифметичне. Нехай $a_1,a_2,\dots,a_n\in R$. Їх середнє арифметичне є $A(a_1,a_2,\dots,a_n)=\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n}$

2) Середнє геометричне. $a_1,a_2,\dots,a_n\in R, a_n\geq 0, k=1,2,\dots,n$.

$$C_г(a_1,a_2,\dots,a_n)=\sqrt[n]{a_1a_2\dots a_n}$$

3) Середнє гармонічне. $a_1,a_2,\dots,a_n\in R, a_n>0, k=1,2,\dots,n$.

$$H(a_1,a_2,\dots,a_n)=\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\dots+\frac{1}{a_n}}$$

4) Середнє квадратичне $a_1,a_2,\dots,a_n\in R$

$$Q(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$$

Перш ніж розглянути знамениту нерівність Коші, доведемо одну нерівність, важливу і саму по собі.

7. Нерівність для суми величин, добуток яких рівний 1.

Нехай $a_1, a_2, \dots, a_n \in R, a_n > 0, k = 1,2, \dots, n; a_1 a_2 \dots a_n = 1.$

Тоді $a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n.$

Можливі два і тільки два випадки:

1) Всі $a_k = 1.$ Тоді $a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{1+1+\dots+1}{n} = n \geq n$ і нерівність виконується.

2) Існує $a_i > 1.$ Тоді також існує $a_j < 1.$ Застосуємо метод математичної індукції.

1. $n = 2, a_1 a_2 = 1.$ Отже, $a_2 = \frac{1}{a_1}.$ Тоді $a_1 + a_2 = a_1 + \frac{1}{a_1} \geq 2$ по нерівності з пункту 1 твердження вірне.

2. Припустимо, що нерівність виконується при $n = k$:

якщо $a_1 a_2 \dots a_k = 1,$ то $a_1 + a_2 + \dots + a_k \geq k.$

3. Покажемо, що нерівність виконується при $n = k + 1.$

Маємо: $a_1 a_2 \dots a_k a_{k+1} = 1,\ a_i > 0.$ Треба довести, що $a_1 + a_2 + \dots + a_k + a_{k+1} \geq k + 1.$ Щоб використати припущення індукції, треба k величин. Розглянемо величини: $a_1' = a_1, \dots, a_{k-1}' = a_{k-1}, a_k' = a_k a_{k+1}$

$a_1' a_2' a_3' \dots a_k' = (a_1 a_2 \dots a_{k-1})(a_k a_{k+1}) = 1$ за умовою. За припущенням індукції $a_1' + a_2' + a_3' + \dots + a_k' \geq k.$ Розглянемо $a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + a_k + a_{k+1} = ((a_1 + \dots + a_{k-1} + a_k a_{k+1}) + (a_k + a_{k+1} - a_k a_{k+1}) = (a_1' + \dots + a_k') + 1 + (a_k + a_{k+1} - a_k a_{k+1} - 1).$ Серед величин $a_1, a_2, \dots, a_k, a_{k+1}$ повинна бути більша одиниці і менша одиниці. Нехай, наприклад, $a_k > 1,\ a_{k+1} < 1.$

Тоді $a_1 + \dots + a_{k-1} + a_k + a_{k+1} \geq (k + 1) + (a_k + a_{k+1} - a_k a_{k+1} - 1).$ Розглянемо $a_k + a_{k+1} - a_k a_{k+1} - 1 = (a_k - 1) + (a_{k+1} - a_k a_{k+1}) = (a_k - 1) + a_{k+1}(1 - a_k) = (a_k - 1)(1 - a_{k+1}) > 0.$ Тоді $a_1 + \dots + a_k + a_{k+1} \geq k + 1$ і твердження доведено.

8. Нерівність Коші для середнього арифметичного і середнього геометричного.

$A(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq C_г(a_1, a_2, \dots, a_n),$ тобто $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n},$ $a_k > 0.$

Розглянемо нерівність пункту 7 для величин $b_1, b_2, \dots, b_n.$

$b_k = \frac{a_k}{C_г}, C_г = \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}, {C_г}^n = a_1 a_2 \dots a_n > 0$

$b_1, b_2, \dots, b_n = \frac{a_1}{C_г} \cdot \frac{a_2}{C_г} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{C_г} = \frac{a_1 a_2 \dots a_n}{{C_г}^n} = 1,$ Тоді $b_1 + b_2 + \dots + b_n \geq n.$

Маємо: $\frac{a_1}{C_г} + \frac{a_2}{C_г} + \dots + \frac{a_n}{C_г} \geq n,$ звідси $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq C_г = \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}.$

Оскільки при наявності серед $a_1, a_2, \dots, a_n$ нулів, $\mathrm{A} \geq 0, C_{\text{г}} = 0,$ то нерівність Коші вірна і для випадку $a_k \geq 0$. З нерівності пункта 7 маємо, що $\mathrm{A} = C_{\text{г}}$ тоді і тільки тоді , коли $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

9. Нерівність для середнього геометричного і середнього гармонічного.

Нехай $a_1, a_2, \dots, a_n \in R, a_k > 0.$ Тоді $H(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq C_{\text{г}}(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Дійсно, розглянемо величини $b_k = \frac{1}{a_k} > 0$. По нерівності Коші, $\sqrt[n]{b_1 b_2 \dots b_n} \leq \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{n}$. Одержуємо $\sqrt[n]{\frac{1}{a_1} \cdot \frac{1}{a_2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{a_n}} \leq \frac{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}{n}$.

Звідси $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$.

10. Нерівність для середнього арифметичного і середнього квадратичного

$a_1, a_2, \dots, a_n \in R$. Тоді $Q(a_1, a_2, \dots, a_n) \geq A(a_1, a_2, \dots, a_n),$ тобто $\sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}} \geq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.

Якщо $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq 0,$ то нерівність вірна. Нехай $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} > 0$. Доведем нерівність $Q^2 \geq A^2$ з якої і буде випливати шукана. Розглянемо різницю $Q^2 - A^2 = \frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n} - \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2}{n^2} = \frac{1}{n^2}(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 - a_1^2 - a_2^2 - \dots - a_n^2 - 2a_1 a_2 - \dots + 2a_{n-1} a_n) = \frac{1}{n^2}((n-1)a_1^2 + \dots + (n-1)a_n^2 - 2a_1 a_2 - \dots + 2a_{n-1} a_n = \frac{1}{n^2}(a_1^2 - 2a_1 a_2 + a_2^2) + \dots + (a_{n-1}^2 - 2a_{n-1} a_n + a_n^2) = \frac{1}{n^2}((a_1 - a_2)^2 + \dots + (a_{n-1} - a_n)^2) \geq 0.$

Отже, вказана нерівність вірна .

Таким чином $H \leq G \leq A \leq Q$.

11. Оцінка відношень двох середніх арифметичних.

Нехай $a_1, a_2, \dots, a_n \in R; b_1, b_2, \dots, b_n \in R, b_k > 0$. Тоді $\frac{\mathrm{A}(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\mathrm{A}(b_1, b_2, \dots, b_n)}$ лежить між $min\ \frac{a_k}{b_k}$ та $max\,\frac{a_k}{b_k}$.

Дійсно, $\frac{\mathrm{A}(a_1, a_2, \dots, a_n)}{\mathrm{A}(b_1, b_2, \dots, b_n)} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}$. Позначимо $m = \min \frac{a_k}{b_k}, M = max\,\frac{a_k}{b_k}$, $k = 1, 2, \dots, n$. Маємо: $m\, b_k \leq a_k \leq\ M b_k$

Складаємо ці нерівності. $m(b_1 + b_2 + \dots + b_n) \leq (a_1 + a_2 + \dots + a_n) \leq\ M(b_1 + b_2 + \dots + b_n)$, розділивши на $(b_1 + b_2 + \dots + b_n) > 0$, отримаємо шукану нерівність. Рівність буде тоді і тільки тоді, коли $\frac{a_k}{b_k} = const$.

Список використаних джерел

1. Болтянський В. Г., Леман А. А. и др.. Сборник задач Московских математических олимпиад. – М: Просвещение, 1965. – 384 с.
2. Вишенський В. А., Ядренко М. Й. Вибрані математичні задачі. – К.: Вища школа, 1974. – 108 с.
3. Дынкин Е. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л., Толпыго А. К. Математические задачи. – М.: Наука, 1966 – 89 с.
4. Морозова Е. А., Петраков И. С., Скворцов В. А. Международные Математические олимпиады. – М.: Просвещение, 1971. – 254 с.
5. Сергеев И. Н. и др. Зарубежные математические олимпиады. – М.: Наука, 1987. – 416 с.
6. Сивашинский И. Х. Задачник по элементарной математике. – М.: Наука, 1966. – 513 с.
7. Сивашинский И. Х. Теоремы и задачи по алгебре и элементарным функциям. – М. : Наука, 1971. – 386 с.
8. Федак І. В. Методи розв'язування олімпіад них задач з математики. – Чернівці: Зелена Буковина, 2002. – 340 с.
9. Шклярский Д. О., Ченцов Н. Н., Яглом И. М. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра. – М.: Наука, 1965. – 456 с.

Анотація. Кобзенко Є. Основні методи доведення алгебраїчніх нерівностей. У статті зроблено огляд основних методів доведення алгебраїчних нерівностей. Сутність методів проілюстровано на прикладах. Розглянуто нерівності, які важливі самі по собі, а також є окремими при доведенні інших нерівностей.

Ключові слова: *нерівність,алгебраїчні нерівності, методи доведення, розв'язання.*

Abstract. Kobzenko E. Basic methods of of algebraic inequalities. The article reviews the main methods of proof algebraic inequalities. The method is illustrated by examples. Considered the inequality that are important in themselves, and are separate in the proof of other inequalities.

Keywords*: inequality, inequality algebraic methods of proof solution.*

Інна Левченко
Студентка 5 курсу, спеціальність «Математика»*
0501761224@mail.ru
Науковий керівник – О.С. Чашечникова

МЕТОД ПРОЕКТІВ ЯК ОДИН ІЗ ШЛЯХІВ РОЗВИТКУ ТВОРЧОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ В ОСНОВНІЙ ШКОЛІ

Стрімкі зміни у сферах життя постіндустріального суспільства вимагають від сучасної людини уміння самостійно та нестандартно мислити, прогнозувати результати, виявляти творчий підхід у будь-якій діяльності. Щоб долати труднощі, знаходити інноваційні шляхи вирішення проблем, бути успішною, людина повинна активізувати свій творчий потенціал, свою креативність.

Наш час – це час суттєвих змін у науці, освіті, інформаційному середовищі, техніці. Одним з головних завдань школи є навчити учнів вчитися, на базі отриманих знань здобувати нові знання самостійно.

На сьогодні проблема феномена творчості та його природи, формування та прояву творчих здібностей присвячено багато досліджень. Вивченням поняття «творчого мислення» займалися як зарубіжні (Дж. Гілфорд [5], Е. Торренс, К. Роджерс, А. Маслоу [8], Ф. Баррон, Р. Мей [9], Т. Амабайл, Е. де Боно, Е. Фромм, Т. Рібо, К. Юнг, М. Волах, Г. Айзек) так і вітчизняні (Я. Пономарьов [10], Д. Богоявленська [1], С. Рубінштейн [11], В. Вишнякова [3], Б. Теплов [12]) вчені у різні роки .

Аналізуючи праці цих учених, можна дійти висновку, що *творче мислення* – це процес створення принципово нових рішень проблемної ситуації, що приводить до нових ідей і відкриттів.

Розвиток творчого мислення учнів у процесі навчання – це формування і вдосконалення всіх видів, форм та операцій мислення, вироблення навичок та вмінь для застосування законів мислення в пізнавальній діяльності, а також умінь здійснювати перенос прийомів мислительної діяльності з однієї галузі знань в іншу. Розвиток мислення – це не лише зміна видів і форм мислення, а їх вдосконалення в ході засвоєння все більш абстрактної й узагальненої інформації [12].

Для розвитку творчих здібностей учнів роботу пропонують організовувати роботу за трьома напрямками [7, с. 74 – 80]:

– *правильне формулювання цільової настанови.* Вчитель має зазначати ті факти, що підлягають засвоєнню; давати загальне уявлення про тему, що вивчається; звертати увагу на новизну матеріалу; приділяти увагу критичному ставленню до матеріалу підручника, прогнозувати;

– *активізація контролю за сприйняттям* (незрозуміле, суперечливе, неправильне);

– підвищення темпу уявних операцій, звернення уваги на глибину та чіткість їх усвідомлення, на зорове уявлення фактів, виділення головного, прогнозування прочитаного, установлення причинно-наслідкових зв'язків.

Процес формування та розвитку творчих здібностей учня складний і довготривалий. Він вимагає вмілого застосування різних методів, форм та засобів роботи (про це, зокрема, йдеться у [14]).

Розвивати творчі здібності, творче мислення учнів необхідно цілеспрямовано і систематично, використовуючи різні форми організації навчального процесу. Окрім традиційного уроку це можуть бути уроки у вигляді семінару, гри, змагання, інтегровані уроки [2].

Автори [2; 4] зазначають, що технологія розвитку креативного мислення передбачає формування творчих здібностей через використання різних методів роботи: метод проблемного навчання, метод проектного навчання, інтерактивні методи (робота в парах, ротаційні трійки, «Карусель», «Акваріум», робота в малих групах і т.д), розв'язування нестандартних задач, використання різних форм діяльності.

Зазначають, що для розвитку креативності учнів доцільно використовувати: математичні розвиваючі ігри («Математичне лото», «Зачаровані приклади» і т.д.), ребуси, кросворди, логічні завдання, задачі-загадки, задачі з надлишковими даними і т.д. [2]

Серед вище зазначених методів роботи, які стимулюють учнів до самостійного «відкриття» нових знань, до прояву творчості, ефективним вважають метод проектів. В його основі лежить самостійне дослідження учнями певної проблеми, що передбачає їх високий рівень їх творчої активності.

Метод проектів не є принципово новим у світовій педагогіці. Він зародився в США у 20-х роках XX століття. Один з основоположників цього методу, американський учений Дж.Дьюї, пов'язував метод проектів з доцільною практичною діяльністю учнів, що погоджується з їхнім особистим інтересом [6, с.27]. Паралельно з американськими педагогами розвитком проектного навчання в нашій країні займались П. Блонський, М. Дементієвська, А. Макаренко, Н. Морзе, С. Шацький, В. Шульгін та ін. Видатний російський педагог П. Каптерєв вважав, що проектне навчання спрямоване на всебічне тренування розуму та розвиток творчого мислення [12, с. 33].

Однією з головних особливостей проектної діяльності є орієнтація на досягнення конкретної практичної мети — наочне представлення результату.

Для успішної реалізації технології проектного навчання необхідно дотримуватись ряду вимог [6, с. 56 – 63]:

1) вчитель має створити проблемну ситуацію, яка дозволить учням самостійно сформулювати актуальну і цікаву тему для вивчення;

2) вчитель має допомогти розподілити підтеми по групах, ролі та функції в групах;

3) робота над проектом має відбуватися самостійно чи в групах, в той час як учитель має лише підтримувати й заохочувати різносторонній пошук інформації учнями і використання ними різних методів дослідження;

4) обов'язковим кінцевим етапом роботи є оформлення результатів, підведення підсумків та їх презентація.

Використання методу проектів на уроках математики сприяє формуванню у школярів навичок самостійної діяльності, застосування ними знань у нестандартних ситуаціях, виробленню навичок здійснювати науково-дослідну роботу, наполегливості, цілеспрямованості, комунікативності, відповідальності учнів.

Розглянемо застосування методу проектного навчання з метою формування творчого мислення на прикладі вивчення теми «Правильні многокутники».

Реалізація проекту має здійснюватися поетапно. Більшість авторів описують схожі етапи проектної діяльності, хоча називають їх дещо по-різному. [6], [12]

Постановка задачі та проблеми. Будь–яка торча діяльність, як правило, починається саме із проблеми. Найчастіше проблемна ситуація створюється на початку створення проекту і стає основою до всього проекту. Проблема може іти від самої дитини (провівши анкетування вчитель може дізнатися, які проблеми важливі для учнів), а може ставитися вчителем, тобто вчитель має створити таку ситуацію, яка б показала зацікавленість школярів даною проблемою.

Так як досить часто в учнів виникає питання про необхідність вивчення тієї чи іншої теми у шкільному курсі математики (про це свідчить й аналіз власного досвіду роботи в ході педагогічної практики), то доцільно проблемним аспектом створення даного проекту вважати визначення прикладної спрямованості вивчення даної теми.

Проблемні завдання для учнів розглядаються нами як поштовх для розвитку творчого мислення, реалізації його потенціалу. Крім того одним з головних завдань є самостійна навчально-пошукова діяльність школярів.

Організаційний етап. На даному етапі першим кроком є визначення теми та мети проекту. Тема проекту повинна відображати його основну мету. Важливо, що при розробці проекту повинна спочатку виникнути проблема, а потім визначають тему проекту [6].

Мета обраного нами проекту - закріпити знання та вміння учнів з теми «Правильні многокутники», естетичне виховання (ознайомити їх з різноманітністю архітектурних пам'яток, витворів мистецтва, цікавими фактами про правильні многокутники); розвивати креативне та логічне мислення, вміння робити висновки та аналізувати; формувати в учнів навички дослідницької діяльності.

Наступним, досить важливим кроком організаційного етапу, є формування творчих груп, розподіл ролей у групі за видом діяльності або за підзадачами, поставленими перед учнями. Під час обговорення основної ідеї майбутнього проекту визначаються цілі та завдання для кожної сформованої групи; відбувається обговорення стратегії досягнення поставлених цілей і уточнення тем та плану роботи над конкретною частиною проекту.

Під час роботи над даним проектом клас ділиться на чотири групи («історики», «біологи», «архітектори» та «дизайнери»), кожна з яких отримує своє завдання:

– група *«історики»* досліджують історію правильних многокутників, стародавні пам’ятки архітектури та сучасність;
– група *«архітектори»* досліджують паркети музеїв, картинних галерей, орнаменти лінолеумів на наявність в них правильних многокутників, створюють власну розробку паркету для класної кімнати;
– група *«біологи»* мають з’ясувати особливості будови бджолиних сот;
– група *«дизайнери»* створює буклет «Многокутники довкола нас».

Кожен учасник проекту несе відповідальність за результат своєї частини роботи як складової результату роботи над проектом в цілому. Таким чином використання методу проектів сприяє не лише розвитку складових творчого мислення учнів, а й виховуванню почуття відповідальності за результат своєї праці, формує комунікативні здібності учнів.

Робота над проектом. Ретельно розроблені завдання для кожної групи учнів надають змогу вчителеві математики не втручатися в роботу групи, виконуючи функції консультанта або учасника проекту на рівних умовах з вихованцями.

На даному етапі передбачається інтенсивний обмін інформацією, думками, отриманими результатами. Робота над проектом створює для вчителя можливості формувати нові стосунки з учнями в атмосфері співробітництва й співтворчості, що дає змогу школярам не тільки побачити рівноправного учасника, а й усвідомити свої права і, що важливо, відповідальність.

Більш детально розглянемо реалізацію даного етапу проекту на прикладі виконання завдань поставлених перед групою «архітекторів».

Перед учнями було поставлено завдання підготувати повідомлення про використання правильних многокутників в орнаментах архітектурних споруд. Зокрема, воно може містити таку інформацію: правильні многокутники відомі дуже давно. Як показують археологічні розкопки, орнаменти з використанням рівносторонніх трикутників та квадратів були поширені більше 25000 років тому. На території Пакистану розкопали місто, якому 5500 років. На стіні одного з палаців знайшли три плитки у вигляді правильних шестикутників. В єгипетських і вавілонських старовинних пам’ятниках зустрічаються правильні чотирикутники і восьмикутники у вигляді зображень і прикрас з каменя. Це є свідченням того, що ще в давнину архітектори використовували правильні многокутники [15].

У середні віки паркет вже став розповсюдженим в нових будинках, замках, палацах. У XII столітті популярним способом укладання паркету став так званий метод «укладки дубовою цеглою». Подібні технології використовувалися на Русі (храм Василя Блаженного, Донський монастир в Москві, Дмитрівський собор у Володимирі).

Однією з головних, визначних пам’яток є художній набірний паркет, створений руками російських кріпаків під керівництвом «дерев’яних справ майстра» Івана Семеновича Мочаліна на межі XVIII-XIX ст. Художній паркет палацу увійшов в історію як унікальний пам’ятник декоративного та інтер’єрного мистецтва.

Історія паркету в Україні почалася з XVI століття, коли широко поширилася технологія настилу підлоги з дубових клепок, що укладалися малюнком, який і носить назву «в ялинку». Прикладом архітектурних споруд, в орнаменті паркету яких зустрічаються правильні многокутники, є Львівська галерея мистецтв, Музей історичних коштовностей в Києві, Палац Потоцьких та Оперний театр у Львові, Палац гетьмана Кирила Розумовського в м. Батурин Сумської області, Львівський національний академічний театр опери та балету імені Соломії Крушельницької, Маріїнський та Кловський палаци у Києві.

У XIX столітті паркет став найпоширенішим типом покриття, що використовувалося в житлових приміщеннях і в цей час різко зріс об'єм його промислового виробництва. Паркет в художньому виконанні став досить рідкісним і вкладався в основному в представницьких будівлях [15].

Крім пошуку, аналізу та систематизації інформації про використання правильних многокутників у орнаментах паркетів музеїв, галерей і т.д перед учнями було поставлено завдання розробити власний малюнок паркету для класної кімнати. Саме паркет є найяскравішим прикладом практичного застосування правильних многокутників. Паркетом називають покриття площини правильними многокутниками, при якому два многокутники мають або спільну сторону або спільну вершину, або зовсім не мають спільних точок.

Для створення правильного орнаменту паркету учні, в першу чергу, мають визначити, якого виду многокутники можна використати в його дизайні таким чином, щоб заповнити всю площу підлоги, не залишаючи проміжків. Щоб відповісти на дане запитання, потрібно пригадати, що сума кутів при кожній точці дорівнює 360°.

Найпростішим є орнамент паркету, в рисунку якого використовуються лише подібні правильні многокутники, тобто градусна міра внутрішнього кута правильного многокутника визначається числом, що є дільником 360. Це може бути 120° (правильний шестикутник), 90° (квадрат), 60° (правильний трикутник). У цьому випадку рисунок паркету є комбінацію правильних (можливо різнокольорових) трикутників *(рис.1)*, квадратів *(рис.2)*, чи правильних шестикутників *(рис.3)*.

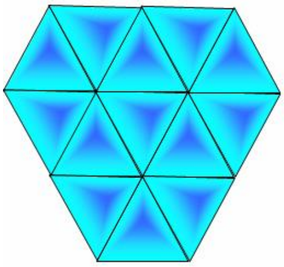


Рис. 1. Орнамент паркету з правильних трикутників

Рис.2. Орнамент паркету з квадратів

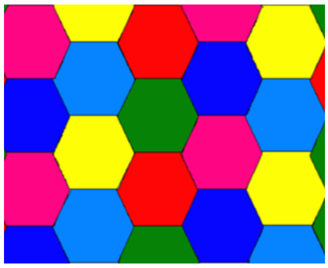


Рис.3 Орнамент паркету з правильних шестикутників

Паркет, який складається з правильних многокутників одного виду, називають правильним [15, с.297].

Якщо для створення правильного паркету можна використовувати лише правильні трикутники, квадрати чи правильні шестикутники, тоді закономірно виникає питання чи можна заповнити площину правильними многокутниками різних видів?

Очевидно, що відповідь на це запитання є позитивною. Щоб площина була заповненою, необхідно, щоб сума кутів при вершині дорівнювала 360°. Тому так звана «вершина» паркету може бути вершиною не менше 3 і не більше 6 многокутників. Це пояснюється тим, що якщо в одній вершині «сходяться» два многокутника, то внутрішній кут одного з них повинен бути більше 180°, а це неможливо.

Аналогічно, якщо припустити, що в одній вершині «сходяться» сім многокутників, то у одного з них внутрішній кут повинен бути менше 60°. А це також неможливо, так як найменший кут (60°) серед правильних многокутників має трикутник. У такому випадку кількість розв’язків достатньо велика (*рис. 4-6*).

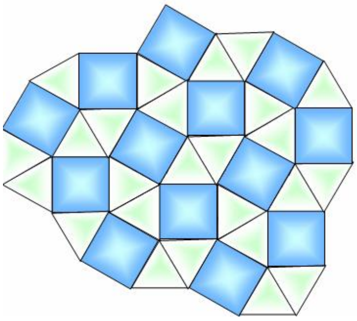


Рис. 4. Орнамент паркету з правильних трикутників та квадратів

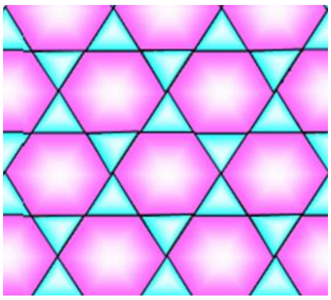


Рис.5. Орнамент паркету з трикутників та шестикутників

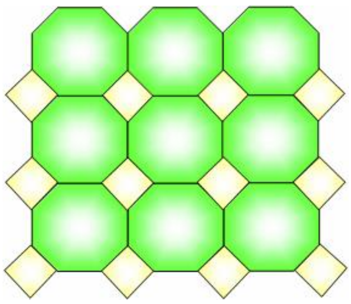


Рис.6. Орнамент паркету з правильних восьмикутників та квадратів

Такий паркет називається напівправильним і є комбінацію різнокольорових правильних многокутників [15].

Розглянемо варіанти створення паркету одним з елементів орнаменту якого є правильний дванадцятикутник. Використовуючи формулу визначення величини внутрішнього кута правильного многокутника маємо, що градусна міра кута правильного восьмикутника дорівнює 150°, тоді для створення паркету можливі комбінації з правильних дванадцятикутників та трикутників *(рис.7)*, з правильних дванадцятикутників, шестикутників та квадратів *(рис.8)*, правильних дванадцятикутників, трикутників та квадратів і т.д.

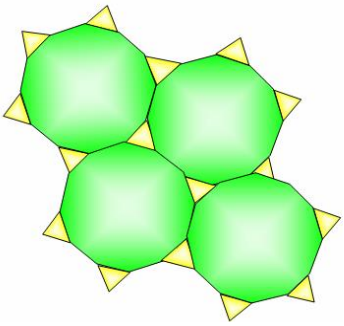


Рис. 7. Орнамент паркету з правильних дванадцятикутників та трикутників

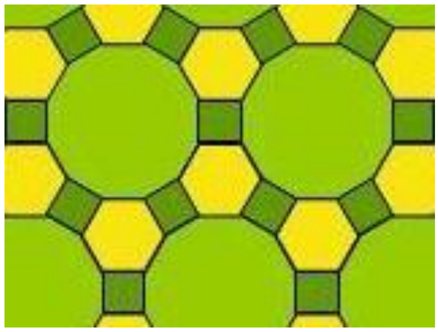


Рис. 8. Орнамент паркету з правильних дванадцятикутників, шестикутників та квадратів

Презентація проекту і рефлексі. На даному етапі відбувається демонстрація проекту класу, обговорення та оцінювання проекту, формулювання висновків.

На етапі презентації проекту в учнів формується культура спілкування, виховується толерантність, ввічливість, розвиваються комунікативні здібності.

Використання даного методу дозволяє вчителеві реалізувати інтегроване навчання і вирішувати виховні завдання. Використання методу проектів на уроках математики сприяє розвитку різних складових творчого мислення.

Список використаних джерел

1. Богоявленська Д.Б. Психологія творчих здібностей / Д.Б. Богоявленська // М.: ВЦ «Академія», 2002. – К. 1998. – 320 с.
2. Велдбрехт Д.О. Розвиток креативних здібностей учнів через систему креативних вправ / Д.О.Вельдбрехт, Н.Г.Токар // Математика в школах України. – 2007. – № 29. – С.2-5.
3. Вишнякова В.Ф. Креативная психология. / В.Ф. Вишнякова // Психология творческого обучения. - Минск, 1995. - 239 с.
4. Волошина І. Креативне навчання на уроках математики. Формування та розвиток інтелектуально-творчого потенціалу інноваційної особистості / І. Волошина // Математика. – 2011. - №30-31. – С. 3 – 14.
5. Гилфорд Дж. Три стороны интеллекта / Дж. Гилфорд // Психология мышления. / Пер. оригінал. статті. – М.: Прогресс, 1969. –14 с.

6. Єжак Є. Основи проектної діяльності учнів / Є. Єжак // Школа. – 2007. – № 11. – С. 33.
7. Кремінський Б.Г. Обдарованість та проблема розвитку здібностей особистості. / Б.Г. Кремінський // Практична психологія та соціальна робота. – 2004. - №12. – С.74-80.
8. Маслоу А. Новые рубежи человеческой природы / А. Маслоу // Пер. с англ. – М.: Смысл, 1999. - 425 с.
9. Мей Р. Мужність творити: нарис психології творчості. / Р. Мей - Л: Ініціатива, 2001. – 128 с.
10. Пономарев, Я.А. Психология творчества и педагогика / Я.А. Пономарев. - М.: Педагогика, 1976. - 280 с.
11. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. / С.Л. Рубинштейн - М.: Педагогика, 1989. - с. 486.
12. Теплов Б. М. Проблеми індивідуальних відмінностей. М, 1961. – 236 с.
13. Туриніна О. Л. Психологія творчості : Навч. посіб. / О. Л. Туриніна – К.: МАУН, 2007. – 160с.: іл.
14. Чашечникова О. С. Формування творчої особистості учнів. Розвиток математичних здібностей: навчально-методичний посібник / О.С. Чашечникова. – Суми : ВВП «Мрія», 2013. – 210 с.
15. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика / Глав. ред. М. Д. Аксёнова; метод. и отв. ред. В. А. Володин. — М.: Аванта, 2003. — С. 297—300.
16. Эпштейн М. Метод проектов в школе XX века / М. Эпштейн // Открытый урок. – 2004. – № 5-6. – С. 21 - 23.

Левченко І. Шляхи розвитку творчого мислення учнів в основній школі. *В статті розглядається проблема розвитку творчих здібностей учнів, що навчаються в основній школі. Представлені форми, прийоми та методи, які сприяють розвитку творчого мислення. Проаналізовано проблему використання методу проектів як засобу розвитку творчого мислення учнів на уроках математики. Розглянуто етапи його реалізації на прикладі конкретної теми «Правильні многокутники».*

Ключові слова: *креативність, творче мислення, метод проектів.*

Levchenko I. Future development of creative thinking of students in the elementary school. *In the article the problem of creative abilities of students enrolled in primary school. Presented forms, techniques and methods that promote creative thinking. The problem of using of project method as a means of creative thinking of students in mathematics lessons. The stages of its realization on the example of a specific topic «Regular polygons».*

Keywords: *creativity, creative thinking, project method.*

Яна Лісниченко
Студентка 6 курсу, спеціальність «Математика»*
ljana93@bk.ru
Науковий керівник – Ф. М. Лиман

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ГРУП У ФІЗИЧНИХ ТЕОРІЯХ

Постановка проблеми. Уявлення симетрії відіграє величезну роль у постановці та аналізі фізичних завдань. Відомо, що закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу системи пов'язані з однорідністю часу, однорідністю і ізотропністю простору відповідно. Багато завдань вирішуються просто, якщо використовувати симетрію і, звичайно, фізичні уявлення. Форма законів всесвітнього тяжіння Ньютона і закону Кулона випливає з сферичної симетрії задачі для точкової маси (заряду) і законів збереження маси і заряду відповідно. Використання симетрії є ефективним методом, що дозволяє отримати відносно просто результати дослідження.

Часто елементи симетрії і співвідношення між ними можна виразити мовою теорії груп. У кристалографії такий підхід дозволив систематизувати різні види симетрії в кристалографічні класи.

Теорія груп є у фізиці важливим методом розгляду завдань, які важко вирішити аналітично або обчислювальними методами. Часто, виходячи з теорії груп, можна отримати принципові результати, що мають загальний характер, наприклад, в теорії елементарних частинок.

Навчитися застосовувати методи груп можна, насамперед, на конкретних прикладах. Враховуючи досить складні математичні побудови теорії груп, доцільно починати з найпростіших випадків, для засвоєння яких достатньо знань середньої школи.

Значення методу для розуміння фундаментальних законів з погляду симетрії можна проілюструвати при розгляді фермі- і бозечастинок.

На прикладі групи симетрій трикутника показується хід міркувань і суть групового підходу: побудова зображень, в тому числі і незвітних.

Мета статті - розгянути поняття теорія груп, та розкрити їх використання у фізиці.

Виклад основного матеріалу. Зазвичай розвиток математичної теорії і розширення кола її застосувань утворюють два взаємодіючих процеси: виникнення нових завдань стимулює розвиток теорії, а розвиток теорії, природно, розширює коло вирішуваних завдань. Зовсім інакше розвивався процес з теорією груп незважаючи на те, що її виникнення було пов'язане з дослідженням коренів алгебраїчних рівнянь, а знаменита теорема Галуа про нерозв'язність в радикалах алгебраїчних рівнянь була вражаючим досягненням цієї теорії на зорі її існування.

Однак, подальший розвиток теорії груп довгий час визначався тільки її внутрішньою логікою. Теорія груп встигла сформуватися в логічно завершену науку задовго до того, як з'явилися нові її застосування. Протягом тривалого періоду (близько тридцяти років) існувала готова до застосування теорія і ніхто не підозрював про її приховані можливості. Теорія груп вважалася класичним прикладом математичної теорії, досягнення якої нічого не обіцяли іншим наукам.

Положення істотно змінилося в період бурхливого розвитку квантової механіки. Виявилося, що теорія груп є надзвичайно корисним інструментом при дослідженні поведінки електронів в атомі і атомів в молекулі. Це дало поштовх до подальшого розвитку теорії груп – починаючи з тридцятих років нашого століття і по теперішній час йде безперервний процес збагачення теорії груп, помітно розширилася область її застосувань.

Теорія груп дозволяє знаходити важливі властивості, що випливають з симетрії об'єкта дослідження. Однак для цього зовсім не потрібні всі теореми, накопичені теорією груп, і всі поняття, нею створені. Доцільно відокремити ту частину теорії груп, яка потрібна при дослідженні завдань, що володіють симетрією. Цю частину теорії домовимося називати прикладною теорією груп, включаючи в це поняття не тільки відповідні теореми теорії груп, а й відповідні методи [1].

Уявлення симетрії відіграють величезну роль у постановці та аналізі фізичних завдань. Відомо, що закони збереження енергії, імпульсу та моменту імпульсу системи пов'язані з однорідністю часу, однорідністю і ізотропною простору відповідно. Багато завдань вирішуються просто, якщо використовувати симетрію і, звичайно, фізичні уявлення. Математичний запис законів всесвітнього тяжіння Ньютона і закону Кулона випливає зі сферичної симетрії задачі для точкової маси (заряду) і законів збереження маси і заряду відповідно. У багатьох конкретних завданнях: при розрахунку електричних і магнітних полів, в задачах гідродинаміки, дослідженні коливань – міркування симетрії є ефективним методом, що дозволяє отримати відносно прості кінцеві формули.

Теорія груп є у фізиці важливим методом розгляду завдань, які важко вирішити аналітично або обчислювальними методами. Часто, виходячи з теорії груп, можна отримати принципові результати, що мають загальний характер, наприклад, в теорії елементарних частинок. Навчитися застосовувати методи груп можна, насамперед, на конкретних прикладах. Значення таких методів для розуміння фундаментальних законів з погляду симетрії ілюструється при розгляді фермі- і бозечастинок.

Враховуючи досить складні математичні побудови теорії груп, доцільно починати з найпростіших випадків, для засвоєння яких достатньо знань середньої школи. Зокрема, на прикладі групи симетрій трикутника можна проілюструвати хід міркувань і суть групового підходу: побудову зображення, поділ групи на незвідні зображення.

Коливання трикутника розглядаються для того, щоб показати зв'язок спектрів з симетрією системи. У цьому випадку можна судити про поведінку частот у зовнішніх полях на основі групового підходу без складних обчислень.

Дуже важливим прикладом симетрії, створеної самою природою, є симетрія кристалів. Фізика кристалів – постійний «споживач» методів теорії груп. Ще один клас важливих прикладів – атоми в молекулі і електрони в атомі. Фундаментальну роль у фізиці «грає симетрія простору і часу». Її прояви різноманітні. У найбільш загальній формі вона виражається в тому, що всі інерціальні системи відліку фізично еквівалентні. З цього випливає, що і всі фізичні закони мають одну і ту ж форму в усіх інерційних системах відліку. Візьмемо, наприклад, закони, що керують електромагнітним полем, - знамениті рівняння Максвелла. При переході з однієї інерціальної системи відліку в іншу вони не змінюють своєї форми. Точніше, кожне окремо взяте рівняння Максвелла при такому переході змінює свій вигляд, проте вся сукупність рівнянь Максвелла після декількох тотожних перетворень повертається до первісного вигляду. Іншими словами, кожен перехід від однієї інерціальної системи відліку до іншої такої ж системі є операцією симетрії для рівнянь Максвелла. Це один із часткових проявів загальних властивостей симетрії простору і часу. Залишається відповісти на питання, яку користь можна отримати, застосовуючи методи теорії груп при дослідженні завдань, що володіють симетрією.

Розглянемо тепер специфіку фізичних завдань, що досліджуються методами прикладної теорії груп. Перша особливість таких завдань полягає в тому, що найрізноманітніші фізичні об'єкти часто мають одну і ту ж групу симетрій. Які причини цього явища і які наслідки випливають з нього? Є три основних джерела симетрії фізичних завдань:

1) симетрія простору і часу;

2) нерозрізненість елементарних частинок одного сорту;

3) симетрія «уявного світу», близького до реального світу.

Симетрія простору і часу виражається в тому, що всі інерціальні системи відліку фізично еквівалентні. Точніше, всі фізичні закони формулюються абсолютно однаково у всіх інерціальних системах відліку. Як приклад можна вказати на рівняння Максвелла. При переході з однієї інерціальної системи в іншу координати і час перетворюються певним чином один через одного. Сукупність цих перетворень утворює групу - повну групу Лоренца. Саме вона описує симетрію простору і часу. Закони фізики інваріантні щодо групи Лоренца. З цього випливає, що при переході з однієї інерціальної системи відліку в іншу перетворюються не тільки координати і час, але і всі фізичні величини, що ставляться до досліджуваних законам фізики. Якщо рівняння, що виражають ці закони, лінійні, то лінійними є й перетворення відповідних фізичних величин. Вони утворюють зображення повної групи Лоренца. Тому класифікація таких зображень природно переноситься на фізичні величини. На практиці замість повної групи Лоренца часто користуються двома її підгрупами: групою обертань і власною групою Лоренца. Це призводить до класифікації фізичних величин за поданнями цих підгруп. Саме так виникають скаляри, тривимірні вектори, тензори різних рангів, чотиривимірні вектори і тензори.

Нерозрізненість елементарних часток призводить до того, що будь-яка перестановка двох або декількох однакових частинок автоматично є операцією симетрії для будь-якої фізичної задачі, у якій фігурують ці частинки. Таким чином, і цей вид симетрії є загальним для найрізноманітніших фізичних об'єктів.

Переходячи до третього джерела симетрії фізичних завдань, пояснимо лише, що ми маємо на увазі, говорячи про симетрії уявного світу. Цей світ, хоча і уявний, не відірвано від дійсного світу. Говорячи точніше, дійсний світ, його закони можна розглядати як результат слабкого збурення уявного світу. Так, електромагнітну взаємодію протонів можна розглядати як слабке збурення; якщо, знехтувати ним, то протони нічим не відрізнятимуться від нейтронів і виникне нова симетрія - симетрія фізичних законів, що оперують нуклонами і не враховують електромагнітної взаємодії. Пошуки подібних симетрії - вони називаються вищими симетріями - виявилися дуже плідними в теорії елементарних часток [3].

Фермі- і Бозе частинки

Існування двох сортів часток різної симетрії - один з найважливіших результатів фізики XX століття. Фермі-частинки, наприклад, електрони, характеризуються тим, що в одному стані не може перебувати більше однієї частинки, що пов'язано з тим, щофермі- частинки мають напівцілий спін, Бозе- частинки мають цілий спін, в одному стані може перебувати будь-яке число частинок .

Існування двох сортів частинок випливає з принципу тотожності частинок, який слідує із квантової механіки, і групи дзеркальної симетрії. Покажемо це.

Нехай стан системи, що складається їх N однакових частинок, описується функцією, залежною від параметрівцих частинок

$$\psi(x_1, x_2, \ldots, x_N) \tag{1.1}$$

У квантовій механіці - це хвильова функція і фізичний зміст має квадрат модуля цієї функції (ймовірність знайти систему в даному стані) - $|\psi|^2$. Очевидно, що при операції симетрії, наприклад, при перестановці частинок функція може змінити знак або зберегти знак. Стан при цьому не змінюється, оскільки частинки тотожні. Дія оператора перестановки двох частинок запишеться

$$\hat{P}\,\psi(x_1 \ldots x_k \ldots x_e \ldots x_N) = \pm\psi(x_1 \ldots x_k \ldots x_e \ldots x_N). \tag{1.2}$$

Власні значення оператора $p=\pm 1$, що відповідає регулярному поданням групи з двох елементів - одиничного I і дзеркального відображення P:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

Це уявлення розбивається на два незвідних одновимірних зображень з характерами:$\chi_1(I)=1$, $\chi_1(P)=1$ и $\chi_2(I)=1$,$\chi_2(P)=-1$. В силу тривіального результату таке подання єдине.

Якщо симетрія частинок відповідає значенню P=-1, то в одному стані не може бути більше, ніж одна частинка. Якщо частинка $x_k \ldots x_e$з находяться в одному стані, то їх перестановка нічого не змінює; отже, в цьому випадку

$$\psi(x_1 \ldots x_N) = -\psi(x_1 \ldots x_N) = 0, \tag{1.4}$$

тобто ймовірність такого стану дорівнює нулю. Якщо P=+1, то заборона на число часток в одному стані відсутня. Елемент симетрії P=-1 з характером (1, -1) відповідає ферміонами, що має напівцілий спін. Судження про величину спіна S (число, що характеризує власний момент частинки) випливає з того, що при обертанні в спіновому просторі хвильова функція перемножається на величину $(-1)^{2S}$.

Таким чином, існування тільки двох сортівч асток є наслідком симетрії елементарних частинок, яка легко виражається мовою теорії груп.

Можна уявити собі випадок, коли в одному стані «дозволяється» перебувати не більше P частинок ($P>1$). Тоді крім бозе- і фермі частинок повинні існувати й інші частинки – груп симетрії була б складнішою (містила б і інші елементи крім I і P). Але сучасна фізика допускає тільки два сорти частинок, що відповідає групі дзеркальної симетрії [2].

Група симетрії трикутника

Група симетрій рівностороннього трикутника (рис. 1) містить 6 елементів: I - тотожність, A - поворот на 120°, B - поворот на 240°, C, D, E - відображення відносно ліній P, Q і R - відповідно. Група ізоморфна групі перестановок з трьох елементів (1, 2, 3). Легко бачити, що група має три класи I; AB, CDE, причому I, IAB – підгрупи трикутника.

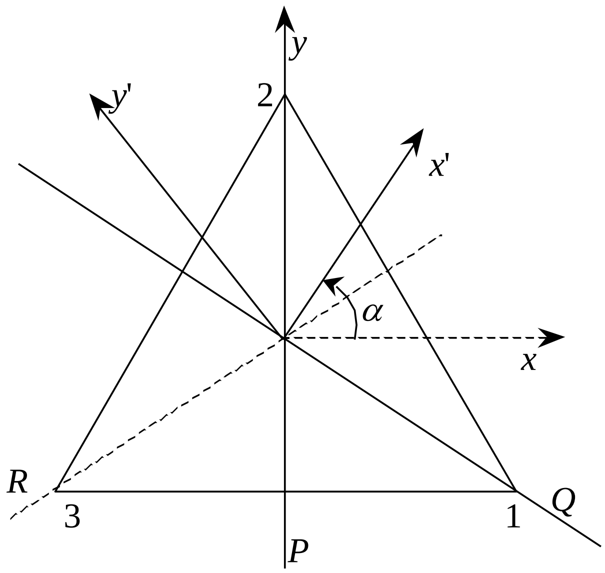


Рис. 1. Рівностороннійтрикутник

Побудуємо зображення групи. Завжди існує одиничне зображення розмірності n=1 $D_D^{(2)}$, в якому кожному елементу ставиться у відповідність 1. Друге подання розмірності n=1 $D_D^{(2)}$ отримаємо, поставивши у відповідність 1 елементам LAB і -1 елементам C, D, E, що відповідає разбиттю на класи. Для побудови двомірного зображення використовуємо зображення повороту за допомогою матриці

$$F = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \qquad (2.1)$$

де α - кут повороту системи координат (x ', y'), щодо вихідної (x, y) (рис. 1). Очевидно, що поворот трикутника на кут αвідповідає повороту системи координат на кут α. Тоді легко отримати матриці

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} A = F(120°) = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}, \\ B = F(240°) = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}. \end{matrix} \qquad (2.2)$$

Елемент C відповідає зміні напрямку осі $x \to -x$, , отже

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (2.3)$$

використовуємо множення

$$E = AC, \qquad D = BC,$$

Отримаємо

$$D = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}, \quad E = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}. \tag{2.4}$$

Складемо таблицю характерів зображення, які визначаються як слід матриці

g	$\chi^{(1)}$	$\chi^{(2)}$	$\chi^{(3)}$
I	1	1	2
A	1	1	-1
B	1	1	-1
C	1	-1	0
D	1	-1	0
E	1	-1	0

Як і очікувалось, елементи одного класу в будь-якому зображенні мають однакові характери. Переконаємося, що розбиття регулярного представлення, яке в нашому випадку має розмірність n = 6 на наведені вище незвідні подання є єдиними. Скористаємося формулою

$$\sum_{i=1}^{3} n_i^2 = n. \tag{2.5}$$

У нашому випадку це відповідає відношенню

$$1^2 + 1^2 + 2^2 = 6. \tag{2.6}$$

Очевидно, що число 6 можна так розбити на квадрати цілих чисел єдиним способом. Зображення розмірності $n_i = 1$ в даному випадку тільки 2 з урахуванням того, що елементи одного класу мають однаковий характер. Зауважимо, що характери кожного зображення повинні задовольняти співвідношенню

$$\sum P_k \left|\chi(C_k)\right|^2 = n. \tag{2.7}$$

Легко перевірити, що результати, наведені в таблиці задовольняють умові (2.7).

Отже, ми отримали необхідні параметри зображення групи: розбиття на незвідні зображення і характери класів. У більш складних випадках обчислення складніше, але сам хід міркувань, загалом, зберігається [4].

Висновоки

Розглянуто приклади застосуваннят еорії груп при дослідженні фізичних завдань. Показано схему визначення параметрів групи: виділення класів, характерів незвідних зображень, розбиття регулярного подання групи на незвідні зображення.

Теорія груп ефективна при формулюванні фундаментальних висновків: таких як обгрунтування існування двох сортів частинок - бозе- і фермі частинок, на які діляться всі частинки, відомі в сучасній фізиці.

При розгляді конкретних завдань теорія груп дозволяє зробити висновки про поведінку системи без складних обчислень, використовуючи уявлення про симетрії системи. Такі передбачення мають істотне значення при дослідженні спектрів.

Список використаних джерел

1. Хейне В. Теория групп в квантовой механике. — М. : ИЛ, 1963. — 522 с
2. Голод П. І. Симетрія та методи теорії груп у фізиці (дискретні симетрії). — К. :Києво-Могилянська академія, 2005. — 215 с.
3. Любарский Г.Я. Теория групп и физика. М., Наука, 1986. − 224 с.
4. Любарский Г.Я. Теория групп и ее применение в физике. М., изд-во физ.-мат. л-ры., 1958. − 356с.

Анотація. Лісниченко Я.В. Застосування теорії груп у фізичних теоріях. *У статті розглянуто застосування теорії груп у фізичних теоріях. Показано схему визначення параметрів групи: виділення класів, характерів незвідних зображень, розбиття регулярного подання групи на незвідні зображення.*

Теорія груп ефективна при формулюванні фундаментальних висновків: таких як обгрунтування існування двох сортів частинок - бозе- і фермічастинок, на які діляться всі частинки, відомі в сучасній фізиці.

При розгляді конкретних завдань теорія груп дозволяє зробити висновки про поведінку системи без складних обчислень, використовуючи уявлення про симетрії системи. Такі передбачення мають істотне значення при дослідженні спектрів.

Ключові слова: *теорія груп, симетрія, фізичні закони, квантова механіка, фізичні величини, зображення, бозе і фермі частинки, квантова механіка.*

Summary. Linischenko Y. V. Application of the theory of group sin physical theories. *In article application of the theory of group sin physical the oriesis considered. The scheme of determination of parameters of group is shown: allocation of classes, characters of not provided images, splitting regular representation of group in to not provided images.*

The theory of groups is effective at the formulation of fundamental conclusions: as justification of existence of two grades of particles - boze-and a farm of particles on which all particles known in modern physics share.

By consideration of specific objectives the theory of groups allows to draw conclusions on behavior of system with out difficult calculations, using idea of symmetry of system. Such predictions have essential valueatre search of ranges.

Keywords: *theory of groups, symmetry, physical laws, quantum mechanics, physical quantities, images, Bosa and farm of a particle, quantum mechanics.*

Ірина Марченко
Студентка 5 курсу спеціальність «Математика»*
0508392219@mail.ru
Науковий керівник – О. С. Чашечникова

ПРОБЛЕМА НАСТУПНОСТІ У ВИВЧЕННІ ТРИГОНОМЕТРІЇ В СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

Розглядаючи джерела з історії математики [1], [2] , [3], [4], методики навчання математики можна звідмітити, що зародження тригонометрії відноситься до глибокої давнини. Ще за довго до нової ери вавилонські вчені вміли передбачати сонячні та місячні затемнення. Це дозволяє зробити висновок про те, що їм були відомі деякі найпростіші відомості з тригонометрії. Поступово в геометрії та астрономії з̓явилися поняття синуса, косинуса, тангенса кута. Однак в той час тригонометрія не виділялася в самостійну науку, а вважалася частиною астрономії.

У XI–XШ ст. в працях математиків Середньої Азії, Закавказзя, Близького Сходу та Індії почалося формування тригонометрії як окремої науки. І надалі потреби географії, геодезії, військової справи сприяли її розвитку. Роботи вчених цього періоду привели до виділення тригонометрії як нового самостійного розділу математики, однак у їхніх працях ще не було необхідної символіки, і тому розвиток тригонометрії відбувалося повільно.

З XV ст. в Європі з'являються роботи, присвячені питанням тригонометрії. Німецький учений Йоганн Мюллер (1436-1476 рр.), відомий в науці під ім'ям Регіомонтан, видав працю «П'ять книг про трикутники всіх видів», в якій було подано систематичний виклад тригонометрії як самостійної наукової дисципліни.

У 1696 р. з'явилася праця Варфоломія Пітіскуса «Тригонометрія, або Короткий оглядовий трактат про рішення трикутників». У XV-XVII ст. в Європі було складено та видано кілька тригонометричних таблиць. Над їх складанням працювали найбільші вчені: М. Коперник (1473-1543), І. Кеплер (1571-1630), Ф. Вієт (1540-1603) та ін. [1, с. 48]

Таким чином, тригонометрія виникла на геометричній основі, використовували «геометричну мову» і застосовувалася до вирішення геометричних завдань. Розвиток алгебраїчної символіки дозволив записувати тригонометричні співвідношення у вигляді формул; застосування від'ємних чисел дозволило поширити поняття тригонометричних ліній (визначених відрізків в колі) для будь-яких кутів. У цей період створилася база для вивчення тригонометричних функцій як функцій числового аргументу, основа аналітичної теорії тригонометричних (кругових) функцій.

Аналітичний апарат, що дозволяє обчислювати значення тригонометричних функцій з будь-яким ступенем точності, був розроблений Ньютоном. Сучасний вигляд тригонометрія отримала в працях великого вченого, члена Російської академії наук Л. Ейлера (1707-1783). Ейлер став розглядати значення тригонометричних функцій як числа - величини тригонометричних ліній у колі, радіус якого прийнятий за одиницю («тригонометричне коло» або «одиничне коло»). Ейлер дав остаточні висновки про знаки тригонометричних функцій у різних чвертях, вивів всі тригонометричні формули з декількох основних, встановив кілька невідомих до нього формул, ввів одноманітні позначення. Саме в його працях вперше зустрічаються записи sin , cos , tg , ctg . Він також відкрив зв'язок між тригонометричними і показниковою функціями комплексного аргументу. На підставі робіт Л. Ейлера були складені підручники тригонометрії, що викладали її в строгій науковій послідовності. Аналітична (яке залежить від геометрії) побудова теорії тригонометричних функцій, розпочате Ейлером, отримала завершення в працях великого російського вченого М.І. Лобачевського [4, с. 254].

У XVIII – XIX ст. в зв'язку з бурхливим розвитком диференціального числення, виникає новий предмет - математичний аналіз, і тригонометрія стає його складовою частиною. А навчальний предмет тригонометрія з його первісної геометричної основою продовжує існувати самостійно. Тобто виникають два напрямки впровадження тригонометричного матеріалу: аналітичне рішення трикутників і вивчення властивостей кругових (тригонометричних) функцій.

У 1848 р. академік М.В. Остроградський запропонував систему індуктивного вивчення тригонометрії: а) спочатку вивчається тригонометрія гострого кута як вчення про обчислювальні прийоми розв'язування трикутників і фігунр; б) потім (в старших класах) узагальнюються поняття тригонометрії, тобто викладаються основи теорії тригонометричних функцій будь-якого дійсного аргументу. Вивчення тригонометрії на сучасному етапі у школі відбувається за таким самим ланцюгом.

До 1966 року вивчення тригонометрії починалося досить рано, вже в 14 років. За програмою 1921 планувалося у другому півріччі 7-го класу (2 години на тиждень) планувалося розділу «Тригонометрія». Вивчення тригонометричного матеріалу у семирічній школі було націлене, насамперед, на освоєння практичних методів вирішення певних обчислювальних геометричних задач, на розширення можливості обчислення елементів трикутників - на тригонометрію трикутника. При цьому раннє введення тригонометрії трикутників істотно підвищувало вимоги до обчислювальної культурі школяра і, перш за все, вимагало знання елементів теорії наближень і вимірювань.

Дещо пізніше, вже в програмі середньої десятирічної школи (наприклад, у програмі 1949 р.), вивчення тригонометрії починається в курсі геометрії 8-го класу, а в 7-му класі, також в курсі геометрії, звертається особлива увага (в пояснювальній записці відмічено навіть «особливо в сільських школах») на необхідність проведення вимірювальних робіт на місцевості: вимірювання ліній, проведення перпендикулярів екером, вимірювання кутів, визначення відстаней і висот. Тим самим, з одного боку, серйозно посилювався прикладний характер досліджуваного в масовій школі математичного матеріалу, а з іншого - створювалася належна опора для вивчення формального матеріалу курсу тригонометрії.

У 9-му класі (десятирічної школи) даною програмою тригонометрія починає набувати рис окремої шкільної дисципліни. Увага зосереджується на чотирьох тригонометричних функціях: синус, косинус, тангенс і котангенс. У 10-му класі передбачається «розв'язування косокутних трикутників, засноване на теоремах синусів, косинусів і тангенсів із застосуванням у відповідних випадках різних таблиць». [2, с. 387]

Роль тригонометричного матеріалу в шкільній освіті оцінювалася настільки високо, що до 1966 р. в 9-х і 10-х класах вивчалася окрема дисципліна "Тригонометрія", на яку виділяли 2 години на тиждень. Цей курс вивчався паралельно з курсом алгебри. Для цієї дисципліни був підготовлений і введений окремий підручник (С. І. Новосьолов "Тригонометрія. Підручник для 9-10 класів середньої школи», що витримав десять видань). Підручник тригонометрії призначався для старшої ступені навчання, тобто для тих школярів, хто планував вступати до вищих навчальних закладів країни. Тригонометричним рівнянням приділялася зовсім небагато уваги. У підручнику розглядалися найпростіші тригонометричні рівняння, спосіб приведення до однієї функції, спосіб розкладання на множники і ілюструвалися можливості втрати розв'язків і появи сторонніх роз'язків при виконанні перетворень. Разом з тим виділявся цілий параграф, присвячений наближеному розв'язуванню тригонометричних рівнянь.

Починаючи з середини 60-х років у ході підготовки та здійснення реформи шкільної математичної освіти, що отримала надалі назву «реформа А.М. Колмогорова», ставлення до тригонометрії стало змінюватися і з часом змінилося принципово. Насамперед, це виразилося у зміні програмних цілей вивчення даного розділу математики в школі. У програмах основної школи 70-х років (наприклад, у програмі 1978 для десятирічної школи) про початок вивчення такого специфічного розділу математики, як тригонометрія, навіть не згадано. У поясненні до окремих тем сказано, що у 8-му класі вивчаються чотири теми, одна з яких «Поворот і тригонометричні функції». Тригонометрія втратила статус окремої шкільної дисципліни і стала просто одним з багатьох розділів курсу математики, який залишилося засвоювати в силу того простого факту, що питання тригонометрії «традиційно» були присутні в шкільних програмах і підручниках. [5, с. 296]

Навчання проводилося за підручником Є. Кочеткової. На підтримку цього підручника було видано збірник задач А. Скотина, М. Скотина, М. Шуршалова. Але ці підручник і задачник перехідного періоду пропрацювали в школі менше 10 років. Незабаром їм на зміну прийшов підручник «Алгебра і початки аналізу. Навчальний посібник для 9 та 10 класів середньої школи «(1975) за редакцією А.М. Колмогорова. У ньому тригонометрія вивчалася в кінці 9-го на початку 10-го класів. Формально зміст навчання в цілому було збережено і навіть розширено. Тут вводилося радіанне вимір кутових величин, тригонометричні функції та їх властивості, формули додавання, похідні і дослідження тригонометричних функцій, тригонометричні рівняння та нерівності.

Після переходу до одинадцятирічної школи, тригонометричний матеріал в основний школі був значно посилений, але до кінця XX ст. в програмах основної загальної освіти обсяг рекомендованого до вивчення в масовій школі тригонометричного матеріалу помітно скоротився. Наприклад, у програмі [4, с. 36] пропонується розглянути в основній школі: а) в курсі алгебри - синус, косинус, тангенс і котангенс довільного кута, основні тригонометричні тотожності, формули приведення; б) в курсі геометрії - синус, косинус, тангенс і котангенс гострого кута, розв'язування прямокутних трикутників, метричні співвідношення між елементами довільного трикутника: теорема синусів і теорема косинусів. У старшій школі розглядалися лише тригонометричні формули додавання та їх наслідки. Тотожні перетворення тригонометричних виразів отримали статус необов'язкового матеріалу. Залишені лише тригонометричні функції числового аргументу, властивості і графіки тригонометричних функцій. А більш серйозні питання тригонометрії віднесені до програм, за якими математика ввчаться на поглибленому рівні на даному етапі.

Вивчення тригонометрії в загальноосвітній школі починається у 8 класі в курсі геометрії при вивчення теми "Розв’язування прямокутних трикутників". Означення синуса, косинуса, тангенса та котангенса вводиться як відношення довжин сторін прямокутного трикутника.

В межах вивчення даної теми учні вивчають співвідношення між тригонометричними функціями одного і того самого кута, значення тригонометричних функцій деяких кутів.

У старшій школі в курсі алгебри і початків аналізу синус, косинус, тангенс, котангенс означуються вже як тригонометричні функції, визначаються за допомогою одиничного кола та відповідних відношень в цьому колі [5, с. 311].

Після введення поняття тригонометричного кола (коло одиничного радіуса з центром в початку координат), початкового радіуса (радіус кола у напрямку осі Ох), кута повороту, учні ознайомлюються з визначеннями синуса, косинуса, тангенса і котангенс на тригонометричному колі, використовуючи свої знання з курсу геометрії, тобто, розглядаючи прямокутний трикутник з гіпотенузою, що дорівнює 1.

Таким чином, час на вивчення тригонометричного матеріалу став поступово скорочуватися не тільки в основній школі, а й в курсі старшої школі, і це зумовило появу проблеми нереалізованості принципу наступності вивчення даного матеріалу.

Змістовна наступність забезпечується створенням пов'язаних навчальних планів і програм основної та старщої школи, алгебри та геометрії, їхнім узгодженням з окремими провідними освітніми галузями з урахуванням провідної діяльності та росту компетентності вихованців.

Технологічна наступність забезпечується відбором загальних засобів навчання, виробленням загальних підходів до організації навчально-виховного процесу, завдяки чому навчання дошкільників здійснюється на основі специфічних для їхнього віку видів діяльності.

О. Сманцер виділив такі напрями визначення принципу наступності: опора на опрацьований матеріал (на знання учнів з 8-го класу), розвиток наявних компетентностей, установлення різноманітних зв'язків , повторення навчального матеріалу на більш високому рівні, тобто взаємодія старих і нових компетентностей, розкриття основних ідей курсу, пропедевтика, перспективність у вивченні навчального матеріалу при переході від одного ступеня навчання до подальшого.

Тригонометрія - один з важливих розділів шкільної математики, а реалізація наступності тригонометрії дає змогу оволодіти даним матеріалом на свідомому рівні, використовувати ці знання в ході розв’язування завдань з різних галузей.

Список використаних джерел

1. Белл Э.Т. Творцы математики. Предшественники современной математики / Э. Т. Белл. – М.:Просвещение, 1979. – 256 с.
2. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия / Г. Вилейтнер. – ГИФМЛ, 1960. – 468 с.
3. Марков С. Н. Курс истории математики / С. Н. Марков. – Изд-во Иркут. ун-та, 1995. – 248 с.
4. Навчальна програма з математики для середніх загальноосвітніх шкіл / під редакцією Г. М. Литвиненка. – К.: Перун, 1998. – 45 с.
5. Юшкевич А. П. История математики. Т. 1. С древнейших времен до начала нового времени / Под редакцией А. П. Юшкевича. – М.: Наука, 1970. – 374 с.

Анотація. Марченко І. Проблема наступності при вивченні тригонометрії в загальноосвітній школі. *У статті зроблено ретроспективний огляд історії виникнення тригонометрії та вивчення тригонометричного матеріалу у школі. Проведений огляд підручників та програм з математики у контексті проблеми. Визначено деякі причини того, що на сучасному етапі порушується принцип наступності навчання тригонометрії.*

Ключові слова: *наступність, тригонометричні функції, реалізація, ретроспективний, прямокутний трикутник, одиничне коло.*

Abstract. Marchenko I. The following problem is at the study of trigonometric functions at general school. *The article is a retrospective review of the history of trigonometry and trigonometric study material at school. Conducted ohlyadpidruchnykiv and applications of mathematics in the context of the problem. Determined some of the fact that at present violates the principle of continuity of teaching trigonometry.*

Keywords: *following, trigonometric functions, realization, retrospective, rectangular triangle, single circle.*

Вікторія Маценко
*Студентка 6 курсу, спеціальність «Математика *»*
viktoriya.matsenko@yandex.ua
Науковий керівник – С.В. Петренко
Маценко В.

ШЛЯХИ ФОРМУВАННЯ ПІЗНАВАЛЬНИХ ІНТЕРЕСІВ У СТУДЕНТІВ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ТЕХНІКУМУ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Постановка проблеми. До найважливіших наукових і практичних проблем педагогічної праці належить широке коло питань розвитку пізнавальної активності й самостійності студентів у процесі навчання. У сучасних умовах розвитку України перебудова системи освіти – життєво необхідний процес. Навчальні заклади перебувають на етапі переходу до нового розуміння завдань, проблем, використання нових методів і підходів у навчанні. Однією з актуальних проблем на сучасному етапі розвитку педагогічної теорії та практики є активізація пізнавальної діяльності студентів, адже від неї залежить ефективність навчання: свідоме і міцне здобуття знань, перетворення знань у переконання, розвиток інтересу до навчальної діяльності, самостійність думки та практичних дій сстудентів.

Аналіз актуальних досліджень. Один з перших дослідників розвитку пізнавальних інтересів та самостійності є відомий дидакт М.О. Данилов – він зазначав, що його суть виявляється в потребі й умінні студентів самостійно мислити, у здатності орієнтуватися в новій ситуації, самому бачити питання, задачу і знайти підхід до їх розв'язання. Розвиток математичних здібностей відбувається на засадах особистісно – орієнтованого навчання. Вже в минулому залишилось авторитарне навчання, на уроці має бути особистісно – орієнтоване спілкування. Існує багато нетрадиційних методів викладання на сьогоднішній день, які допомагають розвивати інтерес до вивчення математики, спонукають думати, розуміти суть, вчатся висловлювати свою особисту думку. [6]

Метою даної роботи – є визначення дидактичних умов і способів розвитку пізнавальних інтересів учнів на уроках математики.
Пізнавальна самостійність при вивченні математики виявляється, наприклад, в умінні самостійно аналізувати складні навчальні задачі і виконувати їх без сторонньої допомоги і характеризується певною критичністю розуму студента, здатністю висловлювати свою думку незалежно від суджень інших.

Викладач повинен якнайкраще організувати навчальний процес, щоб досягти глибокого засвоєння програмного матеріалу. Забезпечити підвищення інтересу до матеріалу, який вивчається на уроці, подолати бар'єр між природнім потягом дітей до знань і складністю сприйняття цих знань можливо лише за умови, що викладач постійно удосконалює власні знання з предмету, опановує новітні педагогічні технології, узагальнює свій власний досвід роботи. Інформація повинна сприйматися не лише слуховими, а й зоровими аналізаторами. Слід зазначити, що активізація пізнавальної діяльності починається з вмілого використання різних прийомів, методів та засобів, що забезпечують високу активність студентів у навчальному процесі, глибоке та повне засвоєння ними матеріалу, що вивчається на уроці. [4]

Існують різні шляхи активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів технологічного технікуму.

В процесі роботи потрібно не тільки пояснити навчальний матеріал, а й організовую пізнавальну діяльністьстудентів. Починати виклад матеріалу з повідомлення теми. Перш за все проводжуючи обґрунтовану мотивацію навчального матеріалу, доводити до відома необхідність вивчення теми та логіку вивчення кожного її питання. Важливо викликати інтерес до теми. Для цього наводити цікаві факти, вказувати пізнавальні завдання, що будуть розв'язуватися на уроці. Адже усвідомлення мети діяльності є необхідною умовою будь-якої вольової дії.

Під методами активізації навчально-пізнавальної діяльності(таблиця 1) мають на увазі сукупність прийомів і способів психолого-педагогічного впливу на студента, що (порівняно з традиційними методами навчання) першою чергою спрямовані на розвиток у них творчого самостійного мислення, формування творчих навичок та вмінь нестандартного розв'язання певних професійних проблем і вдосконалення навичок професійного спілкування. В своїй роботі потрібно застосовувати наступні методи активізації пізнавальної діяльності студентів. [1]

Імітаційні методи		Неімітаційні методи	
Ігрові	Неігрові	Бесіда, сокрастична бесіда	«Асоціативний кущ»
Метод інсценування	Метод аналізу конкретної ситуації	Прес-конференція	«Мікрофон»
Ділові ігри	«Мозкова атака»	Дискусія	«Мозаїка»
	Метод круглого столу	Урок із заздалегідь запланованими помилками	Робота в парах
	Моделювання виробничої ситуації	Інтелектуальна розминка	Робота в групах

Таблиця 1. Класифікація методів активізації навчально-пізнавальної діяльності

Вчитель має не тільки створювати умови для засвоєння студентами певної системи знань, але й навчати прийомів їх застосування і пошуку.

Тільки тоді можливий перехід від одного етапу розвитку пізнавального інтересу до іншого.

При активізації навчальної діяльності велике значення має використання прийомів інтерактивного навчання. Суть інтерактивного навчання полягає в тому, що навчальний процес відбувається за умови постійної, активної взаємодії всіх студентів групи. Це співнавчання, взаємонавчання, де викладач і студент є рівноправними, рівнозначними суб'єктами навчання. [5]

В цілому, інтерактивне навчання є однією з найбільш гнучких форм включення кожного студента в роботу, забезпечує перехід від простих до складних завдань, вчить використовувати неготові знання, а здобувати їх із власного досвіду, що веде до розвитку мислення - творчого і діалектичного. Новітні підходи до організації навчання роблять навчально-виховний процес різноманітним, цікавим та ефективним, а найкориснішим у такому навчанні є те, що математика починає подобатися. Це спеціальна форма організації пізнавальної та комунікативної діяльності, в якій студенти виявляються залученими в процес пізнання, мають можливість розуміти і рефлексувати з приводу того, що вони знають і думають. Місце викладача в інтерактивних уроках найчастіше зводиться до напрямку діяльності студентів на досягнення цілей уроку. Він же розробляє план уроку (як правило, це сукупність інтерактивних вправ і завдань, в ході роботи над якими студент вивчає матеріал). У процесі інтерактивного спілкування на уроках математики в парах, групах, між групами в студентів формуються знання, в тому числі і власна думка, з приводу розв’язання задачі тим чи іншим методом, розвивається мова, встановлюються логічні зв'язки між діями. Систематичне застосування вчителем інтерактивних форм на уроках створює сприятливі умови для формування у студентів навчальної діяльності.

Інтерактивні вправи на уроках математики в технікумі зорієнтовані на: розвиток пошукової спрямованості мислення, прагненню до знаходження кращих варіантів вирішення навчальних завдань; передбачають вправи, які ставлять у реальну ситуацію пошуку. Інколи вони пропонують нестандартні виходи із ситуацій. Саме нестандартні заняття з використанням різних методів та засобів навчання сприяють розвитку творчих здібностей студентів, виховують навички дослідницької діяльності, дають високий ефект практичної спрямованості матеріалу, що, зрештою, приводить до глибокого розуміння предмета, зацікавленості ним.

Важливим в інтерактивних технологіях, з огляду на досліджувану нами проблему, є й те, що їх використання дозволяє максимально наближати теоретичні основи навчального предмета до практики, використовувати при аналізі проблемних ситуацій власний досвід студентів. Це значно підвищує рівень пізнавальної активності студентів і є, як зазначалось вище, важливим чинником розвитку пізнавального інтересу.

Активізація пізнавальної діяльності студентів здійснюється в процесі розв'язання задач різними способами.

Розв'язання задач різними способами дає студентам усвідомлення того, що існують різні способи розв'язання однієї і тієї ж задачі і багато з них є цілком посильними. У більшості виникає думка, що дану задачу (теорему) не можна розв'язати (довести) іншим способом, ніж запропоновано в шкільному підручнику чи підручнику з навчальної дисципліни. Уміння розв'язувати задачі різними способами дає змогу в окремих випадках замінити одне розв'язання іншим – легшим, шукати раціональні підходи до розв'язання поставленої проблеми, що вчить творчо розв'язувати і інші питання навчального процесу.

Важливо відзначити, що достатня сформованість інтересу на знаходження різних способів розв'язання задач сприяє розвитку дослідницьких здібностей, формує пізнавальну активність та систематизує знання, уміння й навички з курсу математики. [3]

Ключовим питанням є добір завдань, який доцільно здійснювати з урахуванням особливостей і закономірностей розвитку мислення студентів. З метою істотного збільшення зацікавленості до математики слід спроектувати програмні теми відповідного курсу математики на коло проблем, інтересів, уподобань, що стосуються соціального середовища дитини даної вікової категорії. Саме такий підхід викладача до уроків математики збільшить зацікавленість студентів, позитивно вплине на навчальну діяльність (як практичну, так і розумову), стане значимою, цінною, а завдання набудуть компетентнісної зорієнтованості.

Включення практичної роботи (розв'язування задач різними способами) у навчальний процес, вносить різноманітність в структуру заняття та підвищує активність й самостійність, сприяє підвищенню якості знань студентів. Практичні елементи на уроці дозволяють поглибити та закріпити їхні теоретичні знання з математики.

Важливим аспектом активізації пізнавальної активності на уроках математики є використання унаочнення основних математичних блоків за допомогою схем, що дозволяють розширити сферу пізнавальної діяльності студентів. Схеми, розроблені на основі підручника, стають, по суті, опорним конспектом і дозволяють швидко повторити найголовніше. Слід пам'ятати, що уміле, правильне і раціональне використання схем сприяє формуванню вміння виділяти головне. І тому, щоб не згас інтерес до навчання, щоб розвивати пізнавальну активність, збуджувати бажання до самостійного, свідомого пошуку інформації, необхідно проводити уроки з використанням комп'ютерних технологій. Комп'ютеризоване навчання дозволяє контролювати навчальну діяльність студента з високою точністю й об'єктивністю, здійснюючи постійний зворотний зв'язок. [2]

Серед методів, які спрямовані на активізацію пізнавальної діяльності, важлива роль належить самостійній роботі.

Навчатись можна не тільки зі слів учителя, не тільки під час колективного розв'язування задач, а й самостійно. В умовах звичайної навчальної програми з математики є години, що складають самостійну роботу студентів. Тому корисно час від часу пропонувати студентам різні види самостійної роботи. Працюючи самостійно, вони як правило глибше вдумуються в зміст опрацьованого матеріалу, краще зосереджують свою увагу. Знання здобуті в результаті самостійної роботи бувають міцнішими, крім того під час такої роботи в них виховується наполегливість, увага, витримка. Самостійне розв'язування задач пропонується дітям після того, як вони вивчили той чи інший тип задач.

Аналіз літературних джерел (Делікатний К. Г. Роль запитань вчителя в активізації учнів на уроці) показав, що навчальна діяльність – це двосуб'єктивна діяльність, в якій тісно переплітаються діяльність викладача, спілкування викладача з студентами та студентів, які спілкуються між собою. Позитивні результати можна досягти лише тоді, коли вчитель організовує цілеспрямовану діяльність студента на формування пізнавальної активності, яка може бути здійснена за допомогою:

- розв'язання задач різними способами;
- підбору системи завдань, які враховують індивідуальні особливості студентів;
- сформованості навичок роботи з наочним матеріалом, підручником та засобами наочності.

Викладач, який уміло враховує всі вищезазначені аспекти у своїй роботі, може досягти позитивних результатів при формуванні умінь та навичок пізнавальної активності у навчально-виховному процесі.

Практика впровадження різноманітних методів навчання викладачами математичних дисциплін свідчить, що вони активізують розумову діяльність студентів та пізнавальний інтерес, розвивають вміння самостійно опрацьовувати, узагальнювати й аналізувати матеріал, сприяють формуванню власної думки та активної життєвої позиції. Раціональне використання сучасних методів і прийомів у ході вивчення загальноосвітнього курсу математики є базою для вивчення молодшими спеціалістами нормативних дисциплін.[4]

Про результати досягнень викладача можна судити з огляду на характер активності студентів на уроках математики, уміння ставитися до труднощів та їх подолання, Отже, пізнавальний інтерес студентів великою мірою залежить від діяльності викладача у процесі формування пізнавальної активності на уроках математики. В процесі навчання студент повинен не просто сприймати, усвідомлювати, запам'ятовувати, а й виконувати складну систему розумових дій, спрямованих на засвоєння знань.

Список використаних джерел:

1. Бондарчук Л.І., Федорчук Е.І. Методи активного навчання в курсі "Основи педагогічної майстерності." Вища і середня пед. освіта. – К., 1993. – № І6. – С 51-56.
2. Власенко К. Актуалізація евристичних ситуацій / К. Власенко. −Донецьк: Фірма ТЕАН, 2003. −192 с.
3. Грабовська Т.І., Талапканич М.І., Химинець В.В. Інноваційний розвиток освіти: особливості, тенденції, перспективи. – Вид. ЗОІППО. – Ужгород, 2006. – 232 с.
4. Організація навчально-виховного процесу// З досвіду роботи вищих навчальних закладів. Випуск 8, 2006. – 266 с.
5. Пометун О., Пироженко Л. Інтерактивні технології навчання / О. Пометун. − К., 2002.− 135 с.
6. Солодченко Л.І. Розвиток життєвих компетентностей на уроках математики/ Л.І.Солодченко. – Х.: Ранок, 2011. – 124 с.

Анотація. Шляхи формування пізнавальних інтересів у студентів технологічного технікуму на уроках математики. *У статті проаналізовано діяльність викладача при формуванні пізнавальних інтересів у студентів на уроках математики. Наведено використання ефективних методів та засобів підвищення рівня досягнень студентів, посилення їхньої мотивації до навчання та пізнавальної активності.*

Ключові слова: *пізнавальна активність, формування інтересів у студентів, інтерактивні вправи.*

Abstract. Ways of formation of cognitive interests in technological college students in mathematics lessons. *The article analyzes the activity of the teacher in the formation of cognitive interests of students in mathematics lessons. An effective use of methods and means of raising student achievement, increased their motivation for learning and cognitive activity.*

Keywords: *cognitive activity, the formation of interest to students, interactive exercises.*

Марина Молчанова
Студентка 5 курсу, спеціальність «Математика»*
2013marina2015@mail.ru
Науковий керівник – О. О. Одінцова

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДЕЯКИХ ТИПІВ РІВНЯНЬ, ЩО МІСТЯТЬ ЦІЛУ ТА ДРОБОВУ ЧАСТИНУ ЧИСЛА

Актуальність. В олімпіадних задачах з математики кожного року зустрічаються завдання з цілою або дробовою частиною числа. При розв'язанні даного завдання виникають труднощі і тому доцільно приділити цій теми більшу увагу. Проблема розв'язування задач, що містять цілу та дробову частину є дуже актуальною в даний час. Адже, провівши аналіз шкільних підручників для 8-11 класів, можна сказати, що ця тема майже в них не розкривається, її вивчають тільки оглядово. Тому діти, якщо і зрозуміють тему, то на рівні означень. Проблему розв'язання таких задач розкривали у своїх працях відомі науковці: Кушнір І., Ясінський В., Вишенський В., Васильєв Н., оскільки даний тип задач належить до конкурсних, олімпіад них.

Виклад основного матеріалу.

Розглянемо означення цілої та дробової частини та декілька їхніх властивостей.

Кожний одиничний проміжок має єдину точку з цілою координатою. Усі числа даного проміжку будуть більші цього цілого числа або дорівнювати йому. Але усі вони будуть меншими від наступного цілого числа, яке уже не належить даному проміжку. Отже, для кожного раціонального числа існують два цілі числа, які відрізняються на 1, такі, що це раціональне число більше або дорівнює меншому з них і менше більшого.[1, с.6]

Означення 1. Цілою частиною числа x називають найбільше ціле число, яке не перевищує його, тобто $[x] = n$, якщо $n \leq x < n + 1$, де $n \in Z$.[3, с.86]

Також її називають функцією антьє («антьє x» або «антьє від x»), що походить від французького слова *entire* – цілий. Функція $y = [x]$ визначена на множині усіх дійсних чисел ($X = R$), а набуває тільки цілих значень ($Y = Z(y \in Z)$).[2, с.4]

Для того, щоб знайти цілу частину числа, потрібно встановити одиничний проміжок, якому належить це число і знайти те єдине число, що належить цьому проміжку.

Приклад 1. Знайти цілу частину числа $-4{,}5$
$-4{,}5 \in [-5; -4)$ отже, ціла частина числа $-4{,}5$ є число -5 ($[-4{,}5] = -5$).

Графік функції $y = [x]$ представлений на рисунку 1 (за означенням цілої частини числа $[x] = n$. Для побудови шуканого графіка потрібно область визначення функції розбити на проміжку виду $[n; n + 1)$, де $n \in Z$.

На кожному з цих проміжків значення функції $y = [x]$ є сталим і дорівнює n).

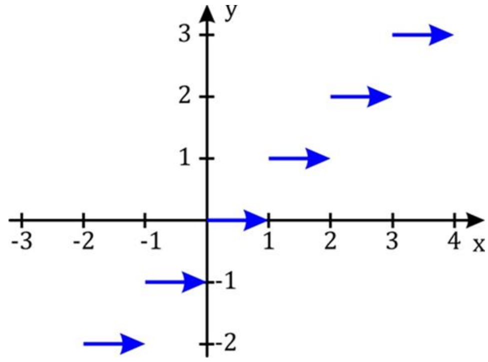


Рис.1. Графік функції $y = [x]$

Означення 2. Відстань від числа на координатній прямі до його цілої частини називається дробовою частиною числа. Для числа x його дробова частина числа позначається $\{x\}$ і читається «дробова частина числа x».

Ціла, дробова частини числа та саме число тісно пов'язані між собою співвідношенням:

$$x = [x] + \{x\}. \tag{1}$$

Із представлення (1) випливає інше означення дробової частини: дробова частина числа дорівнює різниці між самим числом і його цілою частиною, тобто $\{x\} = x - [x]$ і $0 \leq \{x\} \leq 1$, враховуючи представлення x через $[x]$ та $\{x\}$.

Приклад 2. Знайти дробову частину числа 5,8

$5{,}8 \in [5; 6)$, отже $[5{,}8] = 5$ і тому $\{5{,}8\} = 5{,}8 - 5 = 0{,}8$.

Область визначення функції $y = \{x\}$ – множина всіх дійсних чисел ($X = R$), а множиною значень є проміжок $Y = [0; 1)$ (для будь-якого $x \in R, 0 \leq \{x\} < 1$). Також функція періодична $T = 1$.[2, с.5]

Графік функції $y = \{x\}$ представлений на рисунку 2 (на кожному з проміжків виду $[n; n + 1)$, де $n \in Z$, графік функції $y = \{x\}$ має однаковий вигляд. Тому достатньо побудувати його, наприклад, на проміжку $[0; 1)$, а потім отриману фігуру «розмножити». Якщо $x \in [0; 1)$, то $[x] = 0$ і $\{x\} = x - [x] = x$ тобто при $x \in [0; 1)$ маємо $y = x$).

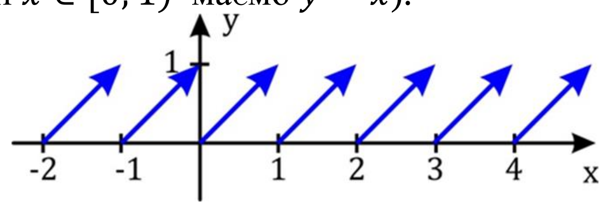


Рис.2. Графік функції $y = \{x\}$

До основних властивостей цілої та дробової частини числа можна віднести:

1) $x = [x] + \{x\}$ для будь-яких $x \in R$;
2) $[x + n] = [x] + n$ для будь-яких $x \in R, n \in Z$;
3) $\{x + n\} = \{x\}$ для будь-яких $x \in R, n \in Z$;

4) $[-x] = \begin{cases} -[x], \text{якщо } x \in Z; \\ -[x] - 1, \text{якщо } x \notin Z; \end{cases}$

5) $\{x\} = \begin{cases} 0, \text{якщо } x \in Z; \\ 1 - \{x\}, \text{якщо } x \notin Z; \end{cases}$

6) $[x] \le x < [x] + 1;$

7) Якщо $[u] = [v]$, то $-1 < u - v < 1;$

8) $[x + y] \ge [x] + [y]$ для будь-яких $x, y \in R;$

9) $\left[\frac{[n]}{p}\right] = \left[\frac{n}{p}\right]$ для будь-яких $n, p \in N$. [3, с.86]

Розглянемо основні методи розв'язування двох типів рівнянь, що містять цілу та дробову частину.

В олімпіадних задачах з математики зустрічаються рівняння виду

$$f(x) = [g(x)], \tag{2}$$

де $f(x)$ і $g(x)$ уже відомі функції. Ці функції можуть бути різної складності і тому можна використовувати такі способи їх розв'язування:

1. *Зведення рівняння до мішаної системи*

$$\begin{cases} [g(x)] = k \\ k \le g(x) < k + 1, \text{ з цілим параметром } k. \\ f(x) = k \end{cases}$$

2. *Спосіб перебору і локалізації*

Під локалізацією розуміється виділення підмножини області допустимих значень рівнянь, на якій знаходяться його розв'язки. Для початку замінюємо у (2) цілу частину функції $g(x)$ її дробовою частиною, дістанемо рівносильне рівняння $g(x) - f(x) = \{g(x)\}$.

Оскільки $0 \le \{g(x)\} < 1$, то розв'язки рівняння (2) варто шукати лише на множині $D = \{x, \text{де } x \in D(f) \cap D(g) \text{ і } 0 \le g(x) - f(x) < 1\}$.

Перебираючи підмножини цієї множини, де $k \le g(x) < k + 1$, дістанемо рівняння $f(x) = k, k \in Z$, до яких можна застосувати відомі способи розв'язання.

3. *Графічний спосіб*

Розв'язками рівняння будуть абциси спільних точок графіків функцій $y = f(x)$ і $y = [g(x)]$. Спочатку знаходимо координату b точки $P(a; b)$, яка міститься на графіку $y = [g(x)]$, це можна зробити завжди, тому що вона завжди ціла, потім з рівняння $b = f(a)$ потрібно знайти абцису a. Графічний спосіб розв'язку рівнянь з цілою частиною, визначається точністю розв'язків рівнянь $f(x) = k$, де k – деякі цілі числа. [3, с.91]

Будують графіки функцій правої та лівої частини, тобто $y = f(x)$ та $y = [g(x)]$

Алгоритм побудови графіка функції $y = [g(x)]$:

1. Проведемо прямі $y = k, k \in Z$;
2. Ті частини графіка $y = g(x)$, які містяться в смузі, визначеній подвійною нерівністю $k \le y < k + 1$, спроектувати на нижню межу $y = k$ смуги;
3. Сукупність шуканих проекцій і буде шуканим графіком.

Розв'яжемо приклад до якого застосуємо усі 3 способи.

Приклад 3. Розв'язати рівняння $2 + 3[x] = 4x$

Розв'язання:

1 спосіб: зведення до мішаної системи. Використовуючи означення цілої частини, складемо систему

$$\begin{cases} [x] = k, k \in Z; \\ k \leq x < k + 1; \\ 2 + 3k = 4x. \end{cases}$$

$4x = 2 + 3k$, $x = \frac{2+3k}{4}$; за властивістю цілої частини $k \leq \frac{2+3k}{4} < k + 1$: $\begin{cases} k \leq 2, \\ k > -2, \end{cases} k \in Z;$ $k = -1, 0, 1, 2$. Далі підставляємо відповідні значення k і знаходимо x.

$$k = -1: x = \frac{2-3}{4} = -\frac{1}{4};\ k = 0: x = \frac{2+0}{4} = \frac{1}{2}; k = 1: x = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4};$$

$$k = 2: x = \frac{2+6}{4} = 2.$$

Відповідь: $x = -0{,}25; 0{,}5; 1{,}25; 2$.

2 спосіб: спосіб локалізації. Перетворимо рівняння $3[x] = 4x - 2$. За властивістю цілої та дробової частини $[x] = x - \{x\}$. $3x - 3\{x\} = 4x - 2$, $-3\{x\} = x - 2$, $\{x\} = \frac{2-x}{3}$. Тоді за властивістю дробової частини $0 \leq \frac{2-x}{3} < 1$. Розв'язуючи подвійну нерівність отримаємо, що $-1 < x \leq 2$. Розв'язуємо його на кожному з проміжків:

$$x\epsilon(-1; 0), [x] = -1 \Rightarrow 4x = -1, x = -\frac{1}{4};\ x\epsilon[0; 1), [x] = 0 \Rightarrow 4x = 2, x = \frac{1}{2};$$

$$x\epsilon[1; 2), [x] = 1 \Rightarrow 4x = 5, x = \frac{5}{4};\ x = 2, [x] = 2 \Rightarrow 4x = 8, x = 2.$$

Відповідь: $x = -0{,}25; 0{,}5; 1{,}25; 2$.

3 спосіб: графічний. Розв'яжемо рівняння відносно цілої частини змінної $[x] = \frac{4x-2}{3}$ і побудуємо графіки функцій $y = [x]$ і $y = \frac{4x-2}{3}$. Ці графіки мають 4 спільні точки $A(x_1; -1), B(x_2; 0), C(x_3; 1), D(x_4; 2)$. Оскільки вони розміщені на прямій, то їхні координати справджують її рівняння:

$$-1 = \frac{4x_1 - 2}{3}, 0 = \frac{4x_2 - 2}{3}, 1 = \frac{4x_3 - 2}{3}, 2 = \frac{4x_4 - 2}{3}.$$

Звідси знаходимо абциси x_1, x_2, x_3, x_4, які і будуть розв'язками рівняння.

Відповідь: $x_1 = -0{,}25, x_2 = 0{,}5, x_3 = 1{,}25, x_4 = 2.$

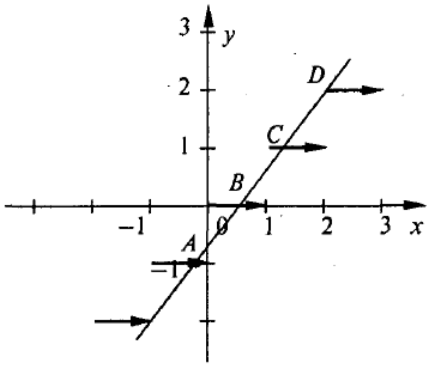


Рис.3. Графік відповідного рівняння

Також в олімпіадних задачах зустрічаються рівняння виду $[f(x)] = [g(x)]$. Цей вид рівняння можна розв'язати такими способами:

1) *Мішана система.*

Розв'язком даного рівняння можуть бути тільки такі x, для яких його права і ліва частини набувають однакових значень $[f(x)] = m$ і $[g(x)] = m$, тобто, які є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} [f(x)] = m, \\ [g(x)] = m. \end{cases}$$

Виходячи з означення функції рантьє ця система рівносильна системі двох нерівностей:

$$\begin{cases} m \le f(x) < m + 1, \\ m \le g(x) < m + 1. \end{cases} \qquad (3)$$

Зауваження. Частіше всього (наприклад, якщо функції $f(x)$ і $g(x)$ необмежені) неможливо перебрати всі ті цілі значення m, які можуть набувати функції $f(x)$ і $g(x)$, щоб для кожного відповідного m знайти розв'язок відповідної системи. Тому потрібно попередньо встановити множину значень m, для яких система (3) не матиме розв'язку. Для цього розв'яжемо обидві нерівності системи (3) відносно x, а самі розв'язки будуть виражені через m.

2) *Метод локалізації.*

Цей метод зводиться до пошуку серед тих x, для яких виконується нерівність

$$|f(x) - g(x)| \le 1.$$

Знайшовши розв'язки, визначаємо, для яких цілих значень набувають функції f і g для знайдених x. Потім серед них вибираємо спільні значення для f і g. Нехай це будуть $m_1, m_2, \dots, m_k$, де $m_i \in Z, i = \overline{1,k}$. Тоді розв'язки рівняння знаходимо з сукупності систем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} [f(x)] = m_1, \\ [g(x)] = m_1, \end{cases} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \begin{cases} [f(x)] = m_k, \\ [g(x)] = m_k. \end{cases} \end{array}\right.$$

Розв'яжемо приклад.

Приклад 4. Розв'язати рівняння:

$$\left[4x-\frac{1}{5}\right]=\left[\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right]$$

1 спосіб – перехід до мішаної системи.

$$\begin{cases}\left[4x-\frac{1}{5}\right]=m,\\ \left[\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right]=m;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 4x-\frac{1}{5}<m+1,\\ m\le\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}<m+1;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5m\le 20x-1<5m+5\\ 4m\le 20x+1<4m+4;\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5m+1\le 20x<5m+6,\\ 4m-1\le 2x<4m+3;\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{4}m+\frac{1}{20}\le x<\frac{1}{4}m+\frac{3}{10},\\ 2m-\frac{1}{2}\le x<2m+\frac{3}{2}.\end{cases}$$

Знаходимо, тепер m, для яких система не має розв'язків. Для цього розв'яжемо сукупність нерівностей

$$\left[\begin{array}{l}\frac{1}{4}m+\frac{1}{20}\ge 2m+\frac{3}{2},\\ 2m-\frac{1}{2}\ge\frac{1}{4}m+\frac{3}{10};\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5m+1\ge 40m+30,\\ 40m-10\ge 5m+6;\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}35m\le -29\\ 35m\ge 16;\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -\frac{29}{30},\\ m\ge\frac{16}{35}.\end{array}\right.$$

Отже, систему нерівностей треба розв'язати для $m=0$:

$m=0, \frac{1}{20}\le x<\frac{3}{10}$.

Відповідь: $\left[\frac{1}{20};\frac{3}{10}\right)$.

2 спосіб – локалізації.

$$\left|4x-\frac{1}{5}-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right|\le 1;\left|\frac{7}{2}x-\frac{9}{20}\right|\le 1.$$

$$x=0:\ \frac{9}{20}\le 1; x=1:\frac{61}{20}>1,\dots.$$

І перевіряючи далі, переконуємося, що нас задовольняє значення тільки нуля.

$$\begin{cases}\left[4x-\frac{1}{5}\right]=0,\\ \left[\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right]=0,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0\le 4x-\frac{1}{5}<1,\\ 0\le\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}<1,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{20}\le x<\frac{3}{10},\\ -\frac{1}{2}\le x<\frac{3}{2},\end{cases}\Rightarrow\left[\frac{1}{20};\frac{3}{10}\right).$$

Відповідь: $\left[\frac{1}{20};\frac{3}{10}\right)$.

Як і для рівняння виду $f(x)=[g(x)]$, для рівнянь $[f(x)]=[g(x)]$ можна використовувати графічний спосіб.

Висновок. Отже, рівняння з цілою та дробовою частинами мають багато варіантів розв'язків, в залежності від виду рівняння. Також вони не є простими для самостійного усвідомлення. Враховуючи, що в підручнику матеріалу з даного питання зовсім мало, тим більше, що такої складності рівнянь там не має. Виходячи з цього, доцільно з даної теми створити гурток, де учні разом з учителем зможуть досконало розібрати дану тему. І в майбутньому у дітей на математичних конкурсах і олімпіадах не будуть виникати проблеми з даним видом завдань.

Список використаних джерел

1. Апостолова Г. В. Ціла та дробова частина числа. / І. Панкратова, Л. Фінкельштейн – М.: Кадр, 2001. – 245 с.
2. Шунда Н. М. Розв'язування рівнянь, пов'язаних з функціями: ціла і дробова частини дійсного числа. — К.: Техніка, 2001. — 124 с.: іл.
3. Вороний О. М. Готуємося до олімпіад з математики. — К.: Основа, 2008. — 255 с.
4. Завало С. Т. Алгебра і теорія чисел: В 2 ч. / В. М Костарчук, Б. І. Хацет – К.: Вища шк., 1976. - Ч.2. - 384 с.
5. Виноградов І. М. Основи теорії чисел : В 6 ч. – М.: Москва, 1952. – 179 с.

Анотація. Молчанова М. Ціла та дробова частина в олімпіадних задачах. *У статті було розглянути означення цілої та дробової частини числа та їхні властивості. Розібрано основні способи розв'язування рівнянь виду* $[f(x)] = g(x)$, *де* f *і* g *– елементарні функції та* $[f(x)] = [g(x)]$, *такі як зведення до мішаної системи, спосіб локалізації та графічний спосіб. До кожного виду рівнянь наведено приклад, який розв'язано запропонованими способами.*

Ключові слова: *ціла частина, дробова частина, функція, рівняння.*

Abstract. Molchanova M. The integer and the fractional part in the olympiad tasks. *There are reviewed the definition of integer and fractional part of the number and some of their properties in this article. It is disassembled basic methods for solving equations of the form* $[f(x)] = g(x)$ *and* $[f(x)] = [g(x)]$, *where* f *and* g *– elementary functions, such as reduction to the mixed system, the localization method and a graphical method. For each of the example equations, which is solved with the proposed methods.*

Keywords: *the whole part, fraction, function, the equation.*

Вікторія Одинцова
Студентка 5 курсу, спеціальність «Математика 6.040201»
vika_odinstova@mail.ru
Науковий керівник – О.С. Чашечникова

ФУНКЦІЇ, ФОРМИ ТА ВИДИ КОНТРОЛЮ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ З МАТЕМАТИКИ. З ДОСВІДУ РОБОТИ

Педагогічний контроль є невід'ємною частиною навчально-виховного процесу, тому що дає змогу перевірити ефективність освітнього процесу, виявити його позитивні та негативні аспекти. Його розглядають як взаємообумовлену, взаємопов'язану та взаємоузгоджену діяльність того, хто навчає, і того, хто навчається, суб'єкта учіння [4].

Необхідність контролю й оцінювання навченості учнів обґрунтовують циклічністю освітнього процесу, що передбачає дію закономірного дидактичного зв'язку [4]. Зазначають, що для педагогічно правильного визначення нової мети навчання необхідно систематично відслідковувати стан навченості учнів та порівнювати отримані результати з запланованими, зокрема – чи задовольняє рівень знань та вмінь учнів вимогам Державного стандарту[1], вимогам відповідної програми з математики.

Отже, важливою є ретельно відпрацьована методика контролю та оцінки знань школярів: отримання об’єктивної інформації про ефективність функціонування системи навчання математики (у конкретному класі, у конкретній школі, загалом у країні); забезпечення зворотнього зв’язку у системі «вчитель-учень», виховання в учнів адекватної самооцінки і почуття відповідальності.

У сучасній педагогіці поряд з термінами «контроль», «оцінювання» розглядають терміни «моніторинг», «діагностика».

Поняття «моніторинг» (лат. *monitor* - той, що нагадує, наглядає, застерігає) у загальному випадку розглядається як комплексна система спостереження за станом об’єкта з метою його контролю, прогнозування та сприяння подальшому розвитку [6, с.170].

В. Полонський дає таке означення: педагогічний моніторинг – довготривале спостереження за станом процесу навчання і виховання та управління цим процесом «шляхом своєчасного інформування учасників про можливість неблагополучних, критичних чи недопустимих випадків» [5, с.150].

Г. Кожаспирова та А. Кожаспиров розуміють під моніторингом – відслідковування результатів; постійне спостереження за певним процесом з метою виявлення його відповідності бажаному результату або початковим гіпотезам; діагностично обумовлена система неперервного відслідковування ефективності навчання і виховання та прийняття управлінських рішень, регулюючих та корегуючих діяльність школи [2, с.212].

Педагогічний моніторинг вивчається в працях В. Бикової, М. Болгарової, Б. Бодрякова, Н. Вербицькова, Г. Єльнікова, Є. Заїки, Н. Морзе, В. Полонського та інших.

Педагогічне діагностування — це вид діяльності, мета якої полягає у встановленні та вивченні ознак, що характеризують стан і результати процесу навчання, та що дає змогу на цій основі прогнозувати можливі відхилення, визначати шляхи їх попередження, а також коригувати процес навчання з метою підвищення якості його результату.

Педагогічна діагностика ставить за мету, по-перше, оптимізувати процес індивідуального навчання. По-друге, в інтересах суспільства забезпечити об'єктивний контроль результатів навчання і, по-третє, керуючись виробленими критеріями, звести до мінімуму помилки у разі вибору учнями профілю і спеціалізації навчання [3].

Серед функції контролю виділяють [7]:

- діагностичну (визначення рівня та якості знань учнів, виявлення прогалин у знаннях та їх причин);
- освітню (систематизація знань учнів, коригування результатів їхньої навчальної діяльності);
- виховну (формування моральних якостей учнів, виховання адекватної самооцінки, дисциплінованості, самостійності, почуття відповідальності);
- розвивальну (формування самостійності та критичності мислення учня, розвиток пізнавальних процесів);
- стимулювальну (спонукання учнів до систематичної праці, досягання кращих результатів у навчанні, подолання прогалин у знаннях);
- прогностичну (визначення шляхів підвищення ефективності роботи вчителя і пізнавальної діяльності учнів);
- оцінювальну (зіставлення виявленого рівня знань, умінь і навичок з вимогами навчальної програми);
- управлінську (коригування роботи учнів і власної діяльності вчителем, удосконалення організації навчання).

Залежно від функцій, що виконує контроль в процесі навчання, виділяють: поточний, тематичний, періодичний контроль .

Поточний контроль спрямований на оперативне виявлення якості засвоєння учнями знань, навичок і вмінь на всіх етапах процесу навчання.

Його використовують учителі у повсякденній навчальній роботі і здійснюють зазвичай у формі систематичних спостережень, усного опитування, письмових робіт, фронтальної бесіди для оперативного оцінювання знань учнів і якості навчально-виховної роботи на уроці [7].

Тематичний контроль полягає у перевірці та оцінюванні знань учнів з кожної логічно завершеної частини навчального матеріалу (теми або розділу). Його використання передбачає попереднє ознайомлення учнів із загальною кількістю занять з теми; кількістю і тематикою основних робіт, термінами їх виконання; питаннями, що виносяться на атестацію; формою проведення атестації та умовами оцінювання.

Тематичну оцінку можна виставляти як на основі поточних результатів навчання, так і враховуючи результати підсумкових робіт [7].

Періодичний контроль має на меті виявити, наскільки успішно учні оволодівають системою знань, який загальний рівень їх засвоєння щодо сучасних вимог.

Основною метою ***підсумкового контролю*** є визначення, наскільки знання
учнів чіткі, структуровані. Ця перевірка здійснюється наприкінці семестру (навчального року) або після завершення вивчення предмета. Основними формами підсумкового контролю є заліки та іспити [7].

Існують різні форми закріплення та контролю знань учнів: математичний диктант, самостійна робота, тестовий контроль, фронтальне опитування, контрольна робота та інші

Математичні диктанти є швидким засобом перевірки знань, особливо коли треба закріпити математичні поняття, означення тощо. Хвилин на 5-10 учням можна запропонувати на початку уроку під час актуалізації знань математичний диктант, який є системою запитань, пов'язаних між собою тематично. Завдання і запитання, що входять в текст математичного диктанту, мають відрізнятися чіткістю.

Самостійна робота – це така робота, яка виконується без безпосередньої участі вчителя, але за його завданням, у спеціально відведений для цього час, при цьому учні, свідомо прагнуть досягти поставлені мети, вживаючи свої зусилля і виражаючи в тій чи іншій формі результат розумових або фізичних (або тих і інших разом). Основною метою проведення самостійних робіт є: привчити учнів самостійно мислити, прищеплювати їм віру у власні сили і розум, активізують розумову діяльність.

Наприклад, працюючи вчителем математики в Путивльській ЗОШ І-ІІІ ступенів №1 Сумської області, під час вивчення теми «Звичайні дроби» в одній із самостійних робіт дітям ми пропонуємо таке завдання: перетворити неправильний дріб у мішане число.

Під час виконання завдання діти повинні, по-перше, знати, що таке звичайні дроби, розрізняти правильні та неправильні дроби; знати алгоритм перетворення неправильного дробу у мішане число; по-друге, вміти ділити числа «стовпчиком» та виділяти остачу; правильно вести запис дробу.

За нашими спостереженнями в ході розв’язування завдань найчастіше виникають помилки, коли діти неправильно записують цілу частину дробу – остачею, а чисельник правильного дробу - неповною часткою.

Після самостійної роботи з теми ми в ході аналізу виконання завдань діагностуємо рівень знань учнів, виявляємо існуючі прогалини, їх причини та пропонуємо учням завдання, спрямовані на корекцію наявних знань та вмінь школярів конкретного класу; визначаємо шляхи підвищення ефективності навчально-пізнавальної діяльності учнів. Оцінювання тоді виконує й функції діагностуючу, освітню, виховну, розвивальну, стимулювальну, прогностичну, оцінювальну та управлінську.

Тестовий контроль - це оперативна перевірка якості засвоєння знань, негайне виправлення помилок і заповнення прогалин.

В ході роботи з учнями ми переконалися, що тестовий контроль допомагає вчителю перевірити рівень формування уявлень і понять учнів, визначити їх просування у навчанні. Використання тестів для перевірки знань учнів підвищує об'єктивність контролю за рівнем знань та умінь на репродуктивному рівні, дозволяє визначити рівень самостійної роботи. Це дуже важлива функція тестів, так як вона дозволяє підвищити ефективність навчального процесу. Але
ми впевнені, що захоплюватися лише тестами не варто.

Однією з форм роботи на уроці, яка сприяє кращому засвоєнню знань, чіткому розумінню суті математичних понять, теорем, математичних перетворень є ***виконання усних вправ***.

Усні вправи активізують розумову діяльність, розвивають увагу, спостережливість, пам'ять , мову, швидкість реакції, підвищують зацікавленість
до матеріалу, що вивчається. Фронтальне опитування також дозволяє перевірити знання, навички і уміння одразу багатьох учнів.

Контрольна робота - це така робота, яка виконується без безпосередньої участі вчителя, але за його завданням протягом 45 хвилин. Мета контрольної роботи - перевірити засвоєння матеріалу теми після її вивчення, включення завдань до тесту різної складності та видів.

Кожна форма контролю дозволяє оцінити рівень знань та вмінь учнів, деякі індивідуальних характеристики навчальної діяльності дітей, таких, як темп діяльності, зосередженість, ступінь розвиненості пам'яті, уваги, відношення до справи.

Аналізуючи досвід роботи вчителів різних предметів Путивльської ЗОШ І-ІІІ ступенів №1, КУ Олександрівської гімназія, ЗОШ І-ІІІ ступенів № 7, Сумської спеціалізованої школи № 25 та свій власний досвід (хоча б і ще не тривалий), робимо висновок, що кожен вчитель хоча б раз стикався з проблемою об’єктивного контролю та оцінки знань, умінь учнів. Існують єдині критерії оцінювання навчальних досягнень школярів з математики, але не лише учні різні, але й вчителі також, тому підходи до визначення відміток за одну й ту ж саму роботу різними вчителями реально можуть відрізнятися.

Як майбутній вчитель математики вважаю своїм девізом слова мого наставника, людини з багаторічним стажем роботи в школі, професора, доктора педагогічних наук Чашечникової Ольги Серафимівни: «Оцінка – це не діагноз, а визначення актуального рівня знань учнів. Вона має спонукати, підтримувати, заохочувати учня до вдосконалення власної системи знань і вмінь».

Наша мета - зробити так, щоб оцінка стала приводом не для зневіри учня у власних силах, а поштовхом для подолання всіх недоліків, що виникли під час засвоєння певного навчального матеріалу, спонукала до активної навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроці.

Список використаних джерел

1. Державний стандарт повної загальної середньої освіти http://old.mon.gov.ua/ua/activity/education/56/692/state_standards/
2. Кожаспирова Г. М. Словарь по педагогике / Г. М. Кожаспирова, А. Ю. Кожаспиров. – Ростов н / Д.: Издательский центр МарТ, 2005. – 448 с.
3. Педагогічна діагностика [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/Педагогічна_діагностика
4. Педагогічна діагностика та тестування [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://mo-mathematics.at.ua/publ/pedagogichna_diagnostika_ta_testuvannja/1-1-0-2
5. Полонский В. М. Словарь по образованию и педагогике / В. М. Полонский. – М.: Высшая школа, 2004. – 512 с.
6. Сучасна українська енциклопедія: Т. 9. – Х.: Клуб сімейного досугу. – 170 с.
7. Чайка. В. М. Основи дидактики : навч. посіб. / В. М. Чайка. – К.: Академвидав, 2011. – 240 с.
8. Чашечникова. О. С. Розвиток творчого мислення майбутнього вчителя математики у процесі розв'язування задач різними способами / О. С. Чашечникова // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології : науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2013. – № 2 (28). – С. 241-247.

Анотація. Одинцова В. **Функції, форми та види контролю навчальних досягнень учнів з математик. З досвіду роботи.** *У статті* *розглянуто питання щодо понять «контроль», «педагогічна діагностика», «моніторинг». Основна увага приділена функціям контролю (діагностична, освітня, виховна, розвивальна, стимулювальна, прогностична, оцінювальна, управлінська) та їх реалізації на практиці, видам та формам контролю (математичний диктант, самостійна робота, тестовий контроль, фронтальне опитування, контрольна робота та інші). Пропонуються деякі наробки з власного досвіду роботи.*

Ключові слова:*. педагогічний контроль, діагностика, моніторинг, види та форми контролю, функції контролю, навчання математики.*

Аннотация. Одинцова В. **Функции, формы и виды контроля учебных достижений учащихся по математике. Из опыта работы.** *В статье рассмотрен вопрос относительно понятий «контроль», «педагогическая диагностика», «мониторинг». Основное внимание уделено функциям контроля (диагностическая, образовательная, воспитательная, развивающая, стимулирующая, прогностическая, оценочная, управленческая) и их реализации на практике, видам и формам контроля (математический диктант, контрольная работа, самостоятельная работа, тестовый контроль, фронтальный опрос и другие). Предлагаются некоторые наработки из собственного опыта работы.*

Ключевые слова: *педагогический контроль, диагностика, мониторинг, виды и формы контроля, функции контроля, обучения математике.*

Abstract. Odintsova V. *Functions, forms and types of control of educational achievements of students in mathematics. From the experience. In the article the question concerning the notions of "control", "pedagogical diagnostics", "monitoring". The main attention is paid to the control functions (diagnostic, educational, developmental, stimulating, prognostic, evaluative and administrative) and their implementation in practice, the types and forms of control (mathematical dictation, control work, independent work, test control, oral quizzes and other). Offers some of the best practices from their own work experience.*

Key words: *pedagogical control, diagnostics, monitoring, forms and types of control, functions of control, learning math.*

Наталія Рєзанова
Студентка 5 курсу, спеціальність «Математика 6.040201»
nata_riezanova_93@mail.ua
Науковий керівник – А.О. Розуменко

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАСАХ

Відмінною рисою сучасного етапу розвитку педагогічної науки є зміна структури та змісту освіти, пов'язана з інформатизацією суспільства в цілому. Нові методи навчання, засновані на активних, самостійних формах оволодіння знаннями та формування компетенцій, доповнюють методи, що використовуються традиційною методикою навчання.

Зараз мабуть немає галузі, де б не використовувався комп'ютер і освітня галузь не є виключенням. Інтерес до вивчення предмету багато в чому залежить від того, як проходять уроки. Вчитель повинен не тільки навчити школяра вчитися, але і виховати особистість, орієнтовану на саморозвиток. Успішно навчатися і навчати в сучасній школі допомагають електронні освітні ресурси та освітні інтернет - ресурси.

Застосування комп'ютерної техніки на уроках дозволяє зробити урок нетрадиційним, яскравим, насиченим, наповнюючи його зміст знаннями з інших наочних областей, що перетворюють математику з об'єкту вивчення в засіб отримання нових знань. Уроки з використанням електронних засобів викликають велику зацікавленість учнів, дозволяють урізноманітнювати види їх діяльності. Електронні освітні ресурси можна використовувати на всіх етапах навчання, але не слід забувати, що вони повинні бути одним із компонентів навчального процесу і застосуватися там, де це доцільно.

Застосування інформаційно - комунікативних технологій значною мірою сприяє досягненню зазначеної мети, бо базується на даних фізіології людини: у пам'яті людини залишається 1/4 частина почутого матеріалу, 1/3 частина побаченого, 1/2 частина побаченого й почутого матеріалу.

Робота з учнями 5-6 класів має свою специфіку, оскільки поряд з навчальною ігрова діяльність займає в ній важливе місце. Навчальні ігри мають на меті, крім засвоєння навчального матеріалу, вмінь і навичок, ще й надання учневі можливості самовизначення, розвитку творчих здібностей, сприяють емоційному сприйманню змісту навчання.

Якщо розглядати молодший підлітковий вік, він характеризується відрізняється підвищенням інтелектуальної активності, яка стимулюється не тільки природною вікової допитливістю, але і бажанням розвинути і продемонструвати оточуючим свої здібності, отримати високу оцінку з їх боку. У зв'язку з цим підлітки «на людях» прагнуть брати на себе найбільш складні і престижні завдання, нерідко виявляють не тільки високорозвинений інтелект, але і неабиякі здібності. Для них характерна емоційно-негативна афективна реакція на дуже прості завдання. Такі завдання їх не приваблюють, і вони відмовляються їх виконувати. При виконанні самостійних робіт учні частіше вибирають найбільш складний варіант, як правило, не зіставивши свої можливості з рівнем складності завдань. У цьому віці підлітки вирішують багато додаткових завдань, які із задоволенням пояснюють своїм однокласникам, тим самим показуючи їм свої здібності. Із задоволенням беруть участь у різних конкурсах, вікторинах, турнірах, які частково задовольняють їх вікову допитливість і черговий раз надають їм можливість продемонструвати свої здібності.

Молодші підлітки починають формулювати гіпотези, досліджувати і порівнювати між собою різні альтернативи при вирішенні одних і тих же завдань. Сфера пізнавальних, у тому числі і навчальних, інтересів підлітків виходить за межі школи і набуває форми пізнавальної самодіяльності - прагнення до пошуку і придбання знань, до формування корисних умінь і навичок. Успішною є робота в групах, де учням надається можливість висувати гіпотези і відстоювати свої ідеї серед однокласників.

Процес організації навчання учнів 5-6 класів з використанням комп’ютерних технологій дозволяє:

- зробити навчання цікавим, з одного боку, за рахунок новизни й незвичайності такої форми роботи для учнів, а з іншого - зробити його захоплюючим і яскравим, різноманітним за формою за рахунок використання мультимедійних можливостей сучасних комп'ютерів;
- ефективно вирішувати проблему наочності навчання, розширити можливості візуалізації навчального матеріалу, роблячи його більш зрозумілим і доступним для учнів;
- індивідуалізувати процес навчання за рахунок наявності різнорівневих завдань за рахунок засвоєння навчального матеріалу в індивідуальному темпі, самостійно, використовуючи зручні способи сприйняття інформації, що викликає в учнів позитивні емоції й формує позитивні навчальні мотиви;
- здійснювати моніторингові відстеження якості засвоєння учнями навчального матеріалу з метою своєчасного коригування процесу вивчення певної теми;
- створити комфортні психологічні умови для учнів під час відповіді на питання;
- здійснювати самостійну навчально - дослідницьку діяльність , розвиваючи тим самим в учнів творчу активність.

Застосування комп’ютера на уроках математики в 5-6 класах має декілька режимів:

- демонстраційний (демонстрація певної навчальної інформації);
- індивідуальний (організація індивідуальної роботи учнів);
- комбінований (застосування на одному уроці і демонстрації, і індивідуальної роботи).

Досить часто вчителі математики використовують програму для створення презентацій Microsoft Power Point.

Програма для створення презентацій Microsoft Power Point є універсальною з точки зору унаочнення навчального матеріалу і може бути застосованою у будь-якому класі на уроці будь-якого типу.

Наведемо приклад розробки уроку з математики в 6 класі з використанням програми Power Point.

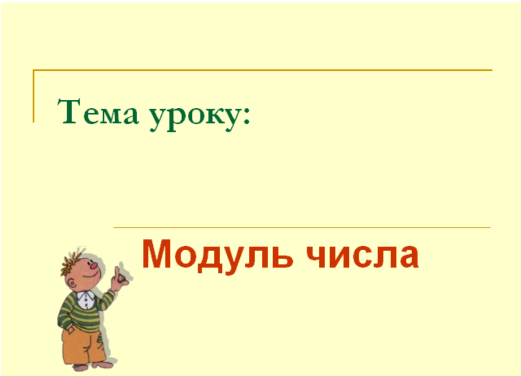
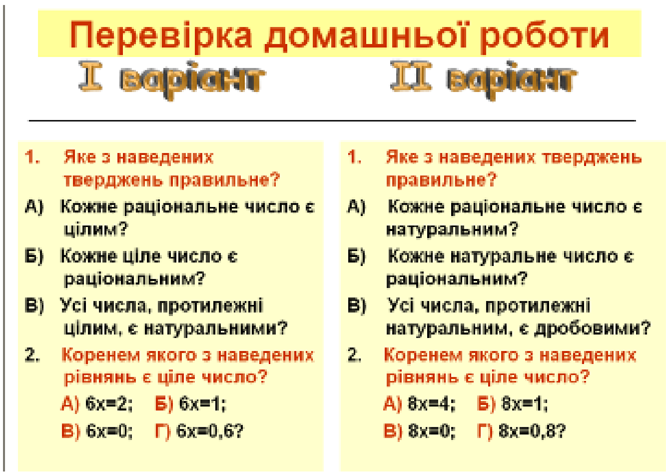
Тема: Модуль числа

Дидактична мета уроку

- Формування поняття модуль;
- Формування умінь знаходити модуль числа та числа за його модулем;

Хід уроку.

I. Мотивація навчальної діяльності. Перевірка домашнього завдання

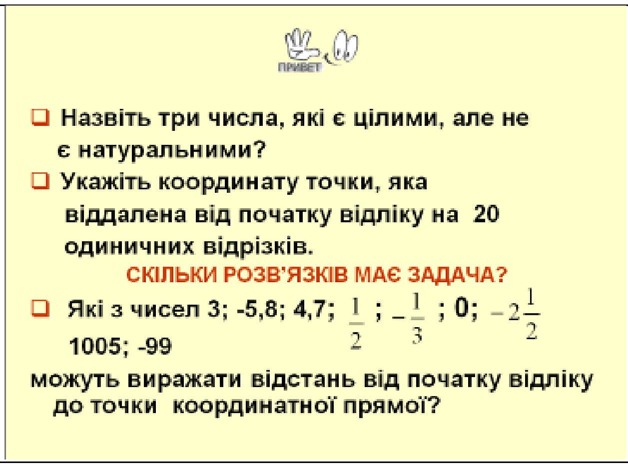
<table>
<tr><th>Зміст слайдів</th><th>Діяльність учнів</th></tr>
<tr><td>
</td><td>Мотивація навчання та повідомлення теми уроку.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Перевірити наявність виконаних домашніх завдань та відповісти на запитання, які виникли в учнів під час їх виконання.
Учні на друкованих аркушах виконують тестові завдання по варіантах (аналогічні до домашніх). Висвітлюється відповідний слайд.</td></tr>
</table>

II. Актуалізація опорних знань учнів.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>

1. Виконання усних вправ

➢ Повторення відомостей про протилежні числа

Повторення проводиться шляхом фронтальної бесіди</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>

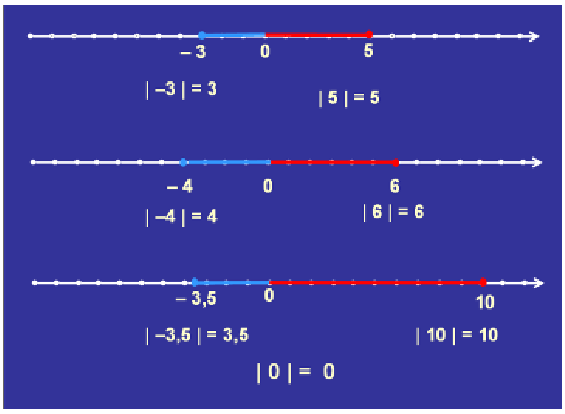
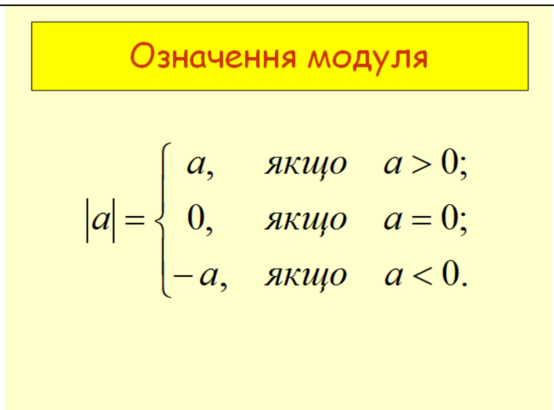
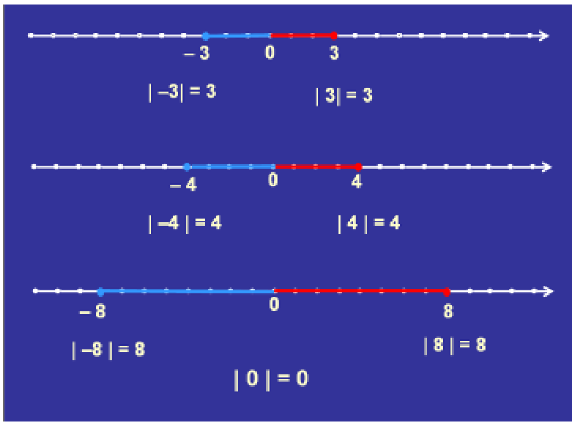
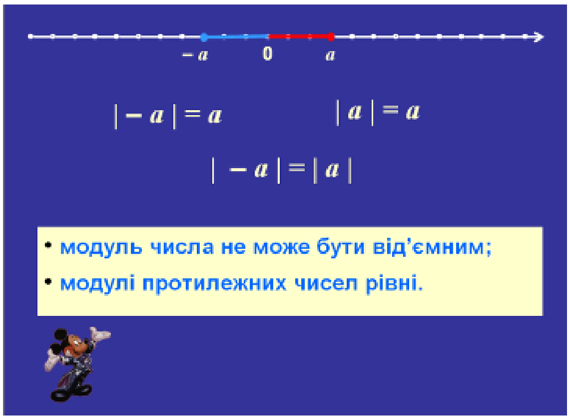
2. Виконання усних вправ</td>
</tr>
</table>

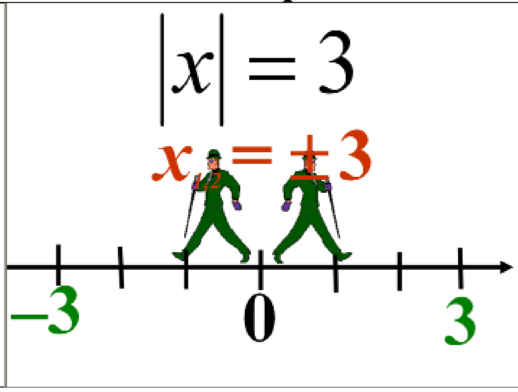
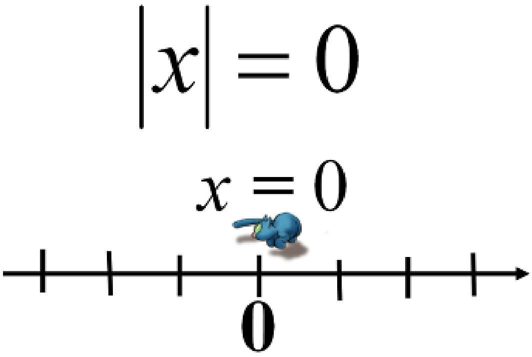
III. Вивчення нового матеріалу

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Означення модуля пропонується після виконання задачі, яка допоможе учням зрозуміти суть поняття модуля числа.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

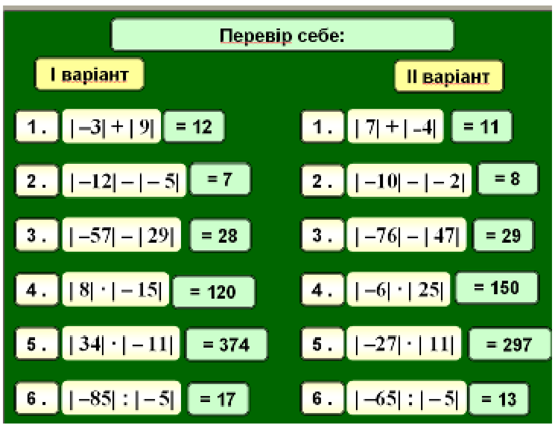
Модулем числа *a* називають відстань від початку відліку до точки, що зображує це число на координатній прямій.

Позначають модуль числа: $|a|$</td>
</tr>
</table>

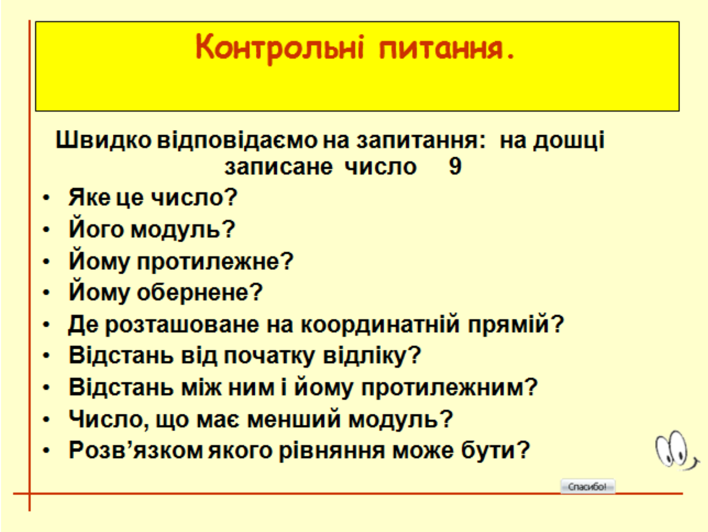
	Осмислення і закріплення нового матеріалу. Знайти модулі чисел -3; 5; -4; 6: -3,5; 10; 0. Учні виконують в зошитах, відповіді динамічно висвітлюються на слайді
	Учні записують означення модуля в опорних конспектах
	Знайти модулі протилежних чисел и числа 0. Учні виконують завдання в зошитах. Відповіді динамічно висвітлюються на слайді
	Учням пропонується зробити висновки про властивості модуля. (Учням роздаються опорні аркуші по темі „Модуль числа”)

<table>
<tr><td colspan="2">IV. Закріплення нових знань і вмінь учнів</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Слід звернути увагу учнів на те, що модуль числа завжди набуває невід’ємних значень, і продемонструвати, як цей факт використовується при розв’язуванні задач</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Учні коментують розв’язування рівнянь і записують у зошитах</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Учням повідомляється, що розв’язування рівннь з модулем, буде продовжено на наступному уроці.
Робота з підручником.</td></tr>
</table>

V. Самостійна робота

<table>
<tr><td>
</td><td>Учні виконують на друкованих аркушах, по варіантах. Після закінчення самостійної роботи, учням пропонується перевірити себе. Правильні відповіді висвітлюються на слайді.</td></tr>
</table>

VI. Оцінювання учнів.



В підсумку уроку вчитель дає оцінку всьому класу та називає оцінки конкретним учням.

Висновки

Отже, використання інформаційно-комунікаційних технологій на уроках математики в 5-6 класах сприяють активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, швидкому та ефективному засвоєнню ними навчального матеріалу, формуванню ключових компетенцій школяра. Використання комп'ютера дає можливість пропонувати учням неординарні, частково-пошукові завдання на визначення закономірностей, на знаходження принципу розташування чисел, математичні кросворди, різноманітну наочність, викликати в дитини радість і задоволення від занять розумовою працею, зацікавити предметом.

Анотація. Рєзанова Н. Використання комп'ютера на уроках математики в 5-6 класах. В статті розглянуто переваги використання комп'ютера на у роках математики в 5-6 класах. Наведений фрагмент уроку з використанням комп'ютерних технологій.

Ключові слова: комп'ютерні технології, інтелектуальна активність, розумова діяльність, пізнавальний інтерес.

Abstract. Rezanova N. Computer use in mathematics lessons in 5-6 classes. The article discusses the advantages of using the computer to do the rocky mathematics in grades 5-6. A snippet of a lesson using computer technology.

Key words: computer technologies, intellectual activity, mental activity, cognitive interest.

Юлія Свириденко
Студентка 5 курсу, спеціальність «Математика»*
yulia110294@mail.ru
Науковий керівник – Ф. М. Лиман

ПРО ДЕЯКІ ОСНОВНІ МЕТОДИ РОЗВЯ'ЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Успішність розв'язання переважної більшості економічних завдань залежить від найкращого, найвигіднішого способу використання ресурсів. У процесі економічної діяльності доводиться розподіляти такі важливі ресурси, як гроші, товари, сировину, обладнання, робочу силу та ін. І від того, як будуть розподілятися ці, як правило, обмежені ресурси, залежить кінцевий результат діяльності, бізнесу.

Суть методів оптимізації полягає в тому, що, виходячи з наявності певних ресурсів, вибирається такий спосіб їх використання (розподілу), при якому забезпечується максимум (чи мінімум) показника, що нас цікавить. При цьому враховуються певні обмеження, що накладаються на використання ресурсів умовами економічної ситуації.

В якості методів оптимізації в економіці вважають використання всіх основних розділів математичного програмування (планування): лінійне, нелінійне, динамічне, стохастичне.

Лінійне програмування (планування) — математичний метод відшукування максимуму чи мінімуму лінійної функції при наявності обмежень у вигляді лінійних нерівностей чи рівнянь [6].

Функція, що максимізується (мінімізується), – це прийнятий критерій ефективності розв'язування завдань, що відповідає поставленій меті. Вона носить назву *цільової функції.*

Обмеження характеризують наявні можливості розв'язання завдання.

Суть розв'язання завдань лінійного програмування полягає в знаходженні умов, що спрямовують цільову функцію в мінімум чи максимум.

Розв'язок, що задовольняє умови завдання і відповідає поставленій меті, називається *оптимальним планом.*

Лінійне програмування (планування) служить для вибору найкращого плану розподілу обмежених однорідних ресурсів з метою розв'язання поставлених завдань.

Якщо кількість змінних системи обмежень і цільової функції в математичній моделі завдання лінійного програмування дорівнює двом або трьом, то таке завдання можна розв'язати графічно чи аналітично. При більшій кількості змінних завдання розв'язують, як правило, симплекс-методом.

Лінійне програмування є один з найбільш значущих розділів математики, де здійснюється вивчення теоретичних і методичних основ розв'язування певних завдань. Дана математична дисципліна широко використовується в останні роки в різноманітних економічних і технічних галузях, де не остання роль відведена математичному плануванню та використанню автоматичних систем обчислення. Цей розділ науки присвячений вивченню лінійних оптимізаційних моделей.

Етапи розв'язування прикладної задачі (див. [3]):

1) Формулювання задачі в термінах певної предметної галузі знань (математика, фізика, економіка тощо) – постановка задачі.

2) Формалізація задачі, побудова інформаційної (зокрема математичної) моделі.

3) Вибір методу розв'язування формалізованої задачі.

4) Розробка плану розв´язування або алгоритму.

5) Безпосередньо саме розв'язування.

6) Аналіз одержаних результатів.

Основними методами розв'язування задач лінійного програмування є графічний та симплексний методи. Розглянемо їх реалізацію на конкретному прикладі.

Задача 1. На меблевій фабриці зі стандартних листів фанери потрібно вирізати 24, 28 і 18 заготовок трьох розмірів. Лист фанери можна розрізати двома способами. Кількість отриманих заготовок та площу відходів за кожного способу розрізування одного листа фанери наведено в таблиці:

Таблиця 1

Вихідні дані задачі

Заготовка	Кількість отриманих заготовок, шт., за способами	
	першим	другим
1	2	6
2	4	4
3	2	3
Площа відходів, см^2	12	18

Скільки листів фанери та за яким способом слід розрізати, щоб отримати потрібну кількість заготовок з мінімальними відходами.

Побудова математичної моделі. Нехай x_1, x_2 — кількість листів фанери, які необхідно розрізати відповідно першим і другим способом.

Цільова функція — мінімізація відходів під час розрізування листа фанери. Математично це записується так:

$Z = 12x_1 + 18x_2 \to \max.$

Обмеження математичної моделі враховують кількість заготовок кожного виду, які потрібно отримати:

для заготовки 1 $2x_1 + 6x_2 \geq 24;$
для заготовки 2 $4x_1 + 4x_2 \geq 28;$
для заготовки 3 $2x_1 + 3x_2 \geq 18;$

Отже, економіко-математична модель задачі має вигляд:

$Z = 12x_1 + 18x_2 \rightarrow \min$

за обмежень

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \geq 24 \\ 4x_1 + 4x_2 \geq 28 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 18 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Графічний метод (див. [2]).

Крок 1. Побудуємо область допустимих розв’язків, тобто розв’яжемо графічно систему нерівностей. Для цього побудуємо кожну пряму і визначимо півплощини, задані нерівностями (півплощини позначені штрихом).

Побудуємо рівняння $2x_1 + 6x_2 = 24$ по двох точках. Знаходження першої точки: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$. Знаходження другої точки: $x_2 = 0$, $x_1 = 12$. З'єднуємо точки (0; 4) і (12; 0) прямою. Визначимо півплощину, що задається нерівністю $2x_1 + 6x_2 \geq 24$. Підставивши координати точки O(0; 0): $2 \cdot 0 + 6 \cdot 0 - 24 \leq 0$, тобто $2x_1 + 6x_2 - 24 \geq 0$ в півплощині вище прямої.

Аналогічно для наступних двох обмежень $4x_1 + 4x_2 \geq 28$ і $2x_1 + 3x_2 \geq 18$.

Крок 2. Межі області допустимих розв’язків.

Перетином півплощин буде область, координати точок якої задовольняють умови обмежень задачі, тобто системи нерівностей. Позначимо кордони області багатокутника розв’язків. Отримаємо необмежену область – многокутник розв’язків з кутовими точками A, B, C, D.

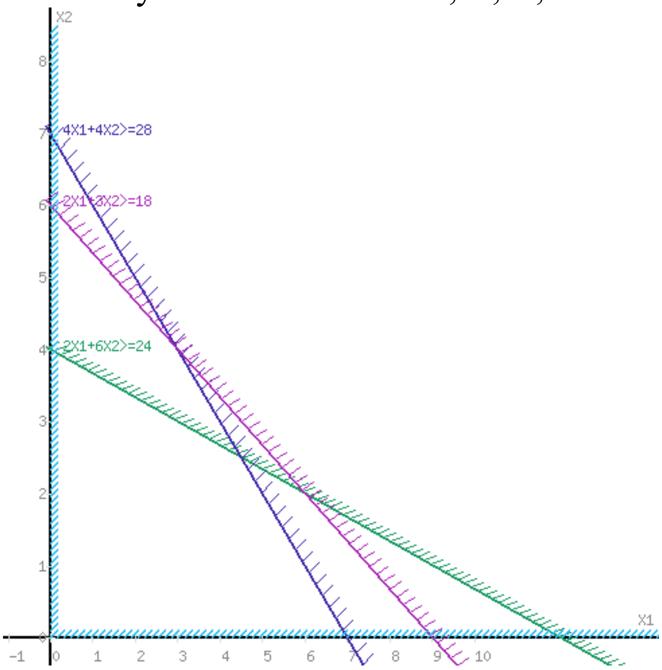


Рис. 1. Ілюстрація кроку 1 графічного метода.

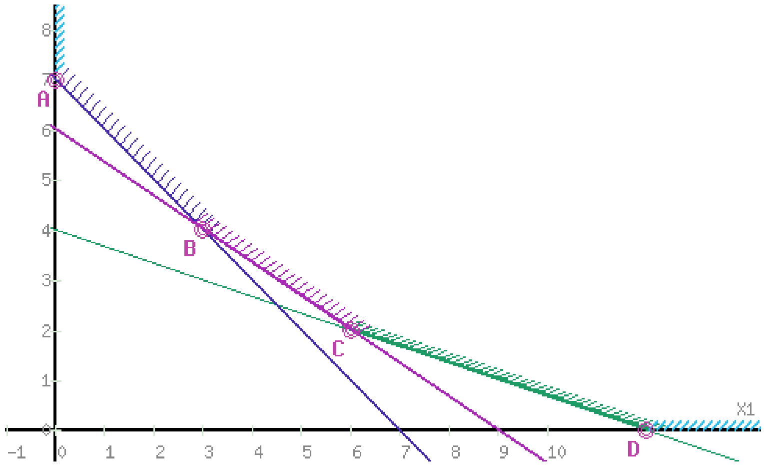


Рис. 2. Ілюстрація кроку 2 графічного метода.

Крок 3. Розглянемо цільову функцію задачі $F = 12x_1 + 18\,x_2 \to \min$.

Побудуємо пряму, $F = 12x_1 + 18x_2 = 0$ (1), яка відповідає значенню функції $F = 0$. Радіус-вектор, складений з коефіцієнтів цільової функції (12; 18), вказує напрямок мінімізації F (X). Будемо рухати пряму (1) паралельно самій собі. Рухаємо пряму до першого дотику позначеної області. На графіку ця пряма позначена пунктирною лінією.

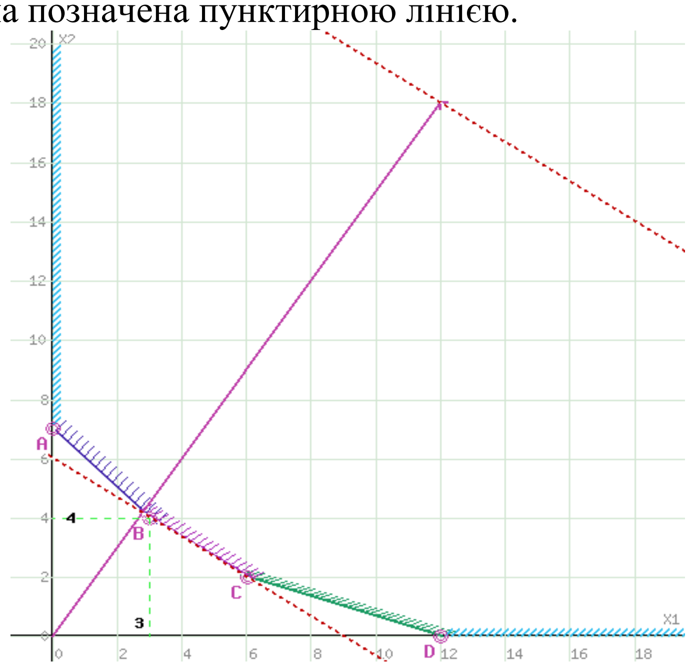


Рис. 3. – Ілюстрація кроку 3 графічного метода.

Пряма F (x) = const перетинає область в точці C. Оскільки точка C отримана в результаті перетину прямих (1) і (3), то її координати задовольняють систему рівнянь цих прямих:

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 = 24 \\ 2x_1 + 3x_2 = 18 \end{cases} \quad \to \quad \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Звідки знайдемо мінімальне значення цільової функції:

$F_{min} = F(C) = 12 \cdot 6 + 18 \cdot 2 = 108$

Оскільки цільова функція F (x) паралельна прямій (3), то на відрізку CB функція F (x) буде приймає одне і теж мінімальне значення.

Для визначення координат точки B:

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 = 28 \\ 2x_1 + 3x_2 = 18 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Звідки знайдемо мінімальне значення цільової функції:

F (X) = 12 • 3 + 18 • 4 = 108

Симплекс-метод (див. [1]).

Розв'яжемо пряму задачу лінійного програмування симплексним методом, з використанням симплексної таблиці.

Визначимо мінімальне значення цільової функції $F(X) = 12x_1 + 18x_2$ при наступних умовах-обмеженнях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \geq 24 \\ 4x_1 + 4x_2 \geq 28 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 18 \end{cases}$$

Для побудови першого опорного плану систему нерівностей приведемо до системи рівнянь шляхом введення додаткових змінних (перехід до канонічної форми).

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 - 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 = 24 \\ 4x_1 + 4x_2 + 0x_3 - 1x_4 + 0x_5 = 28 \\ 2x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 - 1x_5 = 18 \end{cases}$$

Зведемо задачу F (X) → min до задачі - F (X) → max. Для цього множимо F(X) на (-1).

$$\begin{cases} -2x_1 - 6x_2 + 1x_3 + 0x_4 + 0x_5 = -24 \\ -4x_1 - 4x_2 + 0x_3 + 1x_4 + 0x_5 = -28 \\ -2x_1 - 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 1x_5 = -18 \end{cases}$$

$- F(x) = - 12x_1 - 18x_2 \rightarrow max$

Розв'яжемо систему рівнянь щодо базисних змінних: x_3, x_4, x_5. Вважаючи, що вільні змінні рівні 0, отримаємо перший опорний план: X_0 = (0,0,-24,-28,-18)

Базисний розв'язок називається допустимим, якщо він невід'ємний.

Таблиця 2

Розрахунок симплекс-методом

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	-24	-2	-6	1	0	0
x_4	-28	-4	-4	0	1	0
x_5	-18	-2	-3	0	0	1
F(X0)	0	12	18	0	0	0

Ітерація №0.

1. Перевірка критерію оптимальності. План 0 в симплексній таблиці є псевдопланом, тому визначаємо провідні рядок і стовпець.

2. Визначення нової вільної змінної. Серед від'ємних значень базисних змінних вибираємо найбільший по модулю. Провідною буде 2-ий рядок, а змінну x_4 слід вивести з базису.

3. Визначення нової базисної змінної. Мінімальне значення θ відповідає 2-му стовпцю, тобто змінну x_2 необхідно ввести в базис. На перетині провідних рядка і стовпця знаходиться вирішальний елемент рівний (-4).

Таблиця 3

Вільна та базисна змінні

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	-24	-2	-6	1	0	0
x_4	-28	-4	**-4**	0	1	0
x_5	-18	-2	-3	0	0	1
F(X0)	0	12	**18**	0	0	0
Θ		12 : (-4) = -3	18 : (-4) = $-4^1/_2$	-	-	-

4. Перерахунок симплекс-таблиці. Виконуємо перетворення симплексної таблиці методом Жордана – Гаусса.

Таблиця 4

Перерахунок симплекс-таблиці методом Жордана – Гауса

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	18	4	0	1	$-1^1/_2$	0
x_2	7	1	1	0	$^{-1}/_4$	0
x_5	3	1	0	0	$^{-3}/_4$	1
F(X0)	-126	-6	0	0	$4^1/_2$	0

Представимо розрахунок кожного елемента у вигляді таблиці:

Таблиця 5

Розрахунок елементів таблиці

B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
-24-(-28 • (-6)):-4	-2-(-4 • (-6)):-4	-6-(-4 • (-6)):-4	1-(0 • (-6)):-4	0-(1 • (-6)):-4	0-(0 • (-6)):-4
-28 : -4	-4 : -4	-4 : -4	0 : -4	1 : -4	0 : -4
-18-(-28 • (-3)):-4	-2-(-4 • (-3)):-4	-3-(-4 • (-3)):-4	0-(0 • (-3)):-4	0-(1 • (-3)):-4	1-(0 • (-3)):-4
0-(-28 • 18):-4	12-(-4 • 18):-4	18-(-4 • 18):-4	0-(0 • 18):-4	0-(1 • 18):-4	0-(0 • 18):-4

У базисному стовпці всі елементи додатні. Переходимо до основного алгоритму симплекс-методу.

Ітерація №1.

1. Перевірка критерію оптимальності. Поточний опорний план неоптимальний, тому що в індексному рядку знаходяться від'ємні коефіцієнти.

2. Визначення нової базисної змінної. За провыдний виберемо стовпець, відповідний змінної x1, так як це найбільший коефіцієнт за модулем.

3. Визначення нової вільної змінної. Обчислимо значення D_i по рядках як частка від ділення: b_i / a_{i1} і з них виберемо найменше: min (18: 4, 7: 1, 3: 1) = 3. Отже, 3-й рядок є провідним.

Провідний елемент дорівнює (1) і знаходиться на перетині провідного стовпця і провідного рядка.

Таблиця 6

Розрахунок провідного елемента таблиці

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	min
x_3	18	4	0	1	$-1^1/_2$	0	$4^1/_2$
x_2	7	1	1	0	$^{-1}/_4$	0	7
x_5	3	**1**	0	0	$^{-3}/_4$	1	**3**
F(X1)	-126	**-6**	0	0	$4^1/_2$	0	0

4. Перерахунок симплекс-таблиці. Формуємо наступну частину симплексной таблиці. Замість змінної x_5 в план 1 увійде змінна x_1. Рядок, відповідний змінній x_1 в плані 1, отриманий в результаті поділу всіх елементів рядка x_5 плану 0 на провідний елемент PE = 1 На місці провідного елемента отримуємо 1. В інших клітинах стовпця x_1 записуємо нулі.

Отримуємо нову симплекс-таблицю:

Таблиця 7

Перерахунок симплекс-таблиці

Базис	B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	6	0	0	1	$1^1/_2$	-4
x_2	4	0	1	0	$^1/_2$	-1
x_1	3	1	0	0	$^{-3}/_4$	1
F(X2)	-108	0	0	0	0	6

Ітерація №2.

1. Перевірка критерію оптимальності. Серед значень індексного рядка немає від'ємних. Тому ця таблиця визначає оптимальний план завдання.

Оптимальний план можна записати так:
$X_{опт} = X_2$ (3,4)
F (X) = 12 • 3 + 18 • 4 = 108.
При цьому значення додаткових невідомих x_3, x_4, x_5 відкидають.

Висновок. Як видно з прикладів та підтверджує теорія розв'язками задачі є кутові точки багатокутника (опорні плани) не включаючи внутрішні точки області, на відміну від класичного аналізу декількох змінних, в якому екстремуми розглядуваних функцій досягаються у внутрішніх точках області. Саме ця відмінність і призвела до появи нового розділу лінійне програмування. Початком його розвитку як самостійного наукового напрямку слід вважати перші спроби застосування методів математичного програмування в прикладних дослідженнях, насамперед в економіці. Справжнім початком математичного програмування в сучасному розумінні вважають праці радянського вченого Л. В. Канторовича(19.01.1912 – 7.04.1986). Наприкінці 30-х років у Ленінградському університеті ним уперше були сформульовані та досліджувались основні задачі, критерії оптимальності, економічна інтерпретація, методи розв'язання та геометрична інтерпретація результатів розв'язання задач лінійного програмування. Сам термін «лінійне програмування» був введений дещо пізніше, 1951 року, у працях американських вчених Дж. Данцига(8.11.1914–13.05.2005) та Г. Кумпанса(28.08.1910 – 26.02.1985) [4].

1947 року Дж. Данцигом також був розроблений **основний метод розв'язування задач лінійного програмування — симплексний метод,** що вважається початком формування лінійного програмування як самостійного напрямку в математичному програмуванні. Наступним кроком стали праці Дж. Неймана(28.12.1903 -8.02.1957) (1947р.) щодо розвитку концепції двоїстості, що уможливило розширення практичної сфери застосування методів лінійного програмування.

Періодом найінтенсивнішого розвитку математичного програмування є п'ятдесяті роки. У цей час з'являються розробки нових алгоритмів, теоретичні дослідження з різних напрямків математичного

Серед радянських вчених того періоду слід виокремити праці В.С.Немчинова, В.В.Новожилова, Н.П.Федоренка, С.С.Шаталіна, В.М.Глушкова, В.С.Михалевича, Ю.М.Єрмольєва та ін.

На сучасному етапі лінійне програмування включає широке коло задач з відповідними методами розв'язання, що охоплюють різноманітні проблеми розвитку та функціонування реальних економічних систем[5].

Список використаних джерел

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. - М., 1986. - 320с
2. Бугір М.К., Якімов Ф.П. Посібник для розв’язування задач з математичного програмування - Тернопіль, 1996. - 200 с.
3. Вивальнюк Л.Н. Елементи лінійного програмування - Київ: Вища школа, 1975. - 356 с.
4. Кузнецов Ю.Н., Козубов В.И., Волощенко А.Б. Математическое програмирование - М.: Высшая школа, 1976
5. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування: Навч. посіб. – К.: КНЕУ, 2003.- 452 с.
6. Цегелик Г.Г. Лінійне програмування - Львів : Світ , 1995- 150 с.

Анотація. Свириденко Ю. Про деякі основні методи розв’язування задач лінійного програмування. *У статті проаналізовано деякі питання що стосуються лінійного програмування. На прикладі однієї задачі представлено способи розв’язання задач лінійного програмування такі як: графічний та симплекс-метод. Подано коротку історичну довідку про розвиток математичного програмування.*

Ключові слова: *лінійне програмування, графічний метод, симплекс-метод, цільова функція, симплекс-таблиця, обмеження.*

Abstract. Sviridenko Y. On some basic methods for solving linear programming problems. *There are analyzesd some issues relating to linear programming, its objectives and the properties of solutions of linear programming problems in this article. For example, It’s presented the different ways to solve one task linear programming problems such as graphical method and simplex method. It’s obtained some historical notation about development of mathematical programming.*

The article analyzes some issues relating to linear programming.

Keywords: *linear programming, graphical method, simplex method, objective function, simplex table limits.*

Вікторія Сінчук
Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка
z-0094@mail.ru
Науковий керівник – А.О. Розуменко

ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ У КУРСІ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

Питання про перетворення виразів – одне з найважливіших у шкільному курсі математики. Без знання тотожних перетворень не можна було б розв'язувати рівняння, доводити теореми, не можна вивчати й вузівську математику[3, с.182].

Тотожні перетворення виразів становлять зміст однієї з чотирьох провідних ліній шкільного курсу алгебри. Уміння вільно виконувати основні тотожні перетворення алгебраїчних і тригонометричних виразів необхідні не лише для успішного навчання математики; вони істотно впливають на ефективність оволодіння знаннями з фізики та деяких інших шкільних дисциплін. Відомий англійський математик У. Сойєр зазначав, що до цього часу багато чого в науці залежить від здатності добре і грамотно користуватися мовою найпростішої алгебри, а вміння легко перетворювати елементарні алгебраїчні вирази досить корисне і для вивчення алгебри сучасності[2, с. 97].

Учні починають знайомитися з найпростішими числовими та буквеними виразами ще у початковій школі та продовжують вивчати їх у курсі математики 5-6 класів. Це відбувається під час вивчення перетворень виразів за законами арифметичних дій. А у курсі алгебри потрібно на основі здобутих знань і умінь, систематизувати, поглибити та розширити знання, уміння та навички учнів. Вони повинні добре засвоїти поняття про вирази та їх перетворення, та застосовувати здобутті знання до розв'язування задач різних типів (спрощення виразів, розв'язування рівнянь, нерівностей, доведення тотожностей та ін.).

У програмі курсу математики 5-6 класів перша змістова лінія (числа і дії над ними) розвивається далі у зв'язку з повторенням, систематизацією і узагальненням, а також з певним розширенням, одержаних у початковій школі відомостей про натуральні числа і дії над ними. Зокрема, навички читання, запису і порівняння багатоцифрових чисел поширюються в межах мільярда. Дії виконуються над багатоцифровими числами, вводяться правила округлення натуральних чисел, десяткових дробів. Множина натуральних чисел і нуля розширюється: вивчаються дробові числа (звичайні і десяткові дроби, проценти), розглядаються ознаки подільності і пов'язані з подільністю поняття найбільшого спільного дільника (НСД) і найменшого спільного кратного (НСК), вивчаються додатні і від'ємні числа та дії над ними[6].

Основний зміст навчального матеріалу курсу математики в 5-6 класах становить розвиток поняття числа та дії над раціональними числами. Водночас у цьому курсі починають розвиватися інші змістові лінії алгебри – тотожні перетворення, рівняння та нерівності[1, с.185].

Основною метою вивчення є формування уявлення про числові та буквені вирази, початкового уміння використання буквеної символіки для позначення відношень чисел, запису законів арифметичних дій, формул розв'язування нескладних лінійних рівнянь на основі залежності результатів дій від компонентів і перенесенням членів з однієї частини рівняння в другу, функціональна пропедевтика[1, с.185].

Вимоги до знань і вмінь: мати уявлення про числові та буквені вирази, розпізнавати їх, вміти використовувати букви для запису законів арифметичних дій, складати числові й прості буквені вирази за умовами текстових задач, знати правило розкриття дужок, зведення подібних доданків і вміти використовувати ці перетворення виразів.

У 5-6 класах повторюються, розширюються та поглиблюються знання учнів про числові й буквені вирази у зв'язку з розширенням числових множин.

У 5-6 класах ще не вживають термін «тотожно рівні вирази», «тотожні перетворення виразів», але виконують найпростіші перетворення числових і буквених виразів на основі законів арифметичних дій та обернені перетворення. Найважливішим перетворенням на цьому етапі є записування сум на зразок $a + a + a + a$ у вигляді добутку й обернене перетворення, розкриття дужок, перед якими стоїть знак «–», додатний або від'ємний числовий та буквений множники, винесення спільного множника за дужки, зведення подібних доданків (термін «подібні члени» в 5-6 класах ще не використовують).

Теоретичною основою таких перетворень є розподільний закон множення. Мотивацією до вивчення кожного з них на сам перед має стати потреба спрощення обчислень значень виразів, а пізніше – застосування до розв'язування рівнянь.

У зв'язку з вивченням поняття «коефіцієнт» достатньої уваги потребують вправи на спрощення виразів, що є добутками числових і буквених виразів з коефіцієнтами.

Шкільний курс алгебри містить шість основних змістових ліній: розвиток поняття про число, тотожні перетворення виразів, рівняння і нерівності, вчення про функцію, елементи теорії множин (комбінаторика), елементи стохастики (початки теорії ймовірностей і вступ до статистики).

Метою вивчення алгебри в основній школі є вдосконалення обчислювальних навичок, поглиблення розуміння буквених виразів, їх видів і тотожних перетворень цілих, дробових, ірраціональних виразів; поглиблення та розширення апарату рівнянь і нерівностей як основного засобу математичного моделювання прикладних задач; формування уявлень про функцію; ознайомлення з елементами теорії множин і комбінаторикою, початками теорії ймовірностей та вступу до статистики.

Після вивчення курсу учні мають оволодіти такими знаннями й уміннями, що задають обов'язковий рівень підготовки:

- мати уявлення про раціональні й ірраціональні числа, дійсні числа, наближене значення числа і величини; знати означення квадратного кореня, абсолютної та відносної похибки; правила наближених обчислень без строгого врахування похибок (правила підрахунку правильних цифр);
- виконувати арифметичні дії над точними і наближеними значеннями (зокрема, з використанням калькулятора), вміти прикидати в думці й оцінювати точність результатів обчислень;
- розуміти суть одночлена, багаточлена, алгебраїчного дробу, дробового виразу; знати формули скороченого множення, правила виконання основних видів тотожних перетворень виразів, зазначених у програмі;
- виконувати тотожні перетворення цілих і раціональних виразів (зокрема, за допомогою формул скороченого множення), ірраціональних виразів, що містять квадратні корені;
- розуміти суть числових нерівностей і знати їхні властивості, розуміти суть нерівності зі змінною, лінійного, квадратного, раціонального рівняння і нерівності;
- вміти розв'язувати зазначенні в програмі види рівнянь і нерівностей, систем рівнянь і нерівностей, текстові задачі методом рівняння;
- мати уявлення про функцію;
- вміти розрізняти види функцій, наведених у програмі, виражати на простих прикладах залежності між змінними; знаходити значення функцій, заданих формулою, таблицею, графіком[1 с.193].

У курсі алгебри розглядають тотожні перетворення цілих, раціональних виразів і простіших радикалів: розкриття дужок і взяття у дужки, множення одночленів, зведення подібних членів, додавання, віднімання і множення многочленів, розкладання многочленів на множники за допомогою винесення спільного множника за дужки і формул скороченого множення; додавання, віднімання, множення і ділення раціональних дробів, тотожні перетворення виразів, що містять квадратний корінь і корінь n-го степеня, а також нестандартних тригонометричних виразів з використанням формул, вказаних у програмі.

Перетворення виразів – одне з найважливіших питань курсу алгебри і всієї шкільної математики. Воно супроводжує розв'язування рівнянь і нерівностей, доведення теорем, розв'язування задач. Виконання тотожних перетворень вимагає від учнів знання відповідних теоретичних відомостей і наявності «впевнених» практичних навичок. Найбільшої уваги потребують тотожні перетворення раціональних виразів і виразів з радикалами, бо цей матеріал частина учнів опановує із значними труднощами [2, с.7-8].

Аналіз програми з математики

У курсі математики 5-6 класів розвивається, збагачується і поглиблюється знання учнів про числові й буквені вирази. Навчальний матеріал, що стосується виразів має загалом пропедевтичний характер. Ознайомлення з ним готує учнів до свідомого системного вивчення відповідних тем у курсах алгебри і геометрії. Зокрема, учні мають навчитись обчислювати значення простих буквених виразів.

У курсі ***алгебри*** 7-9 класів одним із основних завдань є формування умінь виконання тотожних перетворень цілих і дробових виразів.

Основу курсу становлять перетворення раціональних та ірраціональних виразів. Важливо забезпечити формування умінь школярів вільно виконувати основні види перетворень таких виразів, що є передумовою подальшого успішного засвоєння курсу та використання математичного апарату під час вивчення інших шкільних предметів.

Детальніше щодо теми, в яких вивчаються тотожні перетворення виразів розглянуто в *Таблиці 1*.

Таблиця 1

Клас	Тема(кількість годин)	Зміст щодо теми дипломної роботи	Вимоги до рівня знань учнів з даних питань
5	Натуральні числа і дії з ними. Геометричні фігури і величини.	Числові вирази. Буквені вирази та формули.	**Учень/учениця:** **наводить приклади:** числових і буквених виразів **розв'язує вправи, що передбачають:** обчислення значень числових і буквених виразів;
6	Звичайні дроби (30)	Скорочення дробу. Зведення дробів до спільного знаменника. Арифметичні дії зі звичайними дробами	**Учень/учениця:** **пояснює** правила: додавання, віднімання, множення і ділення звичайних дробів; **розв'язує вправи, що передбачають:** скорочення дробу і зведення дробів до спільного знаменника; порівняння дробів; додавання, віднімання, множення і ділення звичайних дробів;

6	Раціональні числа та дії з ними (64)	Арифметичні дії з раціональними числами. Властивості додавання і множення раціональних чисел. Розкриття дужок. Подібні доданки та їх зведення	**Учень/учениця:** **формулює:** правила виконання чотирьох арифметичних дій з раціональними числами; розкриття дужок; зведення подібних доданків; **розв'язує вправи, що передбачають:** додавання, віднімання, множення і ділення раціональних чисел; обчислення значень числових виразів, що містять додатні й від'ємні числа; розкриття дужок, зведення подібних доданків;
7	Цілі вирази (43)	Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Тотожність. Тотожні перетворення виразу. Одночлен. Стандартний вигляд одночлена. Піднесення одночленів до степеня. Множення одночленів Многочлен. Подібні члени многочлена та їх зведення. Стандартний вигляд многочлена. Степінь многочлена Додавання,	**Учень/учениця:** **наводить приклади:** числових виразів; виразів зі змінними; **пояснює:** що таке: тотожні вирази, тотожне перетворення виразу. **формулює:** означення: одночлена, степеня з натуральним показником, многочлена, подібних членів многочлена, степеня многочлена; правила: множення одночлена і многочлена, множення двох многочленів **записує і обґрунтовує:** формули скороченого множення **розв'язує вправи, що передбачають:** обчислення значень виразів зі змінними; зведення одночлена до стандартного вигляду; перетворення добутку одночлена і многочлена,

		віднімання і множення многочленів Формули квадрата двочлена, різниці квадратів, суми і різниці кубів Розкладання многочленів на множники	суми, різниці, добутку двох многочленів у многочлен; розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки, способом групування, за формулами скороченого множення та із застосуванням декількох способів; використання зазначених перетворень у процесі розв’язування рівнянь, доведення тверджень.
8	Раціональні вирази (32)	Раціональні вирази	**Учень/учениця:** **наводить приклади** раціонального виразу **розпізнає** цілі раціональні вирази, дробові раціональні вирази
8	Квадратні корені. Дійсні числа. (14)	Ірраціональні числа.	**Учень/учениця:** **розв’язує вправи, що передбачають:** застосування поняття арифметичного квадратного кореня для обчислення значень виразів, спрощення виразів, порівняння значень виразів; перетворення виразів із застосуванням винесення множника з-під знака кореня, внесення множника під знак кореня, звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу;

З поняттями «вираз», «значення виразу», і відповідними термінами учні ознайомлювались ще в початковій школі, де вони мали справу здебільшого з числовими виразами. Прості буквені вирази їм також траплялися. У 5-6 класах було поглиблено відомості про числові вирази; розглянуто найпростіші тотожні перетворення без використання відповідного терміна – йшлося про «спрощення виразів» [1, с.210].

Таке визначення числових та буквених виразів пропонується нам в підручнику «Математика» для 5-го класу авторів Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С.: «Запис складений з чисел, знаків, арифметичних дій та дужок, називають числовим виразом».

Також в підручнику наводиться такий приклад: Як знайти периметр прямокутника, сторони якого дорівнюють 3 см і 5 см.

Розв'язання: $2 \cdot (3 + 5)$ або $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$

Відповідь: 16 см.

Та зазначається, що «…число 16 є значенням виразу $2 \cdot (3 + 5)$».

А якщо позначити сторони прямокутника 3 см та a см, то відповіддю буде вираз $2 \cdot (3 + a)$. «Запис $2 \cdot (3 + a)$ являє собою буквений вираз»[4 с].

Поняття тотожно рівних виразів, тотожності вперше вводять до курсу алгебри 7 класу на рівні означень. Поняття тотожних перетворень виразів пояснюють описово на прикладах[1, с.211].

Означення. Вирази відповідні значення яких є рівними при будь яких значеннях змінних, що входять до них, називають тотожно рівними.

Наприклад вирази $2\,(x - 1) - 1$ і $2x - 3$ – тотожно рівні, а вирази $x^2 - x$ і $5x^2 - 5x$ не є тотожно рівними.

Означення. Рівність, яка є правильною при будь яких значеннях змінних, що входять до неї, називають тотожністю.

З пари тотожно рівних виразів легко отримати тотожність.

Наприклад, рівність $3x + y = y + 3x$ є тотожністю[5 с. 28].

Такі означення пропонуються в підручнику «Алгебра» для 7-го класу під редакцією Мерзляка А.Г., Полонського В.Б., Якіра М.С..

У зовнішньому незалежному оцінювані 2015 року з даної теми були запропоновані такі завдання:

1. $2(5x + 6) =$

А	Б	В	Г	Д
$10x + 12$	$10x + 6$	$7x + 8$	$7x + 12$	$5x + 8$

Відповідь: А.

2. Обчисліть значення виразу $\frac{10a+b}{b^2-4a^2} + \frac{4a+2b}{b^2+4ab+4a^2}$, при $a = 0{,}25, b = 4{,}5$.

Відповідь: 0,75.

Отже, цим пояснюється те, що змістова лінія тотожних перетворень та виразів простягається по всьому курсу шкільної математики, починаючи з початкової школи. У курсі математики 5-6 класів та алгебри 7-9 вона значно розширюється та поглиблюється. Майже в кожній темі застосовується поняття виразу. Тому дослідження та вивчення даної теми є важливим та актуальним.

Список використаних джерел

1. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. І переробл. – К.: Вища шк., 2006. – 582 с.
2. Дубинчук О.С., Мальований Ю.І., Дичек Н.П. Методика викладання алгебри в 7-9 класах: Посібник для вчителя. – К.: Рад. шк., 1991. – 254 с.
3. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – 2-ге вид. – К.: Вища шк., 1977, 376 с.
4. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика: Підр. Для 5-го кл. – Х.:Гімназія, 2013. – 352с.
5. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручн. Для 7 кл. загальноосвіт. навч. закл. – Х.: Гімназія, 2015. – 256 с.
6. «Державний освітній стандарт з математики для середньої школи як нормативний документ. Особливості сучасних шкільних програм з математики» / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://lib.mdpu.org.ua/e-book/ernestbook/kurs/lect3.htm

Анотація. Сінчук В. Тотожні перетворення виразів у курсі математики основної школи.

У статті було розглянуто змістову лінію виразів та їх тотожних перетворень, поняття «вираз», «тотожність», «тотожно рівні вирази». Проаналізовано програму з математики з даної теми, та наведені приклади завдань зовнішнього незалежного оцінювання щодо теми дослідження.

Ключові слова: *вираз, тотожність, тотожні вирази.*

Abstract. Sinchuk V. Identity transformation expressions in the mathematics of basic school.

The article examined content line identical expressions and their transformations, the term "expression", "identity", "identical level of expression." The analysis program in mathematics on the subject, and are examples of tasks external evaluation on the research topic.

Keywords: expression, identity, identical expressions.

Юля Слюсарева
Студентка 5 курсу, спеціальність «Математика»*
fox1994333@yandex.ua
Науковий керівник – В.Д. Погребний

ТРАНСФІНІТНІ ЧИСЛА

В кінці 1883 році німецький вчений Георг Кантор, очевидно, оцінивши багатовікову історію послідовного узагальнення чисел, в якій натуральні числа були узагальнені раціональними, а ті в свою чергу - дійсними, а ті - комплексними, а ті - векторними, а ті - матричними, створив на цьому матеріалі свою теорію трансфінітних (нескінченних, позамежних) чисел. Для цього він назвав безліччю всякий набір елементів, який можна зіставити з частиною самого себе, як наприклад, цілі числа зіставляються з парними числами: Кантор помітив, що таке безліч повинне містити нескінченне число елементів. А якщо ці елементи співставні з безліччю натуральних чисел, то їх кількість утворюється перша трансфінітних число $\aleph$ 0 (алеф-нуль). Але безліч $\aleph$ 0 теж нескінченно багато, і вони разом, як кількість елементів нового безлічі, утворюють наступне трансфінітних число $\aleph$ 1. Однак правда й те, що трансфінітні числа не знайшли ще застосування за межами самої математики.

Потужність множини, або кардинальне число множини, — характеристика множин (у тому числі нескінченних), що узагальнює поняття кількості (числа) елементів скінченної множини.

Запровадимо такі поняття й позначення:

1. Множини A і B рівнопотужні, якщо можна встановити взаємно однозначну відповідність між їх елементами, тобто існує взаємнооднозначне відображення з однієї множини в іншу (бієкція). Це записують таким чином:
$$|A| = |B|.$$
2. Те, що множини A і B не є рівнопотужними (ще кажуть: потужності множин A і B відрізняються), записують так:
$$|A| \neq |B|.$$
3. Множина A — зліченна, якщо вона рівнопотужна підмножині ряду натуральних чисел.
4. Якщо множина не є зліченною, то будемо називати її незліченною.
5. Множина A є скінченною і має n елементів, де n — натуральне число, якщо вона рівнопотужна $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$ — множині натуральних чисел у межах від 1 до n включно. Це записують так:
$$|A| = n.$$
6. Якщо множина не є скінченною, то будемо називати її нескінченною.
7. Потужність множини A не перевищує потужності множини B, якщо множина A рівнопотужна підмножині множини B. Це записують так:
$$|A| \leq |B|.$$

8. Потужність множини A менша від потужності множини B, якщо потужність множини A не перевищує потужності множини B ($| A | \leq | B |$), але множина A нерівнопотужна множині B ($| A | \neq | B |$). Це записують таким чином:
$$| A | < | B | .$$
9. Кардинальним числом (кардиналом) називають об’єкт, який характеризує потужність множини. Кардинальне число множини A позначають як $| A |$ або Card A:
   - для скінченної множини A кардинальним числом $| A |$ є натуральне число, яким позначають кількість елементів цієї множини;
   - для нескінченних множин кардинальне число є узагальненням поняття числа елементів.

Кардинальні числа множин можна порівнювати. Справді, для довільних множин A і B логічно справджується хочаб одне з таких чотирьох висловлювань:

1. $| A | = | B |$;
2. $| A | \leq | B |$;
3. $| B | \leq | A |$;
4. Не існує взаємно однозначної відповідності між множиною A і жодною підмножиною множини B і, також, не існує взаємно однозначної відповідності між множиною B і жодною підмножиною множини A.

Випадок 4 означає непорівнюваність потужностей множин A і B між собою. Дослідження в теорії множин показали, що, спираючись на аксіому вибору, можна довести неможливість цього випадку. Згідно з теоремою Кантора-Бернштейна одночасне справдження висловлювань 2 і 3 призводить до рівності: $| A | = | B |$. Таким чином, потужності будь-яких двох множин A і B завжди порівнювані між собою. Інакше кажучи, для кардинальних чисел $| A |$ і $| B |$ довільних множин A і B справджується одне й лише одне з таких трьох співвідношень:
$$| A | = | B |,\ | A | < | B | \text{ або } | B | < | A |.$$

Кардинальне число множини всіх натуральних чисел позначають таким чином:
$$\aleph_0 = | \mathbb{N} |$$
(читати: «алеф-нуль»).

Кардинальне число континуальних множин, рівнопотужних множині всіх підмножин натурального ряду і множині дійсних чисел, позначають таким чином:
$$\aleph_1 = |2^{\mathbb{N}}| = | \mathbb{R} |.$$
(читати: «алеф-один»).

Теорема 2 (Кантор). Потужність множини 2^A підмножин будь-якої непорожньої множини A більша, ніж потужність даної множини A:
$$| A | < | 2^A |.$$

Доведення. Існує тривіальна взаємно однозначна відповідність між множиною A і підмножиною множини 2^A, що ставить у відповідність елементу множини A одноелементну множину, що містить саме цей елемент. Тому достатньо довести, що множини A і 2^A нерівнопотужні. Доведення проведемо від супротивного. Припустимо, що існує взаємно однозначна відповідність g між множинами A і 2^A. Для кожної пари $< b, B >$ з відношення g справджується одне й лише одне з двох висловлювань: або $b \in B$, або $b \notin B$. Побудуємо нову множину:

$$S = \{ b \mid b \in A \wedge b \notin g^*b\},$$

де g^*b — образ b при відображенні g. Порожня множина $\emptyset$ належить до 2^A, а відповідний їй (при біекції g) елемент множини Аналежить до множини S, яка, таким чином, непорожня. S побудовано як підмножину A, тому при взаємно однозначній відповідності g вона (множина S) відповідає деякому елементові $s \in A$, тобто існує пара $< s, S > \in g$. Маємо:

- з умов $s \in S$ і $< s, S > \in g$ та правила побудови множини S випливає, що $s \notin S$;
- з умов $s \notin S$ і $< s, S > \in g$ та правила побудови множини S випливає, що $s \in S$.

Отримана суперечність свідчить про хибність припущення щодо можливості встановлення взаємно однозначної відповідності між A і 2^A. Отже, $| A | < | 2^A |$.

Наслідок 1. Не існує множини, яка має найбільшу потужність. Інакше кажучи, не існує найбільшого кардинального числа. 1877 року Георг Кантор висунув і згодом безуспішно намагався довести так звану континуум-гіпотезу, яку можна сформулювати таким чином. **Континуум-гіпотеза:** Будь-яка нескінченна підмножина континууму (множини, рівнопотужної множині дійсних чисел) є або зліченною, або континуальною.

Континуум-гіпотеза стала першою з двадцяти трьох математичних проблем, про які Давид Гільберт доповів на II Міжнародному Конгресі математиків в Парижі 1900 року. Тому континуум-гіпотеза відома також як перша проблема Гільберта. Цю проблему досліджували дуже багато математиків. Першим сформулював континуум-гіпотезу німецький математик Г. Кантор у 1878 р. Він неодноразово заявляв, що довів цю гіпотезу, але кожного разу знаходив помилку у своїх міркуваннях. Із часом з’ясувалося, що перша проблема Гільберта має цілком несподіване розв’язання. Курт Гьодель у 1940 році довів, що континуум-гіпотеза не може бути доведена на основі аксіом арифметики і теорії множин. Згодом, у 1963 році, американський математик П. Коен установив, що континуум-гіпотеза не може бути й спростована. Таким чином, континуум-гіпотеза — приклад твердження, яке не може бути ні доведеним, ні спростованим логічними засобами. Зазвичай її просто приєднують до вже існуючої системи аксіом. Однак кожного разу, коли щось доводять, спираючись на континуум-гіпотезу, обов'язково вказують, що вона була використана при доведенні.

Поділ щодо підтвердження чи заперечення континуум-гипотези привів до створення двох теорій множин:

- так званої канторівської теорії множин, у якій справджується контитуум-гіпотеза.
- некканторівської теорії множин, у якій континуум-гіпотезу вважають хибною. В цьому випадку можна довести, що кардинальними числами натурального ряду й континууму розташовано нескінчено багато кардинальних чисел.

Узагальнена континуум-гіпотеза стверджує, що для будь-якої нескінченної множини S не існує таких множин, кардинальне число яких більше, ніж у S, але менше, ніж у множини всіх підмножин S. Узагальнена континуум-гіпотеза також не суперечить аксіоматиці Цермело-Френкеля, і, як довели Серпінський (1947) і Шпеккер (1952), з неї випливає аксіома вибору.

Твердження, що стосуються елементів деякої повністю упорядко-ваної множини, можна доводити, використовуючи метод трансфінітної індукції, який є узагальненням методу математичної індукції й грунту-ється на теоремі про трансфінітну індукцію. Далі позначаємо відношен-ня повного порядку через ≤, а вираз $a<b$ означатиме, що $a\le b$, але $a\ne b$.

Теорема 15 (теорема про трансфінітну індукцію). Нехай $<A,\le>$– повністю упорядкована множина, a_0 – найменший елемент A, P – деяка властивість (унарний предикат) на A. Нехай $P(a_0)=1$ та для довільного елементу a множини A з того, що $P(x)=1$ для усіх $x<a$, випливає $P(a)=1$. Тоді $P(x)=1$ для усіх x з A.

Доведення. Припустимо, що твердження теореми не правильне. Тоді існує така непорожня підмножина B множини A ($B\subset A$), що $P(y)=0$ для кожного y з B. Позначимо через b_0 найменший елемент множини B. За нашим припущенням $P(b_0)=0$, тому $a_0\ne b_0$ й $a_0<b_0$. За побудовою множини B $P(x)=1$ для усіх тих елементів x множини А, для яких $x<b_0$. Тоді за умовою теореми має бути $P(b_0)=1$, отже, маємо суперечність. Таким чином, теорему доведено.

Опишемо метод трансфінітної індукції. Нехай є повністю упорядкована множина $<A,\le>$ й задана властивість P на A.

Базис індукції. Перевірити, чи виконується $P(a_0)=1$ для найменшо-го елементу a_0 множини A. Якщо $P(a_0)=1$, перейти до наступного кроку, інакше завершити роботу (властивість P не має місця для усіх елементів множини A).

Індукційний крок. Нехай a ($a>a_0$) – деякий елемент множини A. Перевірити, чи випливає $P(a)=1$ з того, що $P(x)=1$ для усіх тих елементів x, що $x<a$ ($x\in A$).

Якщо виконуються умови базису та індукційного кроку, то, спираючись на теорему про трансфінітну індукцію, можна зробити висновок, що $P(x)=1$ для будь-якого елементу x множини A.

Метод математичної індукції, що використовується для доведення тверджень, котрі стосуються елементів множини **N** (або її підмножини), повністю упорядкованої відношенням $\leq$ (менше або дорівнює), є спеці-альним випадком методу трансфінітної індукції. Суть методу така. Нехай є повністю упорядкована множина $<A,\leq>$ ($A\subseteq\mathbf{N}$, $\leq$ – природний порядок на **N**) й задана властивість P на A.

Базис індукції. Переконатися, що для найменшого елементу n_0 множини A виконується $P(n_0)=1$.

Індукційний крок. Нехай k ($k>n_0$) – деякий елемент множини A. Перевірити, чи випливає $P(k+1)=1$ з того, що $P(k)=1$.

Наведемо приклад застосування методу математичної індукції. Покажемо, що для будь-якого цілого додатного числа n виконується: $1+\ldots+n=n(n+1)/2$. У даному випадку розглядається властивість, подана у вигляді рівності, на повністю упорядкованій множині $<\mathbf{N}^+,\leq>$. Наймен-шим елементом цієї множини є число 1. Отже, маємо.

Базис індукції. Перевіряємо, чи виконується задана рівність для $n=1$, тобто чи правильна рівність $1=(1(1+1))/2$. Легко перевірити, що рівність виконується.

Індукційний крок. Припустимо, що задана рівність виконується для деякого цілого додатного числа k, $k>1$, тобто $1+\ldots+k=k(k+1)/2$. Покажемо, що тоді задана рівність виконується й для числа $k+1$, тобто $1+\ldots+k+(k+1)=((k+1)((k+1)+1))/2$. Маємо:

$1+\ldots+k+(k+1)=(1+\ldots+k)+(k+1)=(k(k+1))/2+(k+1)=(k+1)((k+2)/2)=$
$=((k+1)((k+1)+1))/2.$

Отже, твердження «$1+\ldots+n=n(n+1)/2$ для будь-якого n з $\mathbf{N}^+$» доведено.

Список використаних джерел

1. Потужність множин, теорема Кантора й континуум-гіпотеза [Електронний ресурс] Режим доступу: http://www.kievoi.ippo.kubg.edu.ua/kievoi/logset/cardinal.html
2. Бородін О.І. Історія розвитку поняття про число і системи чисельно. - Київ: "Радянська школа". 1968 р. .- 115 с.
3. Крайзель Г. Биография Курта Геделя. – М., 2003.
4. Куратовский К., Мостовский А. *Теория множеств*. – М.: Мир, 1970. – 416 с.

Анотація. Слюсарева Ю. Трансфінітні числа. *У статті розглянуто поняття потужності ,порівняння потужностей та континуум-гіпотеза.*

Ключові слова: *потужність, множина, трансфінітні числа, кардинальні числа.*

Abstract. Slyusareva Y. Transfinite number . *In the article the concept of power and powerful comparison continuum - hypothesis.*

Keywords *: power , set, transfinite number , kardinalni number.*

Аліна Соколовська
Студентка 6 курсу, спеціальність «Математика»*
alina.lapulia@rambler.ru
Науковий керівник – Т. Д. Лукашова

ТЕСТУВАННЯ, ЙОГО ФОРМИ Й ВИДИ ЯК ОДНИН ІЗ ВИДІВ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

Як відомо, у дидактиці під поняттям «***контроль***» розуміють виявлення, вимірювання і оцінку результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів. Процедуру виявлення і виміру називають ***перевіркою*** [1].

Контроль є важливим структурним компонентом навчального процесу. Його основною функцією є забезпечення зворотного зв'язку: зовнішнього (контроль, який здійснює учитель) і внутрішнього (самоконтроль учня). Зворотна інформація використовується для аналізу результативності навчального процесу.

Аналітична функція контролю передбачає аналіз результатів засвоєння змісту навчальних програм, побудованих з урахуванням державних стандартів рівневої освіти; визначення якості знань, ступеня сформованості загально-навчальних та предметних умінь і навичок, рівня оволодіння розумовими операціями, досвідом творчої діяльності, сформованості оцінних суджень учнів. Основними видами аналізу результатів навчання є: поточний, тематичний і підсумковий контроль [2].

Діагностична функція контролю допомагає розглянути результати навчання у тісному зв'язку з шляхами і способами їх досягнення.

Коригуюча функція контролю виробляє механізми подальшого функціонування навчального процесу або переведення його в русло нового якісного стану [2].

Змістом контролю в сучасній школі є комплексна перевірка навчальної діяльності учнів, у процесі якої здійснюється засвоєння змісту загальної середньої освіти: формуються знання, загально навчальні та предметні уміння і навички, розвиваються творчі здібності, оцінні судження [2].

У наш час змінені умови навчання потребують від учителя використання більш ефективних прийомів та методів контролю і оцінки знань, умінь та навичок учнів. Останнім часом, на думку багатьох дослідників (С.Ю.Ніколаєва, І.В. Коломієць, Х.Дуглас Браун, Дж. Хант, М. Гронланд та ін.), методистів та вчителів, одним з найбільш ефективних способів контролю при вивченні різних предметів є ***тест.***

За словником [3], ***тест*** – це стандартизоване, часто обмежене у часі випробування, призначене для встановлення кількісних і якісних індивідуально-психологічних відмінностей.

У [4] *тест* розглядається як стандартизоване завдання, за результатами якого роблять висновок про знання, уміння, навички (здібності, професійну придатність, обдарованість тощо) того, кого випробовують.

Дидактичний тест – це вибір стандартизованих завдань, за допомогою яких визначається рівень засвоєння певних компонентів змісту загальної середньої освіти.

Тож, більшість дослідників, які працювали над вивченням питань тестування, дійшли до висновку, що тестовий контроль є ефективною формою контролю, яка відповідає цілям контролю, вимогам що висуваються до нього, і забезпечує ефективну реалізацію всіх його функцій у процесі навчання навчальних предметів [4].

За типами завдань тести поділяють на чотири групи.

Перший тип тестів забезпечує перевірку пам'яті (запам'ятовування й відтворення фактів, понять, законів, теорій, визначень тощо).

Другий тип тестів допомагає перевірити вміння виконувати розумові операції на основі отриманих знань.

Третій тип тестів сприяє перевірці наявності критичного мислення, виявленню аналітично-оцінних умінь;

Четвертий тип завдань включає тести для перевірки уміння застосовувати знання при вирішенні нових, нестандартних ситуацій.

Тести успішності забезпечують надійні висновки лише за умови правильного їх поєднання з групами тестів, які використовуються для діагностування різних сторін розвитку і вихованості особистості: тестів загальних розумових здібностей, тестів спеціальних здібностей у різних галузях діяльності, тестів для визначення особистих смислів, самостійності оцінних суджень; тестів для визначення рівня вихованості (сформованості моральних, трудових та інших якостей). Тому тестові випробовування завжди повинні мати комплексний характер.

Тести успішності застосовуються на всіх етапах процесу навчання. Із їх допомогою ефективно забезпечується попередній, поточний, тематичний і підсумковий контроль [5].

Розрізняють наступні ***види*** тестів.

1. *За процедурою створення*:

– стандартизовані;

–нестандартизовані.

2. *За засобами подання інформації*:

–бланкові;

–предметні;

– апаратурні;

–практичні;

–комп'ютерні.

3. *За спрямованістю*:

– тести інтелекту;

– особистісні;

–тести досягнень.

4. *За характером дій:*

–вербальні;

– невербальні.

5. *За провідною орієнтації*:

– тести швидкості (містять прості задачі);

– тести потужності або результативності (містять важкі завдання);

– змішані тести (завдання різного рівня складності).

6. *За ступенем однорідності завдань*:

–гомогенні;

–гетерогенні.

7. *За об'єктивності оцінювання*:

– об'єктивні;

– проективнітести.

8. *За спеціалізацією*:

– дозволяють оцінити ефективність процесу навчання, ступінь засвоєння учнями системи знань, умінь і навичок у ході навчального процесу;

– спрямовані на виявлення досягнень учнів у процесі освоєння окремих предметів, окремих тем і т.д.

9. *За цілями використання (тільки для тестів у системі освіти):*

–попередній визначає тест (визначає знання на початку навчання);

– тест прогресу, досягнутого в процесі навчання;

–діагностичний тест. Мета такого тесту – визначення труднощів у навчанні;

–підсумковий тест (містить питання, що представляють більш високий рівень складності),

10. *За широтою використання (тільки для тестів у системі освіти):*

– для використання вчителем;

– для використання групою вчителів, або адміністрацією освітньої установи;

– для цілей відбору і формування груп;

– для атестації учнів.

11. *За формою*:

– тести закритого типу (завдання з вибором вірної відповіді з набору пропонованих);

– тести відкритого типу (введення передбачуваного відповіді на завдання тим, хто тестується) [5].

Результати тестування мають підлягати кількісному визначенню, на основі якого отримується оцінка успішності учнів.

Для цього кожне тестове завдання оцінюється в балах. Після тестування підраховується кількість балів, отриманих за правильні відповіді. Це число співвідноситься зі шкалою оцінок. Наприклад, увесь тест включає 50 завдань. Кожне завдання «важить» 2 бали. Максимальна кількість набраних балів становитиме число 100 (50×2=100). Слід зауважити, що 100-бальна рангова шкала є найбільш гнучкою. Щоб отримати оцінку за одне завдання, можна число 100 розділити на кількість завдань і одержати кількість балів за одне завдання.

Наведемо декілька таблиць оцінки тестів.

Таблиця 1. **Таблиця оцінки тестів**
(за Роговою та ін., 1992)

Кількість пунктів тестового завдання	Кількість правильних відповідей	Оцінка
10 5	10 5	Відмінно
10 5	9-8 4	Добре
10 5	8-7 3	Задовільно
10 5	6-5 2-1	Незадовільно

Таблиця 2. **Таблиця оцінки тестів**
(за Рапопортом та ін., 1987)

Процент правильних відповідей	Оцінка
95 – 100	Відмінно
75 – 94	Добре
50 – 74	Задовільно
0 -49	Незадовільно

У практичній діяльності можна також враховувати систему оцінок тестів, яка використовуються за кордоном.

Таблиця 3. **Таблиця оцінки тестів**
(за американською технологією)

Letter Grade	Number Equivalent	Meaning
A	90 – 100	Exellent
B	80 – 89	Good

C	70 – 79	Everage
D	60 – 69	Poor
F	0 – 50	Failing

Інтерес до тестування пояснюється тим, що воно значно підвищує ефективність навчального процесу, оптимально сприяє повній самостійності роботи кожного учня, є одним із засобів індивідуалізації в навчальному процесі. Крім того, тестовий контроль має багато переваг перед іншими видами контролю.

Результати контролю навчально-пізнавальної діяльності учнів виражаються в її оцінці. Слово «оцінка» означає характеристику цінності, рівень чи значення будь-яких об'єктів або процесів.

***Оцінка** – це процес порівняння ступеня засвоєння учнями знань, навичок і вмінь з еталонними уявленнями, описами в навчальних програмах, порадниках та інших нормативних документах.* Виставляються оцінки під час перевірки знань, навичок і вмінь учнів [5].

У [6]оцінкою називають результат процесу оцінювання. Відповідно, «оцінити» означає встановити рівень чи якість чогось. Стосовно навчально-пізнавальної діяльності оцінка означає встановлення ступеня виконання учнями завдань, поставлених перед ними в процесі навчання, рівня їх підготовки і розвитку, якості набутих знань, сформованих умінь і навичок.

Виставляючи оцінку, педагог повинен її обґрунтувати, керуючись логікою та існуючими критеріями. Досвідчені вчителі постійно звертаються до такого обґрунтування. Це якоюсь мірою зменшує суб'єктивізм педагога, запобігає конфліктам з учнями.

Ще за радянських часів, з перших днів існування радянської школи, вчителі, організовуючи процес навчання і керуючи ним, завжди цікавилися результатами навчальної роботи, вивчали знання учнів. Проте, ставлення педагогічної думки, офіційна лінія керівних органів народної освіти щодо контролю знань учнів і визначення функції цієї важливої частини процесу навчання були різними на різних етапах будівництва школи [7].

Деякі педагоги (О. Ерн, С. І. Миропольський, І. Ф. Рашевський, О. Н. Странолюбський та ін.) пропонували звільнити дітей від надмірної опіки і контролю з боку вчителя, підкреслюючи, що пролетарська школа повинна поставити на перший план активний самоконтроль учнями своїх знань, умінь і навичок. Інші (В. О. Євтушевський, К. К. Сент-Ілер, М. Рембрович та ін.) вважали, що контроль і оцінку знань має насамперед здійснювати вчитель; проводити її слід систематично, методика проведення контролю і оцінки знань повинна відповідати суті процесу навчання.

Потрібно сказати, що бальна система оцінювання має багату історію. Виділяють чотири рівні навчальних досягнень учнів: початковий, середній, достатній, високий. Рівні визначаються за такими характеристиками:

I рівень – початковий. Відповідь учня при відтворенні навчального матеріалу елементарна, фрагментарна, зумовлюється початковими уявленнями про предмет вивчення;

II рівень – середній. Учень відтворює основний навчальний матеріал, здатний розв'язувати завдання за зразком, володіє елементарними вміннями навчальної діяльності;

III рівень – достатній. Учень знає істотні ознаки понять, явищ, закономірностей, зв'язків між ними, а також самостійно застосовує знання в стандартних ситуаціях, володіє розумовими операціями (аналізом, абстрагуванням, узагальненням тощо), вміє робити висновки, виправляти допущені помилки. Відповідь учня повна, правильна, логічна, обґрунтована, хоча їй і бракує власних суджень. Він здатний самостійно здійснювати основні види навчальної діяльності;

IV рівень – високий. Знання учня є глибокими, міцними, узагальненими, системними; учень вміє застосовувати знання творчо, його навчальна діяльність має дослідницький характер, позначена вмінням самостійно оцінювати різноманітні життєві ситуації, явища, факти, виявляти і відстоювати особисту позицію [8].

Зазначеним рівням відповідають розроблені критерії оцінювання навчальних досягнень учнів за 12-бальною шкалою. Рівні навчальних досягнень оцінюються балами: початковий – 1,2,3; середній – 4,5,6; достатній – 7,8,9; високий – 10,11,12 балами [9].

Основними **функціями оцінювання** навчальних досягнень учнів є:

- **контролююча** - визначає рівень досягнень кожного учня (учениці), готовність до засвоєння нового матеріалу, що дає змогу вчителеві відповідно планувати й викладати навчальний матеріал;
- **навчальна** - сприяє повторенню, уточненню й поглибленню знань, їх систематизації, вдосконаленню умінь та навичок;
- **діагностико - коригувальна** – з'ясовує причини труднощів, які виникають в учня (учениці) в процесі навчання; виявляє прогалини у засвоєному, вносить корективи, спрямовані на їх усунення;
- **стимулювально - мотиваційна -** формує позитивні мотиви навчання;
- **виховна** - сприяє формуванню умінь відповідально й зосереджено працювати, застосовувати прийоми контролю й самоконтролю, рефлексії навчальної діяльності.

Характеристики якості знань взаємопов'язані між собою і доповнюють одна одну. До них відносять: повноту, глибину, системініс, гнучкість та міцність знань. Повнота знань – це кількісна характеристика тих знань, що визначені навчальною програмою. Глибина знань проявляється в усвідомленості існуючих зв'язків між групами знань. Гнучкість знань передбачає уміння учнів застосовувати набуті знання у стандартних і нестандартних ситуаціях; знаходити варіативні способи використання знань; уміння комбінувати новий спосіб діяльності із вже відомих.

Системність знань - усвідомлення структури знань, їх ієрархії і послідовності, тобто усвідомлення одних знань як базових для інших. Міцність знань виявляється у тривалості збереження їх в пам'яті, відтворення їх в необхідних ситуаціях [10].

Однією з найважливіших форм підсумкового контролю навчальних досягнень учнів є державна підсумкова атестація (*ДПА*) – випускні іспити, які складають випускники початкової (4 клас), основної (9 клас) та старшої (11 клас) школи, а також професійно-технічних і вищих навчальних закладів I–II рівнів акредитації в Україні. Державна підсумкова атестація проводиться наприкінці навчального року [11].

Державна підсумкова атестація проводиться в загальноосвітніх навчальних закладах з предметів, які містяться в інваріантній частині типових навчальних планів за збірниками, затвердженими Міністерством освіти і науки України (надалі — «МОНУ»). Результати ДПА визначаються за 12-бальною шкалою за загальними критеріями оцінювання навчальних досягнень учнів. За результатами роботи учням виставляється одна оцінка – з математики. Оцінка виставляється у классному журналі на сторінці предмета «Алгебра» у колонку з написом «ДПА» після колонки з написом «річна». Результати ДПА заносяться до свідоцтва про базову загальну середню освіту (9 клас), до атестата про повну загальну середню освіту (11 клас) і враховуються при визначенні середнього бала відповідного документа, а також при визначенні претендентів на нагородження золотою або срібною медаллю [11].

Можуть бути атестовані також екстерни та інші особи, які не навчались у «звичайних» загальноосвітніх навчальних закладах (особи, які не мали змоги за станом здоров'я, які прискорено опанували навчальний матеріал тощо). Результати ДПА можуть бути оскаржені до апеляційної комісії, яка може скоригувати атестаційну оцінку.

Державна підсумкова атестація з математики у 9 класі проводиться у формі інтегрованої письмової роботи з алгебри та геометрії за навчальним посібником «Підсумкові контрольні роботи. 9 клас» [11].

Для проведення державної підсумкової атестації готують декілька варіантів атестаційних робіт. Для учнів загальноосвітніх класів пропонується поділити роботу на 3 частини.

Перша частина – 10-12 завдань у тестовій формі з однією правильною відповіддю на кожне завдання. Для кожного тестового завдання рекомендується подати 4-5 варіантів відповіді.

Наприклад, у збірнику [11] наведено завдання на: знаходження значення виразу, знаходження процента від числа, знаходження кількості коренів рівняння або нерівності, застосування теорими Вієта, знаходження точко перетину графіка функції з осями координат, лінійних чи кутових вимірів многокутників тощо.

Виконуючи завдання першої частини, учень не повинен наводити будь-які міркування. Завдання з вибором відповіді вважається виконаним правильно, якщо в роботі указана тільки одна літера, якою позначена правильна відповідь.

Друга частина атестаційної роботи може складатися із 4-6 завдань відкритої форми з короткою відповіддю.

Наприклад, у збірнику [11] наведено завдання на: знаходження розв'язку нерівності та рівняння, знаходження геометричної прогресії, побудова графіків функції тощо.

Такі завдання вважаються виконаними правильно, якщо записана правильна відповідь (наприклад: число, вираз, корені рівняння тощо). Усі необхідні обчислення, перетворення тощо учні виконують на чернетках.

Третя частина атестаційної роботи може складатися з 3-4 завдань відкритої, для яких учні мають подати розгорнуту відповідь..

У збірнику [11] наведено завдання на: знаходження розв'язку рівняння, знаходження області визначення функції, знаходження процента від числа та числа за його процентом, геометричної прогресії, побудова графіків функції тощо.

Завдання третьої частини вважаються виконаними правильно, якщо учень навів розгорнутий запис розв'язування завдання з обґрунтуванням кожного етапу розв'язання та надав правильну відповідь. Правильність виконання завдань третьої частини оцінює вчитель відповідно до критеріїв і схеми оцінювання завдань, з якими учні завчасно ознайомлені.

Для класів з поглибленим вивченням математики пропонується додати **четверту частину роботи**. Її рекомендується скласти із з завдань, що відповідають програмі поглибленого вивчення математики. У збірнику [11] до цієї частини включено завдання на знаходження розв'язку рівняння чи нерівності залежно від значення параметра, знаходження рівняння кола тощо.

У кожній із частин атестаційної роботи рекомендується поєднати завдання з алгебри і геометрії у орієнтовному відношенні 2 до 1. Також завдання мають охоплювати увесь курс математики 5-9 класу. Завдання третьої та четвертої частин атестаційної роботи учні виконують на аркушах зі штампом відповідного загальноосвітнього навчального закладу.

Державна підсумкова атестація з математики проводиться протягом 135 хв. для учнів загальноосвітніх класів та протягом 180 хвилин для учнів класів з поглибленим вивченням математики.

Список використаних джерел

1. Альошина Т.М., Савінцева Н.В. Тести як форма контролю,1993. – 209 с. № 1.

2. Зайченко І.В. Пегагогіка. Навчальний посібник. – К.: Освіта України, КНТ, 2008. – 528 с.
3. Словник української мови: в 11 тт. / АН УРСР. Інститут мовознавства; за ред. І. К. Білодіда. — К.: Наукова думка, 1970—1980. — Т. 2. — 293с.
4. Педагогіка. Частина І. Загальні основи педагогіки. Теорія навчання (дидактика): Навчальний посібник для студентів педагогічних закладів / В.Л. Омельченко, С.В. Омельченко, С.Г. Мельничук. – Кіровоград. – 1997. – С.121-123.
5. Лебедєва Н.Г. Основи психології і педагогіки: Консп. лекц. /О.Т. Джурелюк, Д.О. Самойленко. – Алчевськ: ДонДТУ, 2009. – 174 с.
6. Миколаєва Є.І. Тестування без міфів. / / ЕКО, 2002. – 229 с.
7. Ягупов В.В. Педагогіка: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2002. – 560 с.
8. АмонашвилиШ.А. Обучение.Оценка.Отметка.–М.:Знание,1980.–150с.
9. Близнюк С.Л. Роль оцінки в удосконаленні знань, умінь і навичок учнів. – К.: т-во "Знання", 1983. – 283 с.
10. Арутюнова Н.Д. Типы языковых значений: Оценка. Событие. Факт. - М.: Наука, 1988.- 102 с.
11. ДПА-2016 з математики в основній школі (9 клас). [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://osvita.ua/school/certification/dpa-osnovna-shkola/46118/

Анотація. Соколовська А. Тестування, його форми й види як один із видів контролю знань. *У статті проаналізовано особливості контрольно-оцінювальну діяльність учителя та можливості впровадження її у практику роботу на уроці алгебри у 9 класі. Виокремлено головні завданням та види контролю та переваги тестів. Також наведено види та форми оцінювання знань учнів на уроці.*

Ключові слова: контроль, тест, дидактичний тест, оцінка, методи контролю.

Summary. A. Sokolovska. Testing its forms and types as one of the kinds of knowledge control.*The article analyzes the features of control and teacher assessment activity and the possibility of implementing it in practical work in the classroom algebra in 9th grade. Thesis there is determined the main objectives and benefits of controls and tests. There are types and forms of assessment of students' knowledge in the classroom.*

Keywords: control, test, didactic test, evaluation, control methods.

Юлія Фалько
Студентка 6 курсу, спеціальність «Математика»*
yliay17@yandex.ru
Науковий керівник – А. О. Розуменко

ВПРОВАДЖЕННЯ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ПРАКТИКУ РОБОТИ СЕРЕДНІХ ЗАГАЛЬНООСВІТНІХ ЗАКЛАДІВ

Одним з пріоритетних напрямів програми модернізації загальноосвітньої і вищої школи визнане дистанційне навчання. Але на відміну від загальноприйнятих у світі моделей організації навчального процесу, які досить активно застосовують електронне навчання в різних формах, то в Україні єдиного, спільного погляду на дистанційне навчання не існувало протягом багатьох років.

Важливим ресурсом у забезпеченні процесів оптимізації системи освіти виступає інноваційна діяльність освітнього закладу, яка спрямована, насамперед, на досягнення нової, сучасної якості освіти, на вирішення пріоритетних завдань оновлення змісту та технологій навчання і виховання. У сучасних умовах такими особливостями визначаються дистанційна форма освіти [7].

Проблема розробки та впровадження системи дистанційного навчання у практику роботи різних типів навчальних закладів розглядаються різними науковцями. Зокрема С. Гончаренком, І. Зязюном, Н. Ничкало, І. Підласим, В. Галузинського, М. Махмутова, П. Юцявічене, Л. Виготським, П. Гальперіним, Н.Тализіною.

Проблема впровадження дистанційної системи навчання зумовлена цілою низкою чинників, насамперед дистанційна форма відкриває широкий доступ до різних освітніх послуг великої кількості людей, які в силу об’єктивних чи суб’єктивних причин не можуть отримати освіту традиційним способом [7].

Дистанційне навчання (ДН) – це одна із форм організації навчального процесу, при якому усі або частина занять здійснюється з використанням сучасних інформаційних і телекомунікаційних технологій при територіальній віддаленості викладача й учнів [4].

Особливості організації навчального процесу за дистанційною формою полягають у тому, що провідною, рушійною силою навчання є сам слухач, роль тьютора все більше набуває дорадчого, консультативного характеру, навчання спрямоване на більш повне задоволення освітніх потреб слухачів.

Аналіз проблем організації дистанційного навчання показав, що незважаючи на те, що дистанційне навчання вже міцно увійшло в наше життя, велика частина досліджень пов'язана з впровадженням ДН у практику загальноосвітніх шкіл.

Дослідники виділяють категорії дітей, яким необхідне дистанційне навчання:

1) учні, які не можуть з причини хвороби, тимчасово або постійно, відвідувати навчальний заклад;

2) діти з обмеженими можливостями, для яких система дистанційного навчання є основним засобом регулярної взаємодії з вчителями та іншими учнями;

3) школярі, які виїхали з батьками за кордон, але бажаючі отримати атестат українського зразка про середню освіту;

4) учні, які живуть у віддалених від центру районах і бажаючі вивчати на профільному рівні той чи інший предмет, але не мають для цього можливості в традиційній очній формі;

5) учні малокомплектних шкіл, в яких немає вчителів з окремих навчальних предметів;

6) учні, що знаходяться в колонії [11].

Науковці вважають, що дистанційне навчання в школі:

•відкриває можливість вивести на новий рівень допрофільну і профільну підготовку учнів;

•дозволить забезпечити гнучкість та багатоваріантність у навчанні;

•сприятиме більш повному розкриттю потенціалу учнів, через фактично необмежену кількість дистанційних навчальних курсів.

Профільне навчання в середній школі спрямоване на забезпечення диференціації та індивідуалізації навчання за допомогою змін у структурі, змісті та організації освітнього процесу, що сприяють повнішому врахуванню інтересів, нахилів та здібностей учнів і створенням умов для освіти старшокласників відповідно до їх професійних інтересів та намірами щодо продовження освіти. Природно, виникає питання, як організувати навчальний процес у старших класах таким чином, щоб учні мали можливість в більшій мірі задовольнити свої запити, краще підготуватися до продовження навчання в обраному ними освітньому закладі, усвідомити, наскільки правильно зроблений вибір. Саме тому важливою, на нашу думку є розробка дистанційного навчання у загальноосвітніх школах [9].

Головним завданням дистанційного навчання є розвиток творчих та інтелектуальних здібностей людини за допомогою відкритого і вільного використання всіх освітніх ресурсів і програм, зокрема, доступних в Інтернеті.

Саме дистанційна форма навчання відкриває можливості для учнів, які пропускають школу з поважних причин та особливо для тих, хто за станом здоров’я навчається індивідуально.

У практиці дистанційної освіти, які можуть бути реалізовані в умовах середньої загальноосвітньої школи, використовуються такі різновиди дистанційної форми навчання:

1. **Дистанційна форма навчання у чистому вигляді** (учень індивідуально записується на курс та навчається дистанційно за методикою відповідного навчального центру).

2. **Дистанційно-очна форма навчання** (учень вивчає предмет у школі та має можливість додатково вивчати його дистанційно. Тьютором може бути шкільний вчитель або викладач іншого закладу (тьютор – це дистанційний викладач). За такої форми навчання дистанційні матеріали органічно залучаються в традиційний навчальний процес.).

3. **Класно-дистанційна форма** (учні одного класу чи однієї школи вивчають предмет у дистанційній формі, що зменшує кількість очних уроків. Вони мають можливість спілкуватися зі своїм учителем. У ролі тьютора виступає вчитель своєї школи).

4. **Дистанційна форма навчання з вчителем-куратором** (учні навчаються дистанційно і тьютор - мережевий викладач з певного предмету – з будь-якої школи, вчитель зі своєї школи виконує лише функції консультанта (роз'яснює школярам деталі дистанційного навчання та незрозумілі місця з предмету) учні беруть участь в окремих тематичних семінарах, які обговорюються на очних заняттях).

5. Учні беруть участь в окремих тематичних семінарах та вебінарах, які обговорюються на очних заняттях [4]

У дистанційних курсах для школярів треба звернути увагу на організацію спілкування у форумі та чатах, пропонувати актуальні, привабливі теми з використанням різних сценаріїв.

У дистанційному навчанні використовують традиційні форми навчання, тільки дещо модифіковані:

- лекція;
- семінари;
- форум;
- чат;
- веб-квести;
- вебінар.

Тому, можливі різні форми дистанційного навчання, що і забезпечить особистісно-орієнтований підхід у навчанні.

Безліч дослідників вважають, що реалізація дистанційного навчання дозволить розв'язати низку завдань:

- забезпечення доступності різноманітних навчальних ресурсів;
- здобування загальної і професійної освіти в зручній, адекватній і відповідальній формі того, хто навчається;
- важливість для психологічного розвитку дитини;
- розвиток творчих та інтелектуальних здібностей за допомогою відкритого і вільного використання всіх освітніх ресурсів і програм;
- обмін даними, комунікативна діяльність на базі спільних інтересів, перш за все професійних та освітніх;
- сприяти розвитку профільної освіти у школі;
- організація дозвілля, відпочинку і розвитку;

•підвищення кваліфікації, перепідготовки або заміна професійної діяльності [5].

Для дистанційного навчання дуже важливий зв'язок з учнем, тому що сучасне навчання (а особливо дистанційне) тяжіє до індивідуалізації. Учень, що знаходиться на відстані, не має такої можливості. З часом у нього може згаснути інтерес, розсіюватися увага. Особливо важливо створити сприятливий настрій, емоційне піднесення. Учень має відчути, що його викладач не суворий контролер, а добрий учитель, який завжди допоможе.

Задача сучасної школи, виходячи зі стандартів сьогоднішнього покоління, – навчити школяра вчитися самостійно, тобто знати, як добувати знання самотужки, вміти використовувати їх у нестандартній ситуації. Саме тому впровадження в навчальний процес елементів дистанційного навчання є найважливішим етапом освітнього розвитку учнів ЗОШ.

Для дистанційного навчання школярів використовуються віртуальне навчальне середовище «Веб-клас ХПІ» та Moodle.

Для забезпечення дистанційного навчання застосовуються спеціалізовані навчальні платформи, які реалізують можливість різнопланової взаємодії суб'єктів навчального процесу у віртуальному навчальному середовищі, можливість створення навчальних ресурсів і управління самим навчальним процесом. Можливості сучасних інформаційних технологій невпинно змінюються. У дистанційному навчанні слід використовувати найкращі зразки технологій.

На жаль, в Україні дистанційних курсів для школярів ще дуже мало. Серед таких ресурсів, що позитивно зарекомендували себе на практиці, слід назвати ресурси НТУУ «КПІ» Навчально-методичний комплекс «Інститут післядипломної освіти» (http://2.ukrintschool.org.ua/moodle/), НТУ «ХПІ» (http://dl.kpi.kharkov.ua, http://dl.kharkiv.edu), лабораторії інформаційних та комунікаційних технологій ФМГ №17 м. Вінниці (http://disted.edu.vn.ua), освітній портал м Херсона (www.ucheba.ks.ua/), Дніпропетровський ліцей інформаційних технологій (http://www.lit.dp.ua/courses/), дистанційні курси з української мови (http://www.children.edu-ua.net/documents.php?section_id=173) [2].

За експертними оцінками зараз в Україні понад 50000 учнів потребують навчання за дистанційною формою. Використання *дистанційної форми навчання* забезпечує, передусім, неперевершену (порівняно з іншими формами навчання) швидкість оновлення знань за підтримки інформаційних ресурсів, що обираються учнями зі світових електронних інформаційних мереж. Ця форма дозволяє практично без обмежень розширити навчальну аудиторію викладача, «знімаючи» всі географічні та адміністративні кордони. Вона сприяє забезпеченню рівного доступу до якісної освіти широких верств різних категорій учнів (зокрема інвалідів), максимально «наблизити» свої сервіси до спеціальних потреб тих, хто здобуває освіту. Країни, що володіють прогресивнішими дистанційними технологіями і методологіями навчання, залучають до навчання у відповідні навчальні заклади учнів незалежно від місця їх проживання, отримують за такі освітні послуги величезні кошти. Але все ж основною перевагою дистанційної форми навчання є суттєва додаткова свобода учня, що виникає у нього під час вибору і реалізації своєї індивідуальної навчальної траєкторії.

Для забезпечення ефективності існуючої системи неперервної освіти в Україні дистанційне навчання повинно активно спиратися на весь спектр інновацій традиційного навчання (майстер-класи, активні семінари, конференції, проекти тощо та ін.), має використовувати телекомунікаційні системи різного рівня та враховувати потреби ринку освітніх послуг.

Основною тенденцією інформатизації шкільної освіти є розвиток інноваційних освітніх процесів на основі використання ІКТ дистанційних форм навчання, та дистанційних форм підтримки традиційного навчання, заснованих на Інтернет-технологіях [3].

У системі дистанційного навчання можна виділити такі основні засоби:

- електронні мережеві підручники;
- навчальні й контрольні завдання;
- електронні практикуми;
- дослідницькі проектні роботи;
- інформаційні ресурси;
- дистанційні олімпіади і конкурси;
- форуми, конференції, спілкування в режимі online;
- підвищення кваліфікації й обмін досвідом.

Для організації дистанційної форми навчання в школі повинна бути підготовлена відповідна науково-методична база, розроблені робочі навчальні плани із урахуванням годин на проведення дистанційних курсів та факультативів, проведена велика підготовча та організаційна робота.

Взагалі сучасна загальноосвітня школа із традиційною класно-урочною системою відчуває необхідність у запроваджені дистанційної форми при навчанні учнів старшої школи, при організації допрофільної підготовки та профільного навчання, індивідуального навчання учнів на дому [4].

Розглянувши основні риси дистанційної освіти та її стан в Україні, можна виокремити такі її переваги:

1) Гнучкість: навчання проводиться в будь-який час та в будь-якому місці.

2) Паралельність: навчання здійснюється без відриву від виробництва або іншого виду діяльності.

3) Велика аудиторія: одночасне звернення до багатьох джерел навчальної інформації великої кількості слухачів.

4) Економічність: зниження витрат на підготовку фахівців.

5) Технологічність: використання в навчальному процесі нових досягнень інформаційних технологій.

6) Соціальна рівність: рівні можливості одержання освіти незалежно від місця проживання, стану здоров'я і соціального статусу.

7) Інтернаціональність: можливість одержати освіту у навчальних закладах іноземних держав, не виїжджаючи зі своєї країни.

8) Нова роль викладача: розширюється і оновлюється роль викладача, який повинен координувати пізнавальний процес, підвищувати творчу активність і кваліфікацію відповідно до нововведень та інновацій.

9) Позитивний вплив на учня: підвищення творчого та інтелектуального потенціалу людини, самоорганізація, використання сучасних інформаційних та телекомунікаційних технологій.

10) Якість: залучається найкращий професійно-викладацький склад і використовується найсучасніші навчально-методичні матеріали [8].

Проте, крім переваг існують і деякі недоліки. Накопичений на сьогодні досвід дистанційного навчання, більшою мірою стосується вищої освіти і не враховує вікових особливостей та методик навчання учнів середніх загальноосвітніх закладів. Проблеми впровадження технологій дистанційного навчання у загальну середню освіту досліджуються та вирішуються недостатньо.

На сьогодні остаточно не сформована нормативна база дистанційного навчання в Україні. Ресурсних центрів, які можуть забезпечити ефективність дистанційної освіти на ступені загальної середньої освіти в Україні не існує. Насамперед, відсутня ланка в організації освіти учнів, яка надає можливість опановувати загальноосвітню програму у дистанційному режимі та отримати атестат або свідоцтво. Навчальне середовище, яке найбільш доступне учасникам дистанційного навчання, не відповідає практичним вимогам організації дистанційного навчання школярів. Низька чисельність учнів та вчителів з невисоким рівнем інформаційної культури та ІКТ-компетентності створює перешкоди для реалізації високого темпу електронної взаємодії, яку потребує дистанційне навчання.

Одним із можливих шляхів розвитку дистанційного навчання учнів є створення в Україні мережі ресурсних центрів дистанційної освіти. Розробка та підтримка шкільних сайтів, освітніх порталів, розробка та впровадження якісних електронних педагогічних програмних засобів з різних предметів також буде сприяти розвитку дистанційної освіти [10].

Використовуючи систему дистанційного навчання як спосіб оптимізації педагогічної взаємодії, докорінно змінюється як психологія особистості учня: він працює цілеспрямовано, активно, ініціативно, а навчання переростає в самонавчання, самоосвіту, перетворюючи слухача із об'єкта в суб'єкт цього процесу. У своє чергу змінюється психологія самого педагога. Він перестає бути ретраслятором знань на різних типах навчальних занять, має можливість попрацювати з кожним учнем індивідуально у консультаційні години.

Дистанційне навчання за сукупністю ознак можна віднести до інноваційної форми навчання. Воно не є різновидом будь-якої іншої форми навчання, володіє низкою притаманних лише йому ознак та можливостей, може застосовуватися у всіх видах освіти, забезпечуючи при цьому розвиток творчої складової загальної середньої освіти, особистісну орієнтацію педагогічної взаємодії, максимальну її оптимізацію.

Дослідники вважають, що дистанційне навчання буде дієвим за умови вирішення таких питань:

- системне розуміння сутності дистанційної освіти та її дидактичних особливостей;
- застосування найбільш ефективних закордонних педагогічних технологій, адаптованих до вітчизняних умов;
- розробка й апробація власних технологій дистанційного навчання;
- розроблення системи нормативних документів, що дають можливість
- визначати чинність диплому про отримання відповідного рівня освіти на основі дистанційного курсу навчання [7].

Для створення системи дистанційного навчання необхідна науково-дослідна і практична діяльність, у процесі якої б вирішувалися питання відбору змісту освіти, створення необхідних методів навчання, розробки технічних і програмних засобів, їх змістового наповнення, підготовки необхідних спеціалістів, формування критеріїв відбору учнів для навчання з кожного напряму і багато інших питань [4].

Отже, використання дистанційного навчання в умовах загальноосвітніх навчальних закладів розкриває можливості позитивного впливу на підвищення рівня якості освіти. Дистанційне навчання сприяє формуванню єдиного освітнього простору в рамках загальноосвітніх навчальних закладів.

Список використаних джерел

1. Биков В. Ю., Кухаренко В. М., Сиротенко Н. Г., Рибалко О. В., Богачков Ю. М. Технологія розробки дистанційного курсу. Навчальний посібник. / За ред. В. Ю. Бикова та В. М. Кухаренка. – К.: Міленіум, 2008. – 324 с.
2. Богачков Ю. М. Концепція проекту «Дистанційне навчання школярів» / Ю. М. Богачков, В. Ю. Биков, В. О. Красношапка, В. М. Кухаренко, Ю. Я. Пасіхов // Інформаційні технології та засоби навчання, 2009. – №5(13)
3. Богачков Ю. М., Биков В. Ю., Красношапка В. О., Кухаренко В. М., Пасіхов Ю.Я. Положення про дистанційне навчання школярів / Ю. М. Богачков, В. Ю. Биков, В. О. Красношапка, В. М. Кухаренко, Ю.Я. Пасіхов // Інформаційні технології і засоби навчання. — Харків: 2011. №4 (24).
4. Борзенко О. П. Дистанційне навчання учнів / О. П. Борзенко // Збірник наукових праць / За заг. редакцією академіка І. Ф. Прокопенка, чл.-кор. В. І. Лозової. — Харків: 2011. — Вип.39. — 189 с.
5. Дерба Т. О. Дистанційне навчання школярів / Т. О. Дерба // Інформаційні технології та засоби навчання. — Київ, 2009. — №5 (13).

6. Евгения Смирнова-Трыбульска, Ремигиуш Копочек, Данута Виллманн. Теоретические и практические аспекты использования в образовании информатических средств Open Source // Интернет-журнал "Эйдос". – 2005.
7. Ковальчук З. Я. Дистанційна система навчання в освітніх закладах різного типу як складова оптимізації педагогічної взаємодії / З. Я. Ковальчук // Актуальні проблеми соціології, психології, педагогіки. — Київ: 2013. — Вип. 17. — С. 183-188.
8. Концепція розвитку дистанційної освіти в Україні: за станом на 20 грудня 2000 р. / МОН України [Електронний ресурс] – Режим доступу: www.osvita.org.ua
9. Літвінова Т. В. Дистанційне навчання у загальноосвітній школі: потреба чи неминучість? [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://osvita.ua/school/lessons_summary/edu_technology/22997/
10. Мушка І. В. Інформатизація освіти України: стан, проблеми, перспективи / І. В. Мушка // Матеріали до доповіді Президента НАПН Украї̈и на загальних зборах. — Київ: 2011
11. Снегурова В. И. Методическая система дистанционного обучения математике учащихся общеобразовательных школ. [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.dissercat.com/content/metodicheskaya-sistema-distantsionnogo-obucheniya-matematike-uchashchikhsya-obshcheobrazovat#ixzz3rfKDHJpZ
12. Щенников С. А., Теслинов А. Г., / С. А. Щенников, А. Г. Теслинов, А. Г. Чернявская и др. // Основы деятельности тьютора в системе дистанционного образования: Специализированный учебный курс. — М.: Изд дом Обучение-сервис, 2004. — Библиогр. 131 назв. – 608 с.

Анотація. Фалько Ю. Впровадження дистанційного навчання математики у практику роботи середніх загальноосвітніх закладів. У статті проаналізовано особливості дистанційної освіти та можливості впровадження її у практику роботи загальноосвітніх шкіл. Вказано особливості організації навчального процесу за дистанційною формою навчання. Виокремлено головні завданням та види дистанційного навчання та підкреслено переваги дистанційного навчання у практику роботи середніх загальноосвітніх шкіл.

Ключові слова: дистанційне навчання, дистанційне навчання в школі, дистанційні курси, навчальний процес, види дистанційного навчання, переваги та недоліки дистанційної освіти.

Summary. J. Falk The introduction of distance learning in the practice of mathematics in secondary schools. The article analyzes the features of distance education and the possibility of implementing it in practice at schools. These features of the educational process by distance learning. Thesis there is determined the main objectives and types of distance learning and stressed the benefits of distance learning in practice at secondary schools.

Keywords: distance learning, distance learning school, distance learning courses, educational process, types of distance learning, the advantages and disadvantages of distance education.

Володимир Чавдар
Студент 6 курсу, спеціальність «Математика»*
fandinamokyev@bigmir.net
Науковий керівник – Т.Д. Лукашова

ЛІНІЙНІ РІЗНИЦЕВІ РІВНЯННЯ

Як відомо, більшість природніх явищ та процесів можна змоделювати деяким функціональним рівнянням, в якому одним із аргументів виступає час. У разі застосування ЕОМ усі неперервні за часом процеси набувають дискретного характеру. Таким чином, відбувається перехід від неперервно до дискретно змінюваного аргументу, оскільки комп'ютер може оперувати лише з числами. Економічна інформація також фіксується дискретно, наприклад через рік, місяць, тиждень тощо. Аналіз цих даних приводить до побудови різницевих рівнянь.

Коли одній функції ставиться у відповідність за певним правилом інша функція, то математиці це означає , що задано оператор. Одним з найважливіших в диференціальному численні є оператор D взяття похідної:

$$Df(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$$

Означення 1. [1, с. 63] *Лінійним різницевим рівнянням k-го порядку називається рівняння виду*

$$b_0\Delta^k y_n + b_1\Delta^{k-1}y_n + b_2\Delta^{k-2}y_n + ... + b_k y_n = f(n) \ (n = 0,\ 1,\ 2\ \ldots), \qquad (1)$$

де $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_k$ — сталі коефіцієнти.

Подавши оператори різниць Δ^i через оператор зсуву. Нагадаємо, оператором зсуву називається оператор S, величина h > 0 називається кроком дискретизації. У загальному випадку справджується рівність

$$S^t y(x) = y(x+th).$$

Ми можемо записати різницеве рівняння в більш простому вигляді:

$$a_0 y_{n+k} + a_1 y_{n+k-1} + a_n y_{n+k-1} + ... + a_k y_n = f(n)(n = 0,\ 1,\ 2\ \ldots). \qquad (2)$$

Число k називається порядком різницевого рівняння. Це рівняння можна також записати в операторній формі:

$$L(S)y_n = f(n) \ (n = 0,\ 1,\ 2\ \ldots),$$

$$L(S) \equiv a_0 S^k + a_1 S^{k-1} + a_2 S^{k-2} + ... + a_k;\ Sy_k = y_{k+1}.$$

Якщо $f(n) \equiv 0$, то різницеве рівняння називається *однорідним*. Якщо $f(n) \neq 0$, то рівняння називається неоднорідним. Для однозначного визначення розв'язку різницевого рівняння звичайно задають початкові умови:

$$y_n = y_{0,\ n} \ (n = 0,\ 1,\ \ldots,\ k-1). \qquad (3)$$

Означення 2. [1, с. 64] *Розв'язком різницевого рівняння* (2) називається послідовність y_n (n = 0, 1, 2, …), яка в результаті підстановки в різницеве рівняння (2) перетворює його на тотожність.

Приклад 1. Покажемо, що послідовність $y_n = 2^n$ є розв'язком різницевого рівняння

$$y_{n+1} - 2y_n = 0 \ (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Підставивши значення $y_n = 2^n$, $y_{n+1} = 2^{n+1}$ у дане рівняння, дістаємо тотожність:

$$2^{n+1} - 2 \cdot 2^n \equiv 0 \ (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Наведено деякі властивості розв'язків однорідного різницевого рівняння

$$a_0 y_{n+k} + a_1 y_{n+k-1} + a_2 y_{n+k-2} + \ldots + a_k y_n = 0 \ (n = 0, 1, 2, \ldots). \tag{4}$$

1. Якщо різницеве рівняння (4) має розв'язок

$$y_n = y_{1,n} \ (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

то воно має також розв'язок

$$y_n = cy_{1,n} \ (n = 0, 1, 2, \ldots),\ c = \text{const}.$$

2. Якщо різницеве рівняння (4) має два розв'язки

$$y_n = y_{1,n},\ y = y_{2,n} \ (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

то його розв'язком буде також послідовність

$$y_n = y_{1,n} + y_{2,n} \ (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Звідси випливає, що розв'язком різницевого рівняння буде довільна послідовність виду

$$y_n = c_1 y_{1,\ n} + c_2 y_{2,\ n} \ (n = 0, 1, 2, \ldots),\ c_1 = \text{const},\ c_2 = \text{const}.$$

Означення 3. [2, с. 163] *Розв'язок*

$$y_n = c_1 y_{1,\ n} + c_2 y_{2,\ n} + \ldots + c_k y_{k,\ n} \tag{5}$$

різницевого рівняння (4) k-го порядку називається *загальним*, якщо завдяки вибору довільних сталих $c_1, c_2, \ldots, c_k$ можна задовольнити довільні початкові умови.

Отже, система лінійних алгебраїчних рівнянь

$$c_1 y_{1,\ n} + c_2 y_{2,\ n} + \ldots + c_k y_{k,\ n} = y_{0n} \ (n = 0, 1, 2, \ldots, k-1) \tag{6}$$

завжди має розв'язок відносно сталих $c_1, c_2, \ldots, c_k$.

Означення 4. Визначник системи рівнянь (6)

$$W(n) = \begin{vmatrix} y_{1,\ n} & y_{2,\ n} & \cdots & y_{k,\ n} \\ y_{1,\ n+1} & y_{2,\ n+1} & \cdots & y_{k,\ n+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{n,\ n+k-1} & y_{2,\ m+k-1} & \cdots & y_{k,\ n+k-1} \end{vmatrix} \tag{7}$$

називається *визначником Вронського.*

Має місце теорема.

Теорема 1. [3, с. 204] *Для того щоб розв'язок (5) був загальним розв'язком різницевого рівняння (4), необхідно і достатньо, щоб*

$$W(n) \neq 0 \ (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Замінюючи n на $(m + 1)$ у визначнику (7), дістаємо рівняння для визначнику Вронського

$$W(n+1) = (-1)^k \frac{a_k}{a_0} \tag{8}$$

Із рівняння (8) випливає наступний результат.

Теорема 2. [4, с. 256] *Якщо в різницевому рівнянні* (4), *де* $a_k \neq 0$, $a_0 \neq 0$, *визначник Вронського при деякому значенні n відмінний від нуля, то визначник Вронського відмінний від нуля при всіх значеннях n. Якщо визначник Вронського перетворюється на нуль при деякому значенні n, то він тотожно дорівнює нулю.*

Означення 5. [4, с. 257] Якщо для розв'язків $y_n = y_{i,n}$ ($i = 1, 2, \ldots, k$) визначник Вронського відмінний від нуля, то ці розв'язки називаються *лінійно незалежними.* Якщо визначник Вронського дорівнює нулю, то ці розв'язки називаються *лінійно залежними.*

Приклад 2. Різницеве рівняння

$$y_{n+2} - 5y_{n+1} + by_n = 0$$

має частинний розв'язок $y_{1,n} = 2^n$, $y_{2,n} = 3^n$.

Визначник Вронського

$$W(n) = \begin{vmatrix} 2^n & 3^n \\ 2^{n+1} & 3^{n+1} \end{vmatrix} = 6^n \quad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

відмінний від нуля. Отже, частинні розв'язки лінійно незалежні.

Л. Ейлер запропонував загальний метод розв'язування різницевих рівнянь.

Розглянемо спочатку різницеві рівняння першого порядку

$$y_{n+1} - ay_n = 0 \quad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Із рівнянь

$$y_1 = ay_0,\ y_2 = ay_1 = a^2 y_0,\ y_3 = ay_2 = a^3 y_0,\ y_n = a^n y_0$$

знаходимо розв'язок різницевих рівнянь

$$y_n = a^n y_0. \tag{9}$$

Ейлер запропонував шукати розв'язок різницевого рівняння (4) у вигляді

$$y_n = \mu^n,\ \mu = \text{const} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Число μ називається мультиплікатором розв'язку різницевих рівнянь. Оскільки справджуються рівності

$$y_{n+1} = \mu^{n+1},,\ s^i y_n = \mu^{n+i}$$

то для визначення мультиплікаторів дістаємо алгебраїчне рівняння $L(\mu) = 0$:

$$a_0\mu^k + a_1\mu^{k-1} + a_2\mu^{k-2} + \ldots + a_k = 0. \tag{10}$$

Це рівняння називається *характеристичним,* а корені цього рівняння – *характеристичними коренями*.

Теорема 3. [5, с. 211] Якщо рівняння $L(\mu) = 0$ має k різних коренів μ_1, μ_2, …, μ_k, то загальний розв'язок різницевого рівняння (4) матиме вигляд

$$y_n = c_1\mu_1^n + c_2\mu_2^n + \cdots + c_k\mu_k^n \quad (n = 0,1,2, \ldots, k)$$

Доведення. Частинні розв'язки $y_{i,\,n} = \mu_i^n$ ($i = 1, 2, \ldots, k$) будуть лінійно незалежні, бо визначник Вронського

$$W(n)=\begin{vmatrix} \mu_1^n & \mu_2^n & \dots & \mu_k^n \\ \mu_1^{n+1} & \mu_2^{n+1} & \dots & \mu_k^{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_1^{n+k-1} & \mu_2^{n+k-1} & \dots & \mu_k^{n+k-1} \end{vmatrix}$$

є визначником Вандермонда і відмінний від нуля при

$$\mu_i \neq 0\ \mu_l\ (i \neq l;\ i\ ,\ l = 1, 2, \dots, k).$$

Приклад 3. Знайдемо загальний розв'язок різницевого рівняння

$$y_{n+2}+5y_{n+1}+6y_n=0\ \ (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Характеристичне рівняння $\mu^2 + 5\mu + 6 = 0$ має розв'язок $\mu_1 = -2$, $\mu_2 = -3$. Отже, загальний розв'язок має вигляд

$$y_n = c_1(-2)^n + c_2(-3)^n\ \ (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Приклад 4. Знайдемо загальний розв'язок різницевого рівняння

$$y_{n+2}-2y_{n+1}+4y_n=0\ \ (n = 0, 1, 2, \dots)$$

з початковими умовами $y_0 = 0$, $y_1 = 1$.

Характеристичне рівняння $\mu^2 - 2\mu + 4 = 0$ має комплексні корені

$$\mu_1 = 1+i\sqrt{3},\ \ \mu_2 = 1-i\sqrt{3}.$$

Загальний розв'язок у комплексній формі має вигляд

$$y_n = c_1\left(1+i\sqrt{3}\right)^n + c_2\left(1-i\sqrt{3}\right)^n =$$

$$= c_1 2^n\left(\cos\frac{n\pi}{3}+i\sin\frac{n\pi}{3}\right)+c_2 2^n\left(\cos\frac{n\pi}{3}-i\sin\frac{n\pi}{3}\right).$$

Цей розв'язок у загальній формі має вигляд

$$y_n = c_3 2^n \cos\frac{n\pi}{3} + c_4 2^n \sin\frac{n\pi}{3}\ \ (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Для визначення сталих c_3, c_4 маємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$y_0 = c_3\cdot 2^0\cos 0 + c_4 2^0 \sin 0\ ,\ \ y_1 = c_3\cdot 2^1\cos\frac{\pi}{3} + c_4 2^1 \sin\frac{\pi}{3}.$$

При $y_0 = 0$, $y_1 = 1$ знаходимо $c_3 = 0$, $c_4 = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Остаточно дістаємо частинний розв'язок

$$y_n = \frac{2^n}{\sqrt{3}}\sin\frac{n\pi}{3}\ \ (n = 0, 1, 2, \dots),$$

що задовольняє задані початкові умови.

Теорема 4. [5, с. 223] *Якщо характеристичне рівняння $L(\mu) = 0$ має корені μ_1, ..., μ_l, (m_1 + ...+ $m_l = k$), то загальний розв'язок різницевого рівняння (4) можна подати у вигляді*

$$y_n = \sum_{i=1}^{l}\mu_i^n\left(c_{i1}+c_{i2}n+\dots+c_{i_1 m_i}n^{m_i-1}\right). \qquad (11)$$

Приклад 5. Знайдемо загальний розв'язок різницевого рівняння

$$y_{n+3} - 6y_{n+2} + 12y_{n+1} - 8y_n = 0.$$

Характеристичне рівняння $\mu^3 + 6\mu^2 + 12\mu - 8 = 0$ має трикратний корінь $\mu = 2$. Отже, загальний розв'язок подається у вигляді

$$y_n = 2^n\left(C_1 + nC_2 + n^2C_3\right).$$

Приклад 6. Розв'яжемо різницеве рівняння

$$y_{n+4} - 2y_{n+2} + y_n = 0.$$

Характеристичне рівняння $\mu^4 - 2\mu^2 + 1 = 0$ має двократні корені $\mu_1=1$, $\mu_2=-1$. Загальний розв'язок має вигляд

$$y_n = 1^n(c_1 + c_2 n) + (-1)^n(c_3 + c_4 n) \quad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Означення 5. [6, с. 163] Нульовий розв'язок різницевого рівняння (4) називається *асимптотично стійким*, якщо будь-який його розв'язок y_n прямує до нуля при $n \to +\infty$.

З теореми 4 випливає, що нульовий розв'язок різницевого рівняння (4) буде асимптотично стійким тоді і тільки тоді, коли всі корені характеристичного рівняння $L(\mu) = 0$ будуть за модулем менші від одиниці.

Список використаних джерел

1. Андерсон Дж. А. Дискретная математика и комбинаторика / Андерсон, А. Джеймс: Пер. с англ. — М. : Издательский дом "Вильяме", 2004. — 960 с.

2. Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков — 3-е изд., доп. и перераб. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.— 636 с

3. Корн Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г.Корн, Т. Корн — М.: Наука, 1973.— 832 с.

4. Муха В.С. Вычислительные методы и компьютерная алгебра: учеб.-метод. Пособие (2-е изд., испр. и доп.) / В.С. Муха — Минск: БГУИР, 2010.- 148 с.

5. Энциклопедия для детей. Математика / Глав.ред. М.Д. Аксенова. – Т. 11. – М.: Аванта+, 2002. – 688 с.

6. Ядренко М.Й. Дискретна математика: навчальний посібник/ Й.М.Ядренко — К.: МП "ТВіМС", 2004. – 245 с.

Анотація. Чавдар В. Лінійні різницеві рівняння. *У статті наведено деякі властивості розв'язків однорідного різницевого рівняння. Розглянуто всі види лінійних однорідних рівнянь. Подано основні теореми з даної теми. Наводяться приклади різницевих рівнянь з розв'язками.*

Ключові слова: *лінійні різницеві рівняння, визначник Вронського, розв'язки різницевого рівняння*

Abstract. Chavdar B. Linear difference equations . *In this article author shows some properties of solutions of homogeneous difference equation. We consider all types of linear homogeneous equations. Shows basic theorems of topic. Examples of differential equations with solutions.*

Keywords: linear difference equation, wronskian, solutions of difference equation.

Катерина Юрченко
Студентка 5 курсу, спеціальність «Математика»*
k.novikova@fizmatsspu.sumy.ua
Науковий керівник – О.С. Чашечникова

КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПІДХІД ТА ЙОГО РЕАЛІЗАЦІЯ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

Викладання – це мистецтво, а не ремесло –
у цьому самий корінь учительської справи…
Вічно винаходити, вимагати, удосконалюватися –
от єдиний можливий курс сучасного вчителя.
М. А. Рибникова [15]

Сучасне життя суспільства характеризується швидкими темпами розвитку, що вимагає й внесення змін у систему освіти. Саме тому йде пошук нових підходів до організацій навчання, які б відповідали тенденціям прогресу суспільства і забезпечували їх повноцінну реалізацію. Серед таких підходів, які спрямовані на формування нового типу навчання, називають особистісно орієнтований, розвивальний, діяльнісний, дослідницький тощо. Кожен з них у свій час набував особливої популярності в окремій країні чи групі країн [1]. На даний час одним з «найпопулярніших» є компетентнісний підхід.

Питання компетентнісного підходу досліджує велика кількість державних організацій, науковців вітчизняної та зарубіжної педагогічної й психологічної науки (серед них А. Маркова, А. Хуторський, В. Байденко, В. Шадриков, Г. Селевко, І. Зимня, Л. Іляшенко, М. Головань, Н. Бібік, Н. Кузьміна, Н. Тарасенкова, О. Овчарук, О. Пометун, С. Раков, С. Скворцова, Я. Стельмах).

На наш погляд, однозначної відповіді на запитання, у чому полягає сутність компетентнісного підходу до навчання, на даному етапі не існує. Частіше за все характеристика компетентнісного підходу дається на основі понять «компетентності» та «компетенції».

Розглянемо, як трактуються ці поняття у тлумачному словнику.

Під *компетенцією* розуміють «коло питань, явищ, в яких дана особа авторитетна, має досвід, знання; коло повноважень, галузь належних для виконання ким-небудь питань, явищ» [16, с. 358].

Компетентний: 1) той, хто знає, обізнаний; авторитетний у певній галузі; 2) фахівець, що володіє компетентністю; який має певні повноваження, повноправний, повновладний [16, с. 358]. Це не дивно, адже походять вони з одного джерела – з латинського слова *competentia* –

узгодженість, відповідність, а *competo* – відповідати, бути годящим, здатним.

Компетентність — це здатність установити й реалізувати зв'язок між «знанням — умінням» і ситуацією [16, с. 358].

В інших джерелах знаходимо такі визначення:

1) це здатність (потенціал) здійснювати складні культурозгідні види дій [7];
2) це поєднання знань, досвіду і здатностей людини [8-9];
3) це інтегральна здатність розв'язувати конкретні проблеми, які виникають у різних сферах життя [2].

Розуміння компетентності як результату навчання є актуальним на європейському просторі [5]. Дослідники розглядають це поняття в різних аспектах:

1) готовність до професійної діяльності (Л. Гапоненко, В. Маслов);
2) розвиток життєвої компетентності дитини, яка має бути сумірною з вимогами життя (І. Єрмаков, О. Кононко);
3) компетентність на базі здобутих знань, досвіду й діяльності учня (Е. Соф'янц);
4) загальна здатність, що ґрунтується на досвіді, знаннях, цінностях (С. Шишов).

Відмітимо слова В. Шадрикова про відмінності цих понять: «відмінності спостерігаються у розумінні компетентності як актуальної якості особистості або прихованих психологічних новоутворень; предметної наповнюваності компетенцій як системних новоутворень, якостей особи» [17, с. 30].

Розглядаються три рівні компетентності:

1) рівень відтворення;
2) рівень встановлення зв'язків;
3) рівень міркувань.

Характеристика цих рівнів, яка наведена в [11], дає змогу дійти таких висновків:

1) компетентність виявляється у розв'язуванні задач, які потребують застосування набутих вмінь в умовах, які відрізняються від знайомих учням. При цьому не передбачається значний обсяг математичних умінь, нестандартність завдань забезпечується, перш за все, їх прикладною спрямованістю;

2) рівні компетентності відрізняються складом когнітивних прийомів діяльності (розпізнавання, відтворення, встановлення зв'язків між даними в умові задачі, інтерпретація розв'язку, встановлення закономірностей, проведення узагальнення тощо).

Отже, нам імпонує таке визначення: компетентнісний підхід – це підхід, що акцентує увагу на результатах освіти, причому як результат розглядається не сума засвоєної інформації, а здатність людини діяти в різних проблемних ситуаціях [3].

За О. Лєбедєвим компетентнісний підхід вимагає оновлення «сукупності загальних принципів визначення цілей освіти, добору змісту освіти, організації освітнього процесу і оцінки освітніх результатів» [10].

У наукових публікаціях і нормативних документах немає однозначного тлумачення понять «компетентнісний підхід», «компетентність», «компетенція», «предметна компетентність», хоча наукова методологія передбачає термінологічну однозначність понять. У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти, затвердженому постановою Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 р. №1392 *предметна (галузева) компетентність* трактується як набутий учнями у процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань, а *предметна компетенція* – як сукупність знань, умінь та характерних рис у межах змісту конкретного предмета, необхідних для виконання учнями певних дій з метою розв'язання навчальних проблем, задач, ситуацій [12].

Так як математика є універсальною мовою для опису навколишнього світу, то математична компетентність – це інтегративне утворення особистості, що поєднує в собі математичні та загальнонавчальні знання, навички,уміння, досвід математичної та загальнонавчальної діяльності, особистісні якості, які обумовлюють прагнення, готовність і здатність розв'язувати проблеми і завдання, що виникають в реальних життєвих ситуаціях і потребують використання математичних методів розв'язання, усвідомлюючи при цьому значущість предмету і результату діяльності [4]. У Державному стандарті початкової загальної освіти, затвердженому постановою Кабінету Міністрів України від 20.04.2011 р. №462, *предметна математична компетентність* трактується як особистісне утворення, що характеризує здатність учня створювати математичні моделі процесів навколишнього світу, застосовувати досвід математичної діяльності під час розв'язування навчально-пізнавальних і практично зорієнтованих задач [13].

І. Зіненко [6] розглядає математичну компетентність як якість особистості, яка поєднує математичну грамотність та досвід самостійної математичної діяльності.

За визначенням PISA, математична компетентність учнів визначається як поєднання математичних знань, умінь, досвіду та здібностей людини, які забезпечують успішне розв'язання різноманітних проблем, що потребують застосування математики. При цьому мають на увазі не конкретні математичні вміння, а більш загальні уміння, що включають математичне мислення, математичну аргументацію, постановку та розв'язання математичної проблеми,математичне моделювання, використання різних математичних мов, інформаційних технологій, комунікативні вміння [11].

С. Раков [14] визначає математичну компетентність як уміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, уміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень.

В свою чергу, оволодіння вміннями сприяє розвиненню здібностей особистості. Тому, працюючи вчителем математики у КУ Сумській загальноосвітній школі №6, я заохочую дослідницьку роботу школярів, використовую запитання та завдання з «завуальованими» помилками (прийоми «Навмисна помилка», «Еврика»), знаходжу можливості ознайомити їх із технікою експериментальної роботи, алгоритмами розв'язування винахідницьких задач, обробкою першоджерел і довідкових матеріалів. Намагаюся донести до учнів, що навчання є для них життєвою необхідністю, ким би вони не стали у майбутньому.

У позакласній діяльності учнів доцільно відводити час роботі над проектами («Функція – одне з найголовніших понять математики», «Математика навколо нас», «Цікаві факти з життя математиків» та інші), адже це формує не тільки вміння здобувати й застосовувати знання, а й розвиває комунікативні навички, навички самоконтролю й самооцінки, творчі здібності. Зокрема, застосування методу проектів дозволяє перевірити й закріпити теоретичні знання з математики, сприяє набуттю учнями цінного досвіду, необхідного для розвитку та функціонування як його окремих компетентностей, так і життєвої компетентності в цілому. Для створення проектів варто використовувати комп'ютерні технології, інтерес до яких у методиці математики постійно зростає. Використання ІКТ надає можливість привчити учнів до самостійної дослідницької діяльності під час розв'язування практично спрямованих завдань.

Формування математичної компетентності здійснюється не тільки в ході навчальної діяльності, а й під час проведення позакласних заходів. Так, залучення учнів до участі в шкільних та районних олімпіадах, міжнародному математичному конкурсі «Кенгуру», де вони розв'язують нестандартні, цікаві логічні задачі, дає позитивні результати.

Підводячи підсумки, зазначимо, що головне завдання освіти (зокрема, математичної) на сьогодні – навчити учнів творчо та логічно мислити, виховувати компетентних громадян своєї країни.

Література

1. Аганов И.Г. Компетентностный подход к образованию: прихоть или необходимость / И. Г. Аганов, С. Е. Шишов // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2002 – №2. – С. 58–62.

2. Андреев А. Л. Компетентностная парадигма в образовании: опыт философско-методологического анализа / А. Л. Андреев // Педагогика. — 2005. — № 4. — С. 19−27.

3. Головань М. С. Компетентнісний підхід у процесі професійної підготовки фахівців у вищих навчальних закладах / Микола Степанович Головань // Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей майбутнього фахівця. Матеріали ІІІ міжвузівської науково-практичної конференції 5-6 грудня 2012 р. – Суми : Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2012. – С. 21-23.

4. Головань М. С. Математична компетентність: сутність та структура / Микола Степанович Головань. // Науковий вісник Східноєвропейського національного університету. – 2014. – №1. – С. 35–39.

5. Гончарова-Горянська М. Соціальна компетентність: поняття, зміст, шляхи формування в дослідженнях зарубіжних авторів / М. Гончарова-Горянська // Рідна школа – 2004. – №7 – 8. – С. 71-74.

6. Зіненко І.М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку / І. М.Зіненко // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2009. – № 2. – С. 165–174.

7. Иванова Т.В. Компетентностный подход к разработке стандартов для 11-летней школы: анализ, проблемы, выводы / Т.В. Иванова // Стандарты и мониторинг в образовании. – 2004. – № 1. – С. 16–20.

8. Ковалева Г.С. PISA-2003 : результаты международного исследования / Г. С. Ковалева // Школьные технологии. – 2005. – № 1. – С. 154–163.

9. Ковалева Г.С. PISA-2003 : результаты международного исследования / Г. С. Ковалева // Школьные технологии. – 2005. – № 2. – С. 170–188.

10. Лебедев О. Е. Компетентностный подход в образовании / О.Е. Лебедев // Школьные технологии. – 2004.– № 5. – С. 3–7.

11. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся. ПИЗА – 2003. – М.: 2004. – Режим доступу: http://www.centeroko.ru

12. Про затвердження Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти: Постанова Кабінету Міністрів України від 23.11.2011 р. №1392. Ред. від 21.08.2013 р. [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011-п/page

13. Про затвердження Державного стандарту початкової загальної освіти: Постанова Кабінету Міністрів України від 20.04.2011 р. № 462.

[Електронний ресурс] – Режим доступу: http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/462-2011-п

14. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: монографія / С.А. Раков. –Х.: Факт, 2005.–360 с.

15. Рыбникова М. А. Избранные труды / М.А. Рыбникова ; Сост. В. В. Шевелев. – Москва : АПН РСФСР, 1958. – 610 с.

16. Ушаков Д. Н. Толковый словарь современного русского языка / Под ред. Татьянченко Н.Ф. М.: Альта-Пресс, 2005. – 1216 с.

17. Шадриков В.Д. Новая модель специалиста: инновационная подготовка и компетентностный подход / В.Д. Шадриков // Высшее образование сегодня.– 2004. – №4. – С. 28-31.

Анотація. Юрченко К. Компетентнісний підхід та його реалізація у навчанні математики учнів основної школи. *У статті проаналізовано різні тлумачення поняття «компетентнісний підхід», базових понять компетентнісного підходу – «компетенція» та «компетентність». Особлива увага звертається на поняття «предметна математична компепентність». Пропонуються приклади використання компетентнісного підходу з власного досвіду.*

Ключові слова: *компетенція, компетентний, компетентність, математична компетентність, компетентнісний підхід.*

Abstract. Yurchenko K. Competence approach and its implementation in teaching mathematics in secondary school pupils. *The article analyzes the different interpretations of the term "competence approach", the basic concepts of competence approach - "competence" and "competence". Particular attention is paid to the concept of "substantive mathematical kompepentnist." Proposed examples of competence approach from experience.*

Keywords: *competence, competent, competence, mathematical competence, competence approach.*

Алфавітний покажчик

Наукове видання

СТУДЕНТСЬКА ЗВІТНА КОНФЕРЕНЦІЯ

Збірник наукових праць

ВИПУСК 10
Том 1

Друкується в авторській редакції
Матеріали подані мовою оригіналу

Відповідальний за випуск
Ю.В. Хворостіна

Комп'ютерна верстка
Ю.В. Хворостіна

Фізико-математичний факультет
СумДПУ імені А.С. Макаренка
вул. Роменська, 87
м. Суми, 40002
тел. (0542) 68 59 10

http://fizmatsspu.sumy.ua